



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۸/۱۰

عنوان آزمون : تست امار و احتمال یازدهم

ریاضی درس ۱

۱) عکس کدامیک از گزاره‌های زیر الزاماً درست نیست؟

۱) اگر $\hat{A} = \hat{B}$ آنگاه مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

۲) اگر x عددی فرد باشد، x^2 عددی فرد است.

۳) اگر در صفحه دو خط موازی باشند، همدیگر را قطع نمی‌کنند.

۴) اگر $(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$ ، آنگاه $p \Leftrightarrow q$

۲) عبارت $\sim [\forall x \in A (\exists y \in B (x + y < 1 \wedge x - y > -1))]$ معادل است با:

۱) $\exists x \in A ; (\forall y \in B ; (x + y \geq 1 \wedge x - y \leq -1))$ ۲) $\exists x \in A ; (\exists y \in B ; (x + y \geq 1 \wedge x - y \leq -1))$

۳) $\exists x \in A ; (\forall y \in B ; (x + y \geq 1 \vee x - y \leq -1))$ ۴) $\exists x \in A ; (\exists y \in B ; (x + y \geq 1 \vee x - y \leq -1))$

۳) اگر $A = [1, 4]$ و $B = [3, 7]$ و $C = [-1, 2]$ و $D = [3, 5]$ باشد، مساحت $A \times B - C \times D$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۹ ۴) ۸

۴) اگر ۲ عضو از مجموعه‌ی A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۹۲ واحد کم می‌شود. مجموعه‌ی A چند زیرمجموعه‌ی دو عضوی دارد؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۸ ۳) ۳۶ ۴) ۴۵

۵) اگر $A_n = [n-1, n+1]$ و $X = A_1 \times A_2$ و $Y = A_2 \times A_3$ مساحت ناحیه $(X - Y) \cup (Y - X)$ کدام گزینه است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۶) اگر p گزاره‌ی نادرست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، در این صورت کدام گزاره‌ی زیر همواره درست است؟

۱) $p \wedge (q \vee r)$ ۲) $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

۳) $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge r)$ ۴) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

۷) اگر دو گزاره زیر درست باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر قطعاً درست خواهد بود؟

الف- اگر تیم بحرین پیروز نشود آن‌گاه تیم ملی ایران به جام جهانی صعود می‌کند.

ب- اگر تیم بحرین پیروز شود آن‌گاه تیم ملی ایران به جام جهانی صعود می‌کند.

۱) تیم بحرین پیروز می‌شود و ایران به جام جهانی صعود می‌کند.

۲) تیم بحرین پیروز نمی‌شود یا ایران به جام جهانی صعود نمی‌کند.

۳) اگر تیم ملی ایران به جام جهانی صعود نکند آن‌گاه تیم بحرین پیروز نشده است.

۴) تیم ملی ایران به جام جهانی صعود می‌کند اگر و تنها اگر تیم بحرین پیروز نشود.

۸ کدام هم‌ارزی نادرست است؟

$(p \Leftrightarrow q) \equiv ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$ ۲

$p \wedge (q \vee p) \equiv q$ ۱

$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ ۴

$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ ۳

۹ جدول ارزش‌گذاری الف دارای ۵۱۲ ردیف و جدول ارزش‌گذاری ب دارای ۲۵۶ ردیف می‌باشد. تعداد گزاره‌های جدول الف چند برابر تعداد گزاره‌های جدول ب است؟

۴ ۴

۲ ۳

$\frac{9}{8}$ ۲

$\frac{8}{5}$ ۱

۱۰ اگر ارزش گزاره‌ی $p \wedge (\sim q \wedge r)$ همواره درست باشد، ارزش گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim r \Leftrightarrow q$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (F همواره نادرست - T همواره درست)

$F - T$ ۴

$F - F$ ۳

$T - F$ ۲

$T - T$ ۱

۱۱ اگر p و q دو گزاره‌ی دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره‌ی زیر، همواره درست است؟ ($F \equiv$ نادرست و $T \equiv$ درست)

