



نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

نام درس :

نام دبیر :

نام آموزشگاه :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی سال دهم
انسانی (فصل ۳ کار با داده های آماری)

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۴

۱) اگر میانگین داده های $x, 2x, 1 + 2x$ برابر ۱۲ باشد، واریانس آن ها کدام است؟

۱) ۱۲

۲) $\frac{40}{3}$

۳) $\frac{35}{3}$

۴) $\frac{38}{3}$

۲) در داده های آماری مرتب شده $x + 3, x + 2, 2x, x + 1, x + 1, x, x - 1$ میانگین داده ها با میانه داده ها برابر است. انحراف معیار داده های بین چارک اول و چارک سوم داده ها کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

۳) اگر $1, 2a, 1, 4$ به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده های $11, 6a, 9, 8$ باشد، مقدار انحراف معیار داده ها کدام است؟

۱) $\frac{5}{\sqrt{10}}$

۲) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

۳) $1/8$

۴) $2/5$

۴) میانگین وزن یک گروه ۱۵۰ نفره برابر ۶۰ کیلوگرم است. اگر میانگین وزن مرد ها ۷۰ کیلوگرم و میانگین وزن زن ها ۵۵ کیلوگرم باشد، تعداد مرد ها و زن ها چند نفر هستند؟

۱) ۱۰۰ و ۵۰

۲) ۹۰ و ۶۰

۳) ۴۰ و ۱۱۰

۴) ۷۵ و ۷۵

۵) در داده های $24, 20, 18, 16, 14, 12, 12, 12, 10, 9, 9, 8, 7, 5, 5, 2$ میانگین داده های بیشتر از میانه کدام است؟

۱) $16/14$

۲) $15/5$

۳) ۱۶

۴) ۱۷

۶) اگر میانگین موزون داده های آماری زیر با در نظر گرفتن وزن ها و بدون در نظر گرفتن وزن ها یکسان باشد، در این صورت

داده ها	۳	۵	$a+4$
وزن (ضریب)	a	۴	۳

مقدار a کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

۷) بهترین روش جمع آوری داده ها در بررسی های زیر کدام است؟ (به ترتیب)

الف) بررسی تعداد تصادفات اتومبیل در یک شهر در مرداد ۱۴۰۰

ب) میزان رضایت مراجعین به یک شعبه از بانک سپه

۱) دادگان - مشاهده ۲) مصاحبه - پرسشنامه ۳) مشاهده - دادگان ۴) دادگان - پرسشنامه

۸) تحلیل داده ها و ارائه نتایج در گام از چرخه آمار و پس از گام اتفاق می افتد.

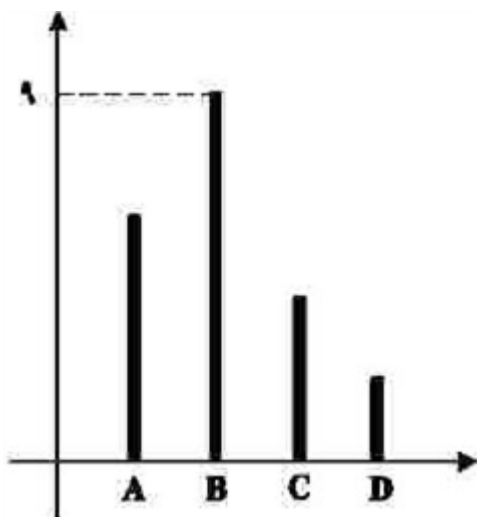
۱) چهارم - گردآوری و سازماندهی داده ها

۲) چهارم - بیان مسئله

۳) پنجم - طرح و برنامه ریزی

۴) سوم - بحث و نتیجه گیری

۹ نمودار زیر، تعداد گل‌های زده یک فصل ۴ بازیکن A ، B ، C و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زده این چهار بازیکن، کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟



۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

۱۰ «انتخاب روش نمونه‌گیری»، «گردآوری داده‌ها» و «تفسیر نتایج به دست آمده»، به ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام گام‌های چرخه‌ی آمار است؟

۵ - ۳ - ۲ (۴)

۴ - ۲ - ۲ (۳)

۴ - ۳ - ۱ (۲)

۵ - ۲ - ۱ (۱)

۱۱ در کدام یک از گزینه‌های زیر به ترتیب متغیرهای «کمی نسبتی» و «کیفی اسمی» آورده شده است؟

۱ میزان آلودگی هوا - کیفیت یک کالا (خوب، متوسط، بد)

۲ تعداد قطعات به کار رفته در خودرو - جنسیت افراد (زن، مرد)

۳ سن دانش‌آموزان یک کلاس - سطح سواد (دیپلم، فوق دیپلم، لیسانس و ...)