$\sim(\sim p) \wedge \sim p$ ۲

$\sim p \wedge F$ ۱

$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ ۴

$(\sim p \wedge F) \vee (\sim p \vee T)$ ۳

۱۲ متمم مجموعه‌ی $[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')]$ کدام است؟

$A' \cap B'$ ۴

$A \cup B$ ۳

A' ۲

A ۱

۱۳ از درستی گزاره‌های $r \Rightarrow s$ ، $t \vee \sim s$ ، $\sim t \vee u$ ، $\sim u$ و $\sim p \Rightarrow r$ ، به درستی کدام گزاره نتیجه می‌شود؟

s ۴

r ۳

t ۲

p ۱

۱۴ مجموعه‌ی $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^3 - 4)(x^2 - 2)(x^2 + 1)(3x - 1) = 0\}$ چند زیرمجموعه‌ی ناتهی سره دارد؟

۳۱ ۴

۳۰ ۳

۷ ۲

۶ ۱

۱۵ حاصل $[(A - B') \cup (A \cup (B - A))] \cap A$ کدام است؟

$\emptyset$ ۴

$A - B$ ۳

$A \cap B$ ۲

A ۱

۱۶ اگر $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \notin B)$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

$A' \subseteq B'$ ۴

$B - A = \emptyset$ ۳

$A - B = \emptyset$ ۲

$B \subseteq A'$ ۱

۱۷ ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

ب) $\{5 > 3\} \vee \{0 = 1 + x^2\}$

الف) $\{2 < 3\} \wedge \{2 + 3 = 10\}$

ت) اگر $a \in \{b\}$ آن‌گاه $a = b$ و بالعکس

پ) $\left\{\frac{3}{6} \neq \frac{1}{2}\right\} \vee 1 \in \{2, 3, 4\}$

۱۸ اگر ارزش گزاره‌های A و B درست و ارزش گزاره‌های C و D نامشخص باشد، کدام‌یک از گزاره‌های زیر قطعاً دارای ارزش درست است؟

$(D \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow C)$ ۲

$(A \vee B) \Rightarrow (C \wedge B)$ ۱

$(\sim A \Rightarrow D) \Leftrightarrow (B \vee \sim A)$ ۴

$(A \Rightarrow \sim D) \wedge (B \vee \sim C)$ ۳

- ۱۹ ارزش گزاره‌های شرطی و دو شرطی زیر را مشخص کنید، سپس نقیض هریک را بنویسید.
 (۱) اگر دو مثلث همنهشت باشند، آن‌گاه دو مثلث دارای مساحت‌ها برابر می‌باشند.
 (۲) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آن‌گاه قطرهای آن با هم برابرند.
 (۳) $(2^x = 4) \Leftrightarrow (2^y = 2)$
 (۴) اگر a بر b بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه a^n بر b^n بخش‌پذیر است.

۲۰ ارزش‌های گزاره‌ای سوری زیر را تعیین کنید و نقیض هریک را بنویسید.

$$\begin{aligned} \text{(ت)} \quad & \forall x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \geq 2 \\ \text{(ب)} \quad & \forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \\ \text{(پ)} \quad & \forall x \in \mathbb{Z} : \frac{4-x^2}{2+x} = 2-x \end{aligned}$$

۲۱ مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d\}$ دارای چند زیرمجموعه‌ی شامل a است که b را شامل نگردد؟

- ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۲۵ (۳) ۳۲ (۴)

۲۲ اگر A و B دو مجموعه‌ی ناتهی باشند و $A - B = B - A$ آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- $A = B'$ (۴) $A = B$ (۳) $A \subset B'$ (۲) $B' \subseteq A$ (۱)

۲۳ اگر $A \subseteq B \subseteq C$ ، آن‌گاه $(A \Delta B) \Delta C$ کدام است؟

- $C - B$ (۴) $C - (B - A)$ (۳) $C - A$ (۲) C (۱)

۲۴ اگر $A = \{x^2 - x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 5\}$ و $B = \{2^x + 2^{-x} \mid x \in \mathbb{N}, x < 2\}$ آن‌گاه $A \times B - B'$ چند عضو دارد؟