۴ زمان شروع اولین کلاس آموزشگاه زبان - وضعیت تأهل (مجرد، متأهل)

۱۲ اگر میانگین داده‌های $a, a, a, a, a + 1$ برابر $\frac{3a}{4}$ باشد، میانگین داده‌های $a + 1, a + 2, a + 3, a + 4$ و a کدام است؟

$2a$ (۴)

$\frac{7a}{2}$ (۳)

$\frac{12}{5}$ (۲)

۲ (۱)

۱۳ اگر واریانس داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_9$ و ۹ برابر صفر باشد، میانگین آن‌ها کدام است؟

۹ (۴)

۰/۹ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۴ میانگین امتیاز کسب‌شده توسط یک تیرانداز که امتیازهای آن در یک دوره مسابقات در جدول زیر آمده است، کدام است؟

امتیاز	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی	۲	۱۶	۱۰	۱۴	۳

$3/5$ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

$2/5$ (۱)

۱۵ با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، مطلب ذکر شده در کدام گزینه نادرست است؟



۱ دامنه‌ی میان‌چارکی برابر ۷ است.

۲ مجموع چارک‌های اول، دوم و سوم برابر ۲۱ است.

۳ در داخل جعبه، پراکندگی در سمت چپ میانه، کم‌تر از سمت راست آن است.

۴ به کمک نمودار جعبه‌ای مذکور، نمی‌توانیم μ را به دست آوریم.

۱۶ میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به‌ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

۱ (۱۱۶, ۱۸۸) ۲ (۱۳۴, ۱۷۰) ۳ (۱۴۶, ۱۵۸) ۴ (۱۴۰, ۱۶۴)

۱۷ کدام گزینه نادرست است؟

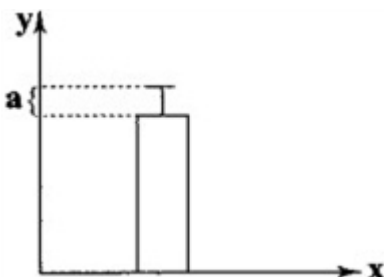
۱ در جمع‌آوری داده‌ها به روش دادگان‌ها، داده‌ها را می‌توان از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده‌اند، به دست آورد.

۲ پارامتر مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ای خاص از جامعه است.

۳ آماره مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده‌ی جنبه‌ای خاص از نمونه است.

۴ متغیرهای کیفی، متغیرهایی هستند که همواره با یک مقدار عددی نشان داده می‌شوند.

۱۸ نمودار زیر مربوط به داده‌های ۱۳، ۱۶، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۴، ۱۱ و ۱۶ است. مقدار a کدام است؟



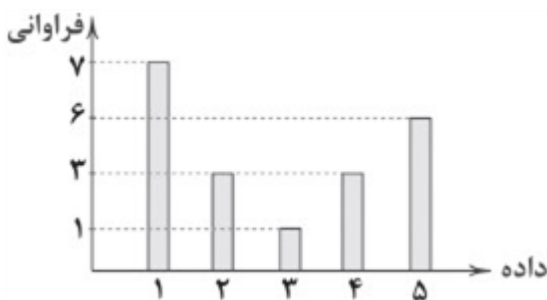
۱ ۱/۲۵ ۲ ۱/۵ ۳ ۲/۲۵ ۴ ۲/۵

۱۹ در رسم نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۶, ۱۶, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۰

۱ ۲ ۲ ۱/۸ ۳ ۱/۶ ۴ ۱/۴

۲۰ میانگین داده‌های مربوط به نمودار میله‌ای زیر چه قدر است؟



۱ ۳ ۲ ۲/۹ ۳ ۲/۸ ۴ ۲/۷

۲۱) نمرات درس ریاضی دو دانش‌آموز به صورت زیر است. عملکرد کدام بهتر است؟

A	۱۷	۱۹	۱۸	۱۹	۱۷
B	۲۰	۱۸	۱۶	۱۷	۱۹

۱) A ۲) B

۳) عملکرد هر دو یکسان است. ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۲۲) اگر در داده‌های ۱۳، $x^2 - ۲۹$ ، $x^2 - ۵$ ، $۲x - ۵$ ، ۷، ۴، ۲ و ۲ مد برابر ۷ باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟ ($x > ۰$)

۱) ۶ ۲) $۶/۵$ ۳) ۷ ۴) $۷/۵$

۲۳) در یک مرکز علمی پزشکی که ۴۰۰ عضو دارد، ۱۲۰ نفر فوق‌تخصص، ۲۴۰ نفر متخصص و بقیه پزشک عمومی هستند. در یک نمونه‌گیری ۲۰۰ نفره، ۱۰ نفر پزشک عمومی، ۱۲۰ نفر متخصص و بقیه فوق‌تخصص بوده‌اند. پارامتر افراد متخصص چند برابر آماره افراد فوق تخصص است؟