- ۳ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

۲۵ اگر $A_n = \{n, n+1, n+2, \dots, 4n\}$ باشد آن‌گاه $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ چند عضو دارد؟

- ۲۴ (۱) ۳۲ (۲) ۲۱ (۳) ۸ (۴)

۲۶ برای سه مجموعه‌ی دلخواه A, B و C ، حاصل $[A - (B \cup C)]$ همواره کدام است؟

- $(A - B) \cup C$ (۴) $(A - B) \cap C$ (۳) $(A \cap B) - C$ (۲) $(A - B) - C$ (۱)

۲۷ اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، چند مجموعه مانند x در رابطه‌ی $(A - B) \subseteq X \subseteq (A \Delta B)$ صدق می‌کند؟

- ۱۶ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۲۸ با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

الف) $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = A$

ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

۲۹ رابطه‌ی زیر را ثابت کنید: $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$

اگر داشته باشیم: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ، $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ، $C = \{3, 4, 5, 6\}$ ، به چهار سؤال بعدی پاسخ دهید:

۳۰ مللوب است: A'

۳۱ مللوب است: $(A \cap C)'$

۳۲ مللوب است: $B - C$

۳۳ مللوب است: $(A \cup B)'$

۱) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عکس همه گزینه‌ها درست است به جز گزینه ۱ زیرا اگر $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین باشد الزاماً $\hat{A} = \hat{B}$ نیست بلکه ۲ زاویه از ۳ زاویه با هم برابر خواهند بود.

۲) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sim[\forall x \in A ; (\exists y \in B ; (x + y < 1 \wedge x - y > -1))]$$

$$\stackrel{(1)}{=} \exists x \in A ; \sim(\exists y \in B ; ((x + y < 1) \wedge (x - y > -1)))$$

$$\stackrel{(2)}{=} \exists x \in A ; (\forall y \in B ; \sim((x + y < 1) \wedge (x - y > -1)))$$

$$\stackrel{(3)}{=} \exists x \in A ; (\forall y \in B ; (\sim(x + y < 1) \vee \sim(x - y > -1)))$$

$$\stackrel{(4)}{=} \exists x \in A ; (\forall y \in B ; (x + y \geq 1) \vee (x - y \leq -1))$$

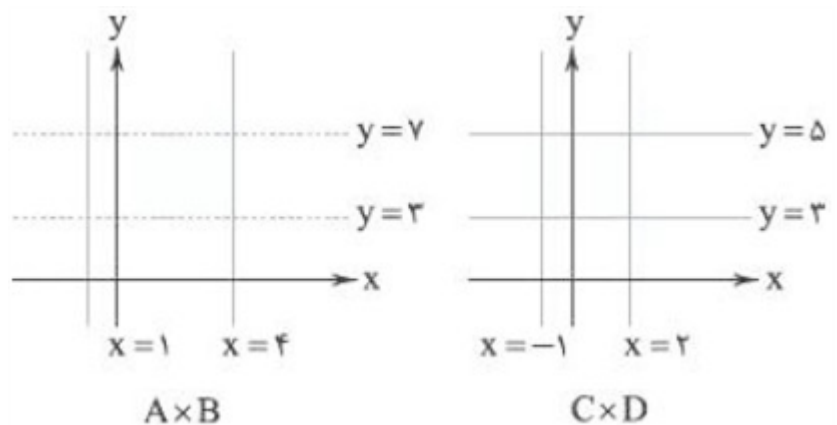
(۱) نقیض سور عمومی، سور وجودی است.

(۲) نقیض سور وجودی، سور عمومی است.

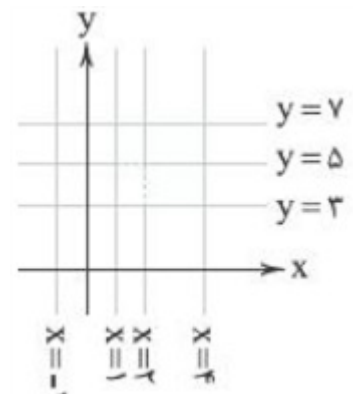
(۳) قانون دمورگان

(۴) نقیض گزاره‌ها

۳) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار $A \times B$ و $C \times D$ را رسم می‌کنیم:



حال این دو نمودار را در یک دستگاه مختصات نشان می‌دهیم:



ناحیه رنگ شده حاصل $A \times B - C \times D$ می‌باشد.

$$S = 3 \times 4 - 1 \times 2 = 10$$

مساحت آن برابر است با:

۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یک مجموعه‌ی n عضوی دارای 2^n زیرمجموعه است. فرض کنید مجموعه‌ی A دارای n عضو باشد. با کاهش ۲ عضو از این مجموعه، تعداد اعضای آن برابر $(n-2)$ خواهد بود. در نتیجه داریم:

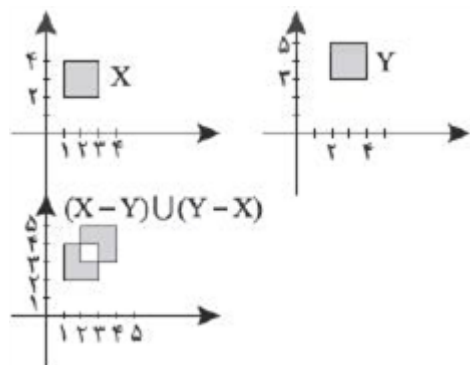
$$2^n - 2^{n-2} = 192 \Rightarrow 2^n - 2^n \times 2^{-2} = 192 \Rightarrow 2^n - \frac{1}{4} \times 2^n = 192 \Rightarrow \frac{3}{4} \times 2^n = 192$$

$$\Rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \Rightarrow n = 8$$

$$A \text{ تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی } = \binom{8}{2} = 28$$

۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



توجه:

$$X \cap Y = (A_r \times A_r) \cap (A_r \times A_r) = (A_r \cap A_r) \times (A_r \cap A_r)$$

$$L_1 = 1$$

$$= [2, 3] \times [3, 4]$$

$$\Rightarrow S(X \cap Y) = L_1 \times L_2 = 1 \times 1 = 1$$



طول پاره خط

$$S((X - Y) \cup (Y - X)) = S(X - Y) + S(Y - X) - \underbrace{S((X - Y) \cap (Y - X))}_{\emptyset}$$



مساحت

$$[S(X) - S(X \cap Y)] + [S(Y) - S(Y \cap X)]$$

$$S(X) + S(Y) - S(X \cap Y) = 2 \times 2 + 2 \times 2 - 1 \times 1 = 7$$



$$L(A_r) \times L(A_r)$$



طول

$$L(A_r) \times L(A_r)$$

۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون p نادرست است، پس گزاره‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست است. در نتیجه تالی گزاره‌ی $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q)$ درست بوده و این گزاره‌ی شرطی درست است.

۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به این‌که دو گزاره صورت سؤال درست است، در واقع $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ دو گزاره درست است، پس قطعاً گزاره q درست است و p گزاره دلخواهی است، بنابراین ایران به جام جهانی صعود می‌کند، درست و پیروز شدن یا نشدن تیم بحرین مشخص نیست.

گزینه (۳) با توجه به انتفای مقدم درست است.

۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است. هم‌ارزی‌های زیر به نام قوانین جذب همواره برقرار هستند.

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p, p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

(۲) همواره درست است.

(۳) گزاره‌ی $(\neg q \Rightarrow \neg p)$ عکس نقیض گزاره‌ی $(p \Rightarrow q)$ و با آن هم‌ارزش است.

(۴) هم‌ارزی‌های زیر به نام قوانین دموگان همواره برقرار هستند.