۱) $\frac{۱۴}{۹}$ ۲) $\frac{۱۲}{۷}$ ۳) $\frac{۱۱}{۶}$ ۴) $\frac{۹}{۵}$

۲۴) کدام مقیاس برای اندازه‌گیری، از ویژگی‌های بهتری برخوردار است؟

۱) نسبتی ۲) اسمی ۳) فاصله‌ای ۴) ترتیبی

۲۵) انحراف معیار داده‌های ۲۰، ۲، ۵، ۱۴، ۱۱، ۸، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳۴}$ ۲) $\sqrt{۳۵}$ ۳) ۶ ۴) ۱۰

۲۶) در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۱، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۸، ۲۰، ۱۹، ۱۴ و ۱۳، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) $۱۵/۲$ ۲) $۱۵/۴$ ۳) $۱۵/۶$ ۴) $۱۵/۸$

۲۷) انحراف معیار داده‌های آماری ۴۴، ۵۴، ۳۶، ۳۸، ۴۴، ۴۲، ۳۸ و ۴۸ تقریباً کدام است؟

۱) ۵ ۲) $۵/۵$ ۳) ۶ ۴) $۶/۵$

۲۸) در یک جامعه‌ی آماری که داده‌های آن روی منحنی نرمال (خم بهنجار) نشان داده شده‌اند، میانگین و واریانس به ترتیب ۱۵ و ۴ هستند. چند درصد داده‌ها در فاصله‌ی ۱۹ - ۱۳ قرار دارند؟

۱) ۶۸ ۲) ۷۸ ۳) ۸۲ ۴) ۹۶

۲۹) میانگین ۸ داده‌ی آماری برابر ۱۵ است. اگر اعداد ۱۳ و ۱۸ را از بین آن‌ها حذف کرده و اعداد ۱۵ و ۲۰ را جایگزین نماییم، میانگین جدید کدام است؟

۱) $۱۵/۲۵$ ۲) $۱۵/۵$ ۳) $۱۵/۷۵$ ۴) ۱۶

۳۰) دامنه‌ی میان‌چارکی (IQR) داده‌های ۱۲، ۴۰، ۲۸، ۳۲، ۳۰، ۲۲، ۲۵، کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۵ ۳) ۱۳ ۴) ۱۰

۳۱) می‌خواهیم تعداد مراجعات به بخش سوانح سوختگی را در شب چهارشنبه‌سوری در بیمارستان‌های شهر A بررسی کنیم. مناسب‌ترین نمونه کدام است؟

- ۱) تعداد مراجعات بیماران تمام بیمارستان‌های شهر A
 ۲) تعداد مراجعات بیماران با سوختگی بالای ۵۰٪ تمام بیمارستان‌های شهر A
 ۳) تعداد مراجعات بیماران دچار سوختگی در ۳ بیمارستان بزرگ شهر A
 ۴) تعداد مراجعات تمام بیماران ۳ بیمارستان بزرگ شهر A

۳۲) میانگین اعداد $2x + 3$ ، $x - 11$ و $x + 5$ برابر ۹ است. میانه این مجموعه اعداد کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) $\frac{6}{5}$ ۳) ۷ ۴) ۴

۳۳) چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) اگر مقدار داده‌ها با هم برابر باشند، میانگین برابر صفر است.
 ب) اگر مقدار داده‌ها با هم برابر باشند، انحراف معیار برابر صفر است.
 ج) اگر مقدار داده‌ها را دو برابر کنیم، واریانس دو برابر می‌شود.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۳۴) دامنه میان‌چارکی در داده‌های آماری ۴۱، ۳، ۱۲، ۲۶، ۲۹، ۲۵، ۷، ۳۵ کدام است؟

- ۱) ۳۶ ۲) $\frac{12}{5}$ ۳) ۲۵ ۴) $\frac{22}{5}$

۳۵) تعدادی داده‌ی آماری به گونه‌ای دسته‌بندی شده‌اند که مرکز دسته‌های سوم و هفتم به‌ترتیب برابر ۳۱ و ۵۵ هستند. اگر تعداد دسته‌ها، حداقل تعداد لازم بوده و دامنه‌ی تغییرات داده‌ها برابر ۷۰ باشد، کران بالای دسته‌ی آخر کدام است؟

- ۱) ۸۸ ۲) ۸۶ ۳) ۸۴ ۴) ۸۲

۳۶) میانگین ۱۰ داده برابر ۱۴ می‌باشد. اگر داده‌های ۱۲ و ۱۶ را از بین آن‌ها بیرون بکشیم، میانگین ۸ داده‌ی دیگر چیست؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۳۷) وقتی میزان عمر گل رز هلندی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، به ترتیب متغیر تصادفی، جامعه، اندازه نمونه کدام است؟

- ۱) گل - رزه‌های هلندی - تعداد رزه‌های مورد مطالعه
 ۲) گل - گل‌های هلندی - تعداد رزه‌های مورد مطالعه
 ۳) عمر - رزه‌های هلندی - تعداد رزه‌های مورد مطالعه
 ۴) عمر - رزه‌های هلندی - تعداد رزه‌های هلندی

۳۸) میانگین تخمینی نمرات درس ریاضی ۸ نفر را ۱۷ در نظر گرفته‌ایم. اگر تفاضل از میانگین تخمینی آن‌ها مطابق جدول زیر باشد، میانگین واقعی ۸ نمره کدام است؟

نمرات	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
تفاضل از میانگین تخمینی	-۳	۲	۲	-۴	۱	-۵	۳	۰

- ۱) ۱۶ ۲) $\frac{16}{5}$ ۳) $\frac{16}{7}$ ۴) $\frac{17}{2}$

۳۹ کدام عبارت صحیح نیست؟

- ۱ اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.
- ۲ اندازه‌گیری اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی است.
- ۳ بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی گوییم.
- ۴ متغیر تصادفی متغیری است که قابل اندازه‌گیری باشد.

۴۰ کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

- ۱ متغیرهای تصادفی در اولین دسته‌بندی خود به دو دسته‌ی کمی و کیفی تقسیم می‌شوند.
- ۲ متغیرهای تصادفی در اولین دسته‌بندی خود به دو دسته‌ی اسمی و فاصله‌ای تقسیم می‌شوند.
- ۳ متغیرهای تصادفی در اولین دسته‌بندی خود به دو دسته‌ی فاصله‌ای و نسبتی تقسیم می‌شوند.
- ۴ متغیرهای تصادفی در اولین دسته‌بندی خود به دو دسته‌ی اسمی و ترتیبی تقسیم می‌شوند.

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(1+2x)+2x+x}{3} = 12 \Rightarrow \frac{5x+1}{3} = 12 \Rightarrow 5x+1=36 \Rightarrow 5x=35 \Rightarrow x=7$$

داده‌ها: ۷, ۱۴, ۱۵

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2}{3} = \frac{(7-12)^2 + (14-12)^2 + (15-12)^2}{3}$$

$$= \frac{25 + 4 + 9}{3} = \frac{38}{3}$$

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x+1 = \text{میانۀ بین داده‌های مرتب شده}$$

$$\text{میانگین داده‌ها} = \frac{(x-1) + (x) + (x+1) + (x+1) + (2x) + (x+2) + (x+3)}{7} = \frac{8x+6}{7}$$

$$\text{میانۀ} = \text{میانگین} \Rightarrow x+1 = \frac{8x+6}{7} \rightarrow 7x+7 = 8x+6 \Rightarrow x=1$$

داده‌ها $\Rightarrow 0, 1, 2, 2, 2, 3, 4$

داده‌های بین چارک اول و سوم = ۲, ۲, ۲

چون داده‌ها با هم برابر شدند $\Rightarrow \sigma = 0$ پس انحراف معیار برابر صفر می‌شود

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{8+9+6a+11}{4} = 7 + \frac{3a}{4}$$

$$\left(7 + \frac{3a}{4} - 11\right)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3a}{4} - 4 = 1 \Rightarrow a = \frac{20}{3} \\ \frac{3a}{4} - 4 = -1 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

$$\left(97 + \frac{3a}{4} - 8\right)^2 = 4 \Rightarrow \left(\frac{3a}{4} - 1\right)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3a}{4} - 1 = 2 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{3a}{4} - 1 = -2 \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=4 \Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{4+1+4+1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{25}{16} \Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{5}{16}$$

۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر تعداد مردها را n_1 و زن‌ها را n_2 در نظر بگیریم $n_1 + n_2 = 150$, از طرفی میانگین

وزن مردها ۷۰ کیلوگرم یعنی $\bar{x}_1 = 70$ و میانگین وزن زن‌ها ۵۵ کیلوگرم یعنی $\bar{x}_2 = 55$ بنابراین خواهیم داشت.

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2} \Rightarrow 60 = \frac{70 n_1 + 55 n_2}{150}$$

$$\Rightarrow 70 n_1 + 55 n_2 = 60 \times 150 = 9000 \Rightarrow 14 n_1 + 11 n_2 = 1800, n_2 = 150 - n_1$$

$$\Rightarrow 14 n_1 + 11(150 - n_1) = 1800 \Rightarrow 3 n_1 = 1800 - 1650 \Rightarrow n_1 = 50, n_2 = 100$$

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد داده‌ها ۱۶ تا است. بنابراین میانگین داده‌های شماره ۱ و $\frac{16}{2} + 1$ و $\frac{16}{2}$ به عنوان میانه

انتخاب می‌شود.

$$\text{میانۀ} = \frac{10+12}{2} = 11$$

داده شماره ۸ و ۹ به ترتیب ۱۰ و ۱۲ هستند، پس داریم:

$$12, 12, 12, 14, 16, 18, 20, 24$$

داده‌های بزرگتر از ۱۱ را جدا می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 24}{8} = 16$$

میانگین برابر است با:

۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا میانگین داده‌ها را بدون در نظر گرفتن وزن‌ها به دست می‌آوریم:

داده‌ها	۳	۵	$a+۴$
وزن (ضریب)	۳	۴	۳

$$\bar{x} = \frac{۳ + ۵ + a + ۴}{۳} = \frac{a + ۱۲}{۳} \quad (۱)$$

$$\bar{x}' = \frac{۳a + ۴ \times ۵ + ۳(a + ۴)}{a + ۴ + ۳} = \frac{۶a + ۳۲}{a + ۷} \quad (۲)$$

$$\bar{x} = \bar{x}' \rightarrow \frac{a + ۱۲}{۳} = \frac{۶a + ۳۲}{a + ۷} \Rightarrow (a + ۱۲)(a + ۷) = ۳(۶a + ۳۲)$$

$$\Rightarrow a^2 + ۱۹a + ۸۴ = ۱۸a + ۹۶ \Rightarrow a^2 + a - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (a + ۴)(a - ۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + ۴ = ۰ \Rightarrow a = -۴ & \text{غ ق ق} \\ a - ۳ = ۰ \Rightarrow a = ۳ & \text{ق ق} \end{cases}$$

دقت کنید وزن داده‌ها مقدار منفی نمی‌تواند باشد.

۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تحلیل داده‌ها و ارائه نتایج در گام چهارم از چرخه آماری و پس از گردآوری و سازماندهی داده‌ها اتفاق می‌افتد.

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داده شده، تعداد گل‌های زده بازیکنان متفاوت و مخالف صفر است. بنابراین می‌توان کمترین و بیشترین حالات ممکن را برای این بازیکنان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\text{کمترین تعداد گل: } ۱, ۲, ۳, ۹ \Leftarrow ۳/۷۵ = \frac{۱ + ۲ + ۳ + ۹}{۴} = \text{میانگین}$$

$$\text{بیشترین تعداد گل: } ۶, ۷, ۸, ۹ \Leftarrow ۷/۵ = \frac{۶ + ۷ + ۸ + ۹}{۴} = \text{میانگین}$$

بنابراین میانگین تعداد گل‌ها، عددی بین $۳/۷۵$ و $۷/۵$ است، که گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انتخاب روش نمونه‌گیری مناسب مربوط به گام دوم چرخه آماری یعنی «طرح و برنامه‌ریزی» می‌باشد. (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

گردآوری داده‌ها در گام سوم یعنی «گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها» انجام می‌گیرد. (رد گزینه‌های ۱ و ۳)
تفسیری نتایج به دست آمده در گام نهایی (پنجم) یعنی «بحث و نتیجه‌گیری» انجام می‌پذیرد. (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

۱۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد قطعات به کار رفته در خودرو (کمی نسبی)، جنسیت افراد (کیفی اسمی) بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) به ترتیب: کمی نسبی - کیفی ترتیبی

(۳) به ترتیب: کمی نسبی - کیفی ترتیبی

(۴) به ترتیب: کمی فاصله‌ای - کیفی اسمی

۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف میانگین داریم:

$$\text{میانگین} = \bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \frac{a + a + a + a + a + 1}{5} = \frac{5a + 1}{5} = \frac{3a}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2(5a + 1) = 3a(5) \Rightarrow 10a + 2 = 15a \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

$$\text{میانگین جدید} = \bar{x}' = \frac{a + a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4}{5} = \frac{5a + 10}{5} = \frac{5a}{5} + \frac{10}{5} = \frac{12}{5}$$

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون واریانس داده‌ها برابر صفر است، پس داده‌ها همگی با هم برابرند و در نتیجه داریم:

$$x_1 = x_2 = \dots = x_9 = 9 \Rightarrow \text{میانگین} = 9$$

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{میانگین} = \frac{2(1) + 16(2) + 10(3) + 14(4) + 3(5)}{2 + 16 + 10 + 14 + 3} = \frac{2 + 32 + 30 + 56 + 15}{45} = \frac{135}{45} = 3$$

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10 - 3 = 7$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3 + 8 + 10 = 21$$

در داخل جعبه، میانه به سمت راست جعبه نزدیک‌تر است، پس پراکندگی داده‌ها در سمت چپ میانه، بیش‌تر از سمت راست است. ضمناً به کمک نمودار جعبه‌ای نمی‌توان مد را به دست آورد.

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله‌ی ۲ برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند. بنابراین

بازه‌ی موردنظر به صورت $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ است. یعنی:

$$(152 - 2 \times 6, 152 + 2 \times 6) = (140, 164)$$

۱۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متغیرهای کیفی، متغیرهایی هستند که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیاء در گروه‌ها به

کار می‌روند و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرند.

۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در نمودار داده‌شده، مقدار a ، انحراف معیار داده‌ها و a^2 همان واریانس داده‌هاست:

$$\bar{x} = \frac{11 + 2(13) + 2(14) + 15 + 2(16)}{8} = \frac{112}{8} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(11 - 14)^2 + 2(13 - 14)^2 + 2(14 - 14)^2 + (15 - 14)^2 + 2(16 - 14)^2}{8}$$

$$= \frac{9 + 2 + 0 + 1 + 8}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۱۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. داده‌ها مرتب هستند و تعداد آن‌ها ۱۶ تاست.

داده‌های داخل جعبه در نمودار جعبه‌ای یعنی داده‌های بین چارک اول و سوم:

$$Q_1 = \frac{\text{داده پنجم} + \text{داده چهارم}}{2} = \frac{11 + 12}{2} = 11.5$$

$$Q_3 = \frac{\text{داده سیزدهم} + \text{داده دوازدهم}}{2} = \frac{16 + 18}{2} = 17$$

انحراف معیار داده‌های بین اعداد ۱۱/۵ و ۱۷ را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{12 + 12 + 14 + 14 + 14 + 14 + 16 + 16}{8} = \frac{112}{8} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{2(12 - 14)^2 + 4(14 - 14)^2 + 2(16 - 14)^2}{8} = \frac{8 + 0 + 8}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\sigma^2 = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2} \simeq 1.4$$

داده	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی	۷	۳	۱	۳	۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۰

$$\bar{x} : \text{میانگین} = \frac{1 \times 7 + 2 \times 3 + 3 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 6}{7 + 3 + 1 + 3 + 6} = \frac{58}{20} = \frac{29}{10} = 2.9$$

$$\bar{x}_A = \frac{17 + 19 + 18 + 19 + 17}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۱

$$\bar{x}_B = \frac{20 + 18 + 16 + 17 + 19}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

میانگین نمرات هر دو دانش‌آموز یکسان است و داریم:

$$\sigma_A^2 = \frac{2(17 - 18)^2 + (18 - 18)^2 + 2(19 - 18)^2}{5} = \frac{2(1) + 0 + 2(1)}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(20 - 18)^2 + (18 - 18)^2 + (16 - 18)^2 + (17 - 18)^2 + (19 - 18)^2}{5} = \frac{4 + 0 + 4 + 1 + 1}{5} = 2$$

چون $\sigma_A^2 < \sigma_B^2$ ، پس عملکرد دانش‌آموز A بهتر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۲

$$2x - 5 = 7 \Rightarrow 2x = 7 + 5 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$x^2 - 29 = 7 \Rightarrow x^2 = 7 + 29 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6 \xrightarrow{x > 0} x = 6$$

پس داده‌ها به صورت ۱۳، ۷، ۷، ۷، ۴، ۲، ۲ بوده‌اند که میانگین آن‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{2(2) + 4 + 3(7) + 13}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} ۴۰۰ \text{ نفر کل} \\ ۱۲۰ = \text{فوق تخصص} \\ ۲۴۰ = \text{متخصص} \\ ۴۰ = ۴۰۰ - (۱۲۰ + ۲۴۰) = \text{پزشک عمومی} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ۲۰۰ \text{ نفر نمونه} \\ ۱۰ = \text{پزشک عمومی} \\ ۱۲۰ = \text{متخصص} \\ ۷۰ = ۲۰۰ - (۱۲۰ + ۱۰) = \text{فوق تخصص} \end{array} \right.$$

$$\text{آماره افراد فوق تخصص} = \frac{\text{عدد افراد فوق تخصص در نمونه انتخابی}}{\text{تعداد کل اعضای نمونه}} = \frac{۷۰}{۲۰۰} = \frac{۳۵}{۱۰۰} = ۰/۳۵$$

$$\text{پارامتر افراد متخصص} = \frac{\text{تعداد افراد متخصص در کل مرکز علمی}}{\text{تعداد کل اعضای جامعه}} = \frac{۲۴۰}{۴۰۰} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۰/۶۰$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{۰/۶۰}{۰/۳۵} = \frac{۶۰}{۳۵} = \frac{۱۲}{۷}$$

۲۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{۸ + ۱۱ + ۱۴ + ۵ + ۲ + ۲۰}{۶} = \frac{۶۰}{۶} = ۱۰$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(۸-۱۰)^2 + (۱۱-۱۰)^2 + (۱۴-۱۰)^2 + (۵-۱۰)^2 + (۲-۱۰)^2 + (۲۰-۱۰)^2}{۶}}$$

$$= \sqrt{\frac{۴ + ۱ + ۱۶ + ۲۵ + ۶۴ + ۱۰۰}{۶}} = \sqrt{\frac{۲۱۰}{۶}} = \sqrt{۳۵}$$

۲۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$Q_1 = \frac{۱۲ + ۱۳}{۲} = ۱۲/۵ \quad Q_3 = \frac{۱۸ + ۱۹}{۲} = ۱۸/۵$$

$$۱۱, \overbrace{۱۲, ۱۳}, ۱۴, ۱۵, ۱۷, \overbrace{۱۸, ۱۹}, ۲۰$$

داده‌های داخل جعبه عبارتند از داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم، یعنی:

$$۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۸ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۷ + ۱۸}{۵} = \frac{۷۷}{۵} = ۱۵/۴$$

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای راحتی محاسبات می‌توان از همه‌ی داده‌ها مقدار ثابتی را کم کرده، مثلاً از همه‌ی

داده‌ها ۴۰ واحد کم می‌کنیم که داده‌ها به صورت ۴، ۱۴، -۴، -۲، ۴، -۲، ۲ و ۸ درمی‌آیند:

$$\bar{x} = \frac{۸ + ۲ - ۲ + ۴ - ۲ - ۴ + ۱۴ + ۴}{۸} = \frac{۲۴}{۸} = ۳$$

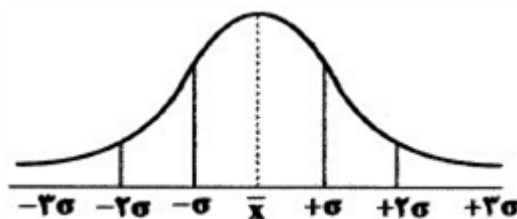
$$\sigma^2 = \frac{(۸-۳)^2 + (۲-۳)^2 + (-۲-۳)^2 + (۴-۳)^2 + (-۲-۳)^2 + (-۴-۳)^2 + (۱۴-۳)^2 + (۴-۳)^2}{۸}$$

$$= \frac{۲۵ + ۱ + ۲۵ + ۱ + ۲۵ + ۴۹ + ۱۲۱ + ۱}{۸} = \frac{۲۴۸}{۸} = ۳۱$$

$$S_D = \sigma = \sqrt{۳۱} \approx ۵/۵$$

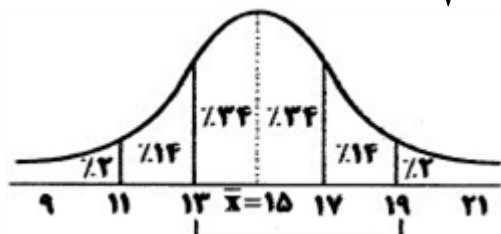
نکته: افزودن یا کاستن مقداری ثابت به همه‌ی داده‌ها، تأثیری روی واریانس و انحراف معیار ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم منحنی نرمال (خم بهنجار) در حالت کلی به صورت زیر است:



حال در این سؤال با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\bar{x} = 15, \sigma^2 = 4 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{4} = 2$$



با توجه به این که انحراف معیار $\sigma = 2$ است، پس:

فاصله‌ی ۱۹ - ۱۳ شامل $14\% + 34\% + 34\% = 82\%$ داده‌ها است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر n داده به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، میانگین آن‌ها را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

تعریف می‌شود:

با توجه به نکته داریم:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = 15 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 120$$

دو داده‌ی ۱۳ و ۱۸ حذف و به جای آن‌ها ۱۵ و ۲۰ جایگزین شده‌اند، پس:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_8 - 13 - 18 + 20 + 15 = 120 + 4 = 124$$

$$\text{بنابراین میانگین جدید برای این ۸ داده برابر است با: } \bar{x} = \frac{124}{8} = 15.5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: پس از مرتب کردن داده‌ها، مقداری که تعداد داده‌های بعد از آن با تعداد داده‌های قبل از آن برابر است، میانه است، اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه برابر داده وسطی است و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر با میانگین دو داده وسطی است.

نکته ۲: چارک اول، میانه داده‌های قبل از میانه و چارک سوم، میانه داده‌های بعد از میانه است.

نکته ۳: دامنه میان‌چارکی، یک معیار پراکندگی است که تفاضل چارک اول از چارک سوم است.

$$(IQR = Q_3 - Q_1)$$

با توجه به نکات ۱ و ۲، ابتدا میانه، چارک اول و چارک سوم داده‌های مرتب‌شده را به دست می‌آوریم:

$$12, 22, 25, 28, 30, 32, 40$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 چارک اول = Q_1 میانه = Q چارک سوم = Q_3

$$IQR = 32 - 22 = 10$$

با توجه به نکته ۳ داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مناسب‌ترین نمونه از میان نمونه‌های گفته شده گزینه ۳ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر n داده به صورت $x_1, \dots, x_2, x_n$ داشته باشیم، میانگین آن‌ها که با نماد $\bar{x}$ نشان

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

می‌دهیم، به صورت زیر تعریف می‌شود:

ابتدا به کمک نکته، مقدار x را می‌یابیم:

$$\frac{(x+5) + (11-x) + 6 + (3x+2)}{4} = 9 \Rightarrow 3x + 24 = 36 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

با جایگذاری مقدار ۴ به جای x ، داده‌ها به صورت ۱۴، ۶، ۷، ۹ به دست می‌آیند. از آنجایی که تعداد داده‌ها زوج است، میانه آن‌ها برابر میانگین دو داده وسطی مرتب شده است، بنابراین داریم:

$$Q_2 = \frac{9+7}{2} = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته ۱: میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته ۲: انحراف معیار داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد σ نشان می‌دهند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

تک تک موارد را بررسی می‌کنیم:

الف) اگر داده‌ها برابر باشند و به صورت $\overbrace{x_1, x_1, \dots, x_1}^{n}$ باشند، مطابق نکته ۱ داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_1 + x_1 + \dots + x_1}{n} = \frac{n \times x_1}{n} = x_1$$

پس میانگین هر تعداد داده برابر، با خود آن داده‌ها یکسان است و لزوماً صفر نیست.

ب) اگر n داده برابر $x_1, x_2, \dots, x_1$ را در نظر بگیریم، با توجه به مورد «الف» میانگین آن‌ها برابر با خود داده‌ها است، پس با توجه به نکته ۲ داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 + \dots + (x_n - x_n)^2}{n}} = 0$$

بنابراین این مورد درست است.

ج) این مورد نادرست است. مثال نقض زیر را در نظر بگیرید:

یک بار واریانس داده‌های ۱، ۲ و ۳ را و یک بار واریانس داده‌های ۲، ۴ و ۶ را که دو برابر داده‌های قبلی است، به دست

$$\bar{x}_1 = \frac{1+2+3}{3} = 2 \quad \text{می‌آوریم. داریم:}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{(1-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{2+4+6}{3} = 4$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2}{3} = \frac{8}{3}$$

واریانس داده‌ها برابر $\frac{2}{3}$ و واریانس دو برابر داده‌ها برابر $\frac{8}{3}$ شد.

تذکر: اگر داده‌ها n برابر شوند، واریانس آن‌ها n^2 برابر می‌شود.

۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: به اختلاف میان چارک اول و سوم داده‌ها، دامنه میان چارکی می‌گوییم که با IQR نشان می‌دهیم.

باید مطابق نکته، چارک اول و سوم را به‌دست آوریم، پس ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳, ۷, ۱۲, ۲۵, ۲۶, ۲۹, ۳۵, ۴۱

تعداد داده‌ها ۸ است، پس میانه (چارک دوم) برابر با میانگین دو داده چهارم و پنجم است. حال نیمه اول و دوم داده‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$Q_2 = 25/5$$

$$\underbrace{3, 7, 12, 25}_{\text{نیمه اول}} \quad \underbrace{26, 29, 35, 41}_{\text{نیمه دوم}}$$

از آنجایی که این دو نیمه هر کدام دارای ۴ داده است، پس میانگین دو داده وسط در نیمه اول، چارک اول و میانگین دو داده وسط در نیمه دوم، چارک سوم است:

$$Q_1 = \frac{7 + 12}{2} = 9/5 \quad \text{و} \quad Q_3 = \frac{29 + 35}{2} = 32$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 32 - 9/5 = 22/5$$

پس خواهیم داشت:

۳۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$4C = 55 - 31 = 24 \Rightarrow C = 6 \text{ (طول دسته)}$$

دسته‌ها باید به نوعی باشند که مجموع طول آن‌ها از دامنه‌ی تغییرات کم‌تر نباشد. پس اگر تعداد دسته‌ها را با y

$$6y \geq 70 \Rightarrow y_{\min} = 12$$

نمایش دهیم:

$$x_v + 5/5C = 55 + 33 = 88$$

کران بالای دسته‌ی دوازدهم برابر است با:

۳۶

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 14 = \frac{\sum x_i}{10} \Rightarrow \sum x_i = 140$$

$$(مجموع داده‌ها) 140 - (12 + 16) = 112 : \text{ دو داده ۱۲ و ۱۶}$$

نکته: میانگین داده‌های ۱۲ و ۱۶ برابر ۱۴ می‌باشد پس در میانگین کل تأثیری نمی‌گذارد.

۳۷

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۳۸

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر تفاضل‌ها از میانگین تخمینی را به‌عنوان داده‌های جدید در نظر بگیریم، برای به‌دست

آوردن میانگین اصلی، باید میانگین داده‌های جدید را حساب کرده و با میانگین تخمینی جمع کنیم، داریم:

$$-4 = 0 + 3 + (-5) + 1 + (-4) + 2 + 2 + (-3) : \text{ مجموع داده‌های جدید}$$

$$\bar{x} = 17 + \frac{-4}{8} = 16/5$$

۳۹

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تمامی متغیرهای تصادفی قابل اندازه‌گیری نیستند. این دسته از متغیرهای تصادفی را

متغیر کیفی می‌نامیم.

۴۰

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