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q, \neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر n تعداد گزاره‌های جدول الف و m تعداد گزاره‌های جدول ب باشد، داریم:

$$\text{الف)} \quad 2^n = 512 \Rightarrow 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$$

$$\text{ب)} \quad 2^m = 256 \Rightarrow 2^m = 2^8 \Rightarrow m = 8 \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{9}{8}$$

۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با بررسی گزاره‌ی داده شده داریم:

$$p \wedge (\neg q \wedge r) \equiv T \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ \neg q \wedge r \equiv T \end{cases}$$

$$\neg q \wedge r \equiv T \Rightarrow \begin{cases} \neg q \equiv T \Rightarrow q \equiv F \\ r \equiv T \end{cases}$$

$$p \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad \text{در نتیجه:}$$

$$q \Leftrightarrow \neg r \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) \neg p \wedge F \equiv F$$

$$۲) \neg(\neg p) \wedge (\neg p) \equiv p \wedge \neg p \equiv F$$

$$۳) \underbrace{(\neg p \wedge F)}_F \vee \underbrace{(\neg p \vee T)}_T \equiv F \vee T \equiv T$$

(۴) اگر ارزش گزاره‌ی p نادرست باشد، آنگاه ارزش دو گزاره‌ی $(p \vee q)$ و $(p \vee \neg q)$ مخالف یکدیگر است و در نتیجه ارزش ترکیب عطفی این دو گزاره نادرست است.

۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق قانون جذب، $A \cap (A \cup B) = A$ است. از طرفی $(A - B)$ و $(B \cap A')$ دو مجموعه‌ی جدا

از هم هستند، بنابراین داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')] = A \cup (A - B)$$

$$= \underbrace{A \cup (A \cap B')}_{\text{قانون جذب}} = A \xrightarrow{\text{متمم}} A'$$

۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\neg u$ ارزش درست دارد، پس ارزش u نادرست است. حال چون $\neg t \vee u$ ارزش درست دارد. پسباید لزوماً $\neg t$ ارزش درست داشته باشد. در این صورت t ارزش نادرست دارد. اکنون چون $t \vee \neg s$ ارزش درست و t ارزشنادرست دارد پس $\neg s$ درست و در نتیجه s ارزش نادرست دارد. از طرفی $r \Rightarrow s$ درست است، پس r لزوماً نادرست است.به‌طور مشابه چون $\neg p \Rightarrow r$ ارزش درست و r ارزش نادرست دارد، پس $\neg p$ لزوماً نادرست است و در نتیجه p درست است.

۱۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^4 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{2} \notin Q \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد} \\ 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \left\{ -2, \frac{1}{3}, 2 \right\}$$

مجموعه‌ی A ، سه عضوی است، پس $2^2 = 4$ زیرمجموعه و $2^2 - 2 = 2$ زیرمجموعه‌ی ناتهی سره دارد.

۱۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته : $A - B = A \cap B'$

نکته : $(A')' = A$

نکته : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

نکته: اگر $A \subseteq B$ ، آن‌گاه $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$

$$\begin{aligned} [(A - B') \cup (A \cup (B - A))] \cap A &= [(A \cap (B')') \cup (A \cup (B \cap A'))] \cap A \\ &= [(A \cap B) \cup ((A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_U)] \cap A = [(A \cap B) \cup (A \cup B)] \cap A \\ &= (A \cup B) \cap A = A \end{aligned}$$

۱۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق تعریف زیرمجموعه به کمک نمادهای ریاضی داریم:

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow \overbrace{x \notin B}^{x \in B'}) \Leftrightarrow A \subseteq B'$$

طبق اثبات ویژگی ۲ در روش عضوگیری دلخواه داریم:

$$A \subseteq B' \Leftrightarrow (B')' \subseteq A' \Leftrightarrow B \subseteq A'$$

توجه کنید که طبق رابطه‌ی $A \subseteq B'$ ، $A \cap B = \phi$ ، در نتیجه $A - B = A$ و $B - A = B$ می‌باشد.

۱۷ الف) غلط $\wedge$ درست = غلط

ب) درست $\vee$ غلط = درست

پ) غلط $\vee$ غلط = غلط

ت) $f \Leftrightarrow f \equiv t$

گزاره ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی ۱: ترکیب کلی این گزینه یک ترکیب شرطی می‌باشد. مقدم این ترکیب دارای ارزش درست می‌باشد و برای تعیین کردن ارزش این ترکیب باید ارزش تالی آن را نیز داشته باشیم. حال آن‌که برای تعیین کردن ارزش تالی این ترکیب به دانستن ارزش گزاره‌ی C نیاز داریم. پس نمی‌توان ارزش این گزاره را تعیین کرد.

گزینه‌ی ۲: ترکیب کلی این گزاره یک ترکیب دو شرطی می‌باشد. برای تعیین کردن ارزش یک ترکیب دو شرطی به دانستن ارزش هر دو گزاره‌ی تشکیل‌دهنده‌ی آن نیاز داریم. حال آن‌که برای تعیین کردن ارزش گزاره‌ی $(A \Leftrightarrow C)$ ، نیازمند دانستن ارزش گزاره‌ی C می‌باشیم. پس ارزش کلی ترکیب را نمی‌توان مشخص کرد.

گزینه‌ی ۳: ترکیب کلی این گزینه یک ترکیب عطفی می‌باشد. گزاره‌ی دوم این ترکیب یعنی $(B \vee \sim C)$ دارای ارزش درست است. اما برای مشخص کردن ارزش گزاره‌ی $(A \Rightarrow \sim D)$ نیازمند دانستن ارزش گزاره‌ی D می‌باشیم. پس ارزش این گزاره را نیز نمی‌توان مشخص کرد.

گزینه‌ی ۴: ترکیب کلی این گزینه یک ترکیب دو شرطی می‌باشد که ارزش گزاره‌ی اول آن درست و ارزش گزاره‌ی دوم آن نیز درست می‌باشد. پس ارزش ترکیب دو شرطی این دو گزاره نیز درست می‌باشد.

۱) در این گزاره‌ی شرطی ارزش مقدم و تالی درست است، پس ارزش گزاره‌ی شرطی نیز درست است.

نقیض گزاره: «دو مثلث همنهشت هستند و دو مثلث دارای مساحت برابر نیستند.»

۲) در این گزاره‌ی شرطی ارزش مقدم و تالی درست است، پس ارزش گزاره‌ی شرطی درست است.

نقیض گزاره: «یک چهارضلعی مربع است و قطرهای آن با هم برابر نیستند.»

۳) در این گزاره‌ی دو شرطی ارزش گزاره‌ی « $۲^۲ = ۴$ » درست و ارزش گزاره‌ی « $۲' = ۲$ » نادرست است، پس ارزش گزاره‌ی دوشروطی نادرست است.

نقیض گزاره: $(۲' \neq ۲) \Leftrightarrow (۲^۲ = ۴) \vee (۲' = ۲) \Leftrightarrow (۲^۲ \neq ۴)$

۴) در این گزاره‌ی شرطی به دلیل آن‌که مقدم و تالی درست است، ارزش گزاره‌ی شرطی درست است.

نقیض گزاره: «a و b بخش‌پذیر است و a^n بر b^n بخش‌پذیر نیست.»

۱) نادرست است، زیرا $x = ۲$ یک مثال نقض برای آن است. $\left(\frac{۳}{۲} \not\geq ۲\right)$

$$\sim \left(\forall x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} \geq ۲ \right) \equiv \exists x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} < ۲ \equiv \exists x \in \mathbb{N} : \frac{x+1}{x} < ۲$$

ب) درست است، زیرا اتحاد مزدوج می‌باشد و به ازای هر عدد حقیقی برقرار است.

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R} : x^۲ - ۱ = (x-1)(x+1))$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} : x^۲ - 1 \neq (x-1)(x+1)$$

پ) نادرست است، زیرا به ازای $x = -۲$ مخرج کسر صفر شده و عبارت تعریف نشده است.

$$\sim \left(\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{۴-x^۲}{۲+x} = ۲-x \right) \equiv \exists x \in \mathbb{Z} : \frac{۴-x^۲}{۲+x} \neq ۲-x$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. بدون در نظر گرفتن a و b، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $\{c, d, e\}$ برابر است

$$۲^۳ = ۸$$

با:

کافی است که به هر کدام از این زیرمجموعه‌ها، عضو a را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌هایی شامل a به دست آید که b را نیز شامل نمی‌شود.

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر، همان ۸ تا است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $A - B$ و $B - A$ دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند به فرض $A - B = B - A$ الزاماً حاصل

$$A - B = \emptyset \Rightarrow A \subset B, B - A = \emptyset \Rightarrow B \subset A \Rightarrow A = B$$

۲۳

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با فرض این‌که $A \subseteq B$ می‌توان تفاضل متقارن دو مجموعه را ساده‌تر نوشت:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \phi \cup (B - A) = B - A$$

برای ساده کردن $(B - A) \Delta C$ نیز می‌توان مجدداً از مطلب فوق استفاده کرد، زیرا $(B - A) \subseteq C$. پس داریم:

$$(B - A) \Delta C = (C - (B - A)) \cup ((B - A) - C) = (C - (B - A)) \cup \phi = C - (B - A)$$

۲۴

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \{۳, ۷, ۱۳\}, B = \left\{ \frac{۵}{۲} \right\}$$

$$n((A \times B) - B^2) = n((A \times B) - (B \times B)) = n(A - B) \times n(B) = ۳$$

۲۵

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = \{1, 2, 3, 4\} \\ A_2 = \{2, 3, 4, \dots, 8\} \\ A_3 = \{3, 4, 5, \dots, 12\} \\ \vdots \\ A_n = \{n, n+1, n+2, \dots, 4n\} \end{array} \right\} \Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \{1, 2, \dots, 32\}$$

۲۶

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

$$= (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$$

۲۷

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - B = \{۱\}$$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{۱\} \cup \{۵, ۶, ۷\} = \{۱, ۵, ۶, ۷\}$$

$$\Rightarrow \{۱\} \subseteq X \subseteq \{۱, ۵, ۶, ۷\} \Rightarrow X = \{۱, \square, \square, \square\}$$

جاهای خالی بالا، حداکثر توسط سه عضو ۵، ۶ و ۷ می‌تواند پر شود، که هرکدام ۲ حالت دارند. در این صورت تعداد

$$۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

مجموعه‌های X برابر است با:

۲۸

$$\text{الف)} (C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = (C \cap A \cap B) \cup (A \cap C') \cup (A \cap B') =$$

$$A \cap [(C \cap B) \cup (C' \cup B')] = A \cap [(C \cap B) \cup (C \cap B)] = A \cap U = A$$

$$\left(\frac{۰}{۲۵} \right)$$

$$\left(\frac{۰}{۲۵} \right)$$

$$\left(\frac{۰}{۲۵} \right)$$

$$\text{ب)} A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B \left(\frac{۰}{۲۵} \right) \Rightarrow (A \cup B)' = B' \left(\frac{۰}{۲۵} \right) \Rightarrow$$

$$A' \cap B' = B' \left(\frac{۰}{۲۵} \right) \Rightarrow B' \subseteq A' \left(\frac{۰}{۲۵} \right)$$

: اثبات از چپ به راست

$$A \times B = \emptyset \Rightarrow n(A \times B) = n(\emptyset) \Rightarrow n(A) \times n(B) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} n(A) = \cdot \Rightarrow A = \emptyset \\ \text{یا} \\ n(B) = \cdot \Rightarrow B = \emptyset \end{cases}$$

: اثبات از راست به چپ

$$A \times B \neq \emptyset \Rightarrow \exists (x, y) \in A \times B \Rightarrow x \in A \times y \in B \Rightarrow$$

یعنی A و B هر دو عضو دارند ولی مطابق فرض $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ پس فرض خلف غلط است $\Leftarrow$

$$A \times B = \emptyset$$

$$A' = U - A = \{\delta, \epsilon, \gamma, \alpha, \eta\}$$

$$A \cap C = \{\tau, \phi\} \Rightarrow (A \cap C)' = U - (A \cap C) = \{\lambda, \nu, \delta, \epsilon, \gamma, \alpha, \eta\}$$

$$B - C = \{\nu, \alpha\}$$

$$A \cup B = \{\lambda, \nu, \tau, \phi, \epsilon, \alpha\} \Rightarrow (A \cup B)' = U - (A \cup B) = \{\delta, \gamma, \eta\}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴

