



نام و نام خانوادگی :

نام درس :

نام دبیر :

عنوان آزمون :

تاریخ برگزاری

تست آمار و احتمال یازدهم

۱۴۰۴/۰۸/۱۰

ریاضی درس ۲

۱ عددی به تصادف از $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه نسبت به عدد ۲۴ اول باشد کدام است؟

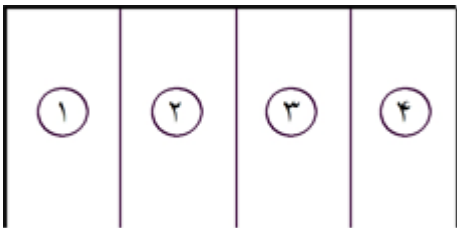
۰/۴۴ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲۳ (۱)

۲ بازیکن فوتبالی به سمت دروازه شوت می‌کند. احتمال آنکه توپ وارد دروازه نشود برابر ۰/۲ است. طبق شکل احتمال آنکه توپ از ناحیه‌ی شماره‌ی ۱، ۲، ۳، ۴ وارد دروازه شود برابر $P(k) = (3k - 1)x$ است. احتمال آنکه توپ از ناحیه شماره‌ی ۳ وارد دروازه شود چقدر است؟



$\frac{16}{65}$ (۴)

$\frac{5}{13}$ (۳)

$\frac{4}{13}$ (۲)

$\frac{23}{65}$ (۱)

۳ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S ، $P(A') = \frac{2}{3}$ و $P(A' \cup B') = \frac{4}{5}$ باشد، آنگاه $P(A - B)$ کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{15}$ (۲)

$\frac{2}{15}$ (۱)

۴ کدام مقدار x به مجموعه جواب گزاره نمای «در پرتاب دو تاس، احتمال آنکه مجموع برابر x شود، $\frac{1}{12}$ است.» تعلق دارد؟

۸ (۴)

۹ (۳)

۱۰ (۲)

۱۱ (۱)

۵ مریم در هریک از آزمون‌های فیزیک و ریاضی ۷۰٪ توانایی کسب نمره کامل را دارد ولی اگر نتواند نمره کامل را در هریک از آن‌ها بگیرد توانایی او برای کسب نمره کامل در درس بعدی به ۶۰٪ می‌رسد، احتمال آن‌که در هیچ امتحانی نمره کامل نگیرد چقدر است؟

۰/۰۸ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۲۸ (۱)

۶ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به‌طوری که $P(A \cap B) = ۰/۲$ و $P(A \cap B') = ۰/۴$ ، حاصل $P(A' \cap B')$ کدام است؟

$\frac{8}{15}$ (۴)

$\frac{2}{15}$ (۳)

$\frac{7}{15}$ (۲)

$\frac{4}{15}$ (۱)

۷ با جایگشت ارقام ۱، ۳، ۴، ۵ و ۶ اعداد سه‌رقمی ساخته‌ایم. اگر یک عدد از بین این اعداد را به تصادف انتخاب کنیم، با چه احتمالی، حاصل ضرب ارقام آن زوج است؟

۰/۹ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

۸

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = 0/3$ ، $P(B) = 0/2$ و $P(A' | B') = 0/8$ ، آن‌گاه $P(A|B)$ کدام است؟

۰/۷ (۴)

۰/۲ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۵ (۱)

۹

در ظرفی ۶ مهره ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه وجود دارند. مهره‌ها را به توالی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. اگر مهره‌ی سوم خارج شده سیاه باشد، چه‌قدر احتمال دارد مهره‌ی اول و دوم سفید باشند؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{7}{12}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

۱۰

هریک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ است؟

۰/۶ (۴)

۰/۵ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۳ (۱)

۱۱

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن‌گاه حاصل $P(A|B) + P(B|A)$ برابر کدام گزینه است؟

$P(A \cup B) - P(A \cap B)$ (۲)

$P(A \cup B)$ (۱)

$P(A \cap B)$ (۴)

$P(A \cup B) + P(A \cap B)$ (۳)

۱۲

اگر A و B دو پیشامد مستقل از فضای نمونه‌ای S باشند و $n(A) = n(B) + 2 = n(A \cup B) - 2 = 8$ باشد، با چه احتمالی A یا B رخ می‌دهد؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{5}{6}$ (۱)

۱۳

در ایام زمستان اگر هوای شهر تهران در یک روز سالم باشد، به احتمال $\frac{7}{10}$ هوای فردای آن روز سالم است و اگر هوای تهران ناسالم باشد، به احتمال $\frac{2}{10}$ هوای فردای آن روز سالم خواهد بود. اگر هوا در روز شنبه ناسالم باشد، چه‌قدر احتمال دارد هوای روزهای یک‌شنبه و دوشنبه سالم و هوای سه‌شنبه ناسالم باشد؟

۰/۰۹۸ (۴)

۰/۳۴۳ (۳)

۰/۰۱۶ (۲)

۰/۰۴۲ (۱)

۱۴

در یک ظرف دو گوی سفید و یک گوی سیاه قرار دارد. هر بار یک گوی به تصادف از ظرف بیرون می‌آوریم و رنگ آن را مشاهده می‌کنیم. اگر سیاه باشد آن را به همراه دو گوی سیاه دیگر به ظرف برمی‌گردانیم و اگر سفید باشد آن را به همراه یک گوی سفید دیگر به ظرف برمی‌گردانیم. عمل انتخاب گوی را ۳ بار انجام می‌دهیم. احتمال این‌که به ترتیب سیاه، سفید و سفید بیرون بیایند، کدام است؟

$\frac{2}{27}$ (۴)

$\frac{1}{15}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۱۵

در جعبه‌ای ۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. هر بار به تصادف مهره‌ای از این جعبه انتخاب کرده و بعد از ثبت رنگ آن، مهره را به جعبه برمی‌گردانیم. احتمال آنکه حداقل ۳ آزمایش لازم باشد تا اولین مهره سفید مشاهده شود، کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۱۶

جعبه‌ای محتوی ۲ مهره زرد، ۲ مهره قرمز و یک مهره آبی است. دو مهره به تصادف و با جای‌گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. احتمال این‌که حداکثر یک مهره زرد رنگ باشد، کدام است؟

۰/۷۸ (۴)

۰/۷۲ (۳)

۰/۹ (۲)

۰/۸۴ (۱)

کیسه‌ای شامل ۶ مهره قرمز و ۸ مهره آبی می‌باشد. مهره‌ای را به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم و پس از مشاهده رنگ آن، دو مهره از همان رنگ به کیسه برمی‌گردانیم، سپس مهره‌ای را از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که مهره‌ی خارج شده قرمز باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{7}$ ۲) $\frac{3}{14}$ ۳) $\frac{5}{14}$ ۴) $\frac{3}{7}$

۱۸) اگر A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S و $P(A \cup B) = 5P(A \cap B)$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{P(A) + P(B)}{2P(A \cup B) - 2P(A \cap B)}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{13}$ ۲) $\frac{6}{13}$ ۳) $\frac{4}{7}$ ۴) $\frac{6}{7}$

۱۹) در صندوقی تعدادی سکه وجود دارد که ۷۰ درصد آن‌ها طلا می‌باشند. اگر ۱۵ سکه را از صندوق (با جایگذاری) خارج کنیم، احتمال آن‌که ۵ تا از سکه‌ها طلا نیاشد، کدام است؟

۱) $1 - \left(\frac{15}{10}\right) \left(\frac{7}{10}\right)^{10} \left(\frac{3}{10}\right)^5$ ۲) $\left(\frac{15}{10}\right) \left(\frac{7}{10}\right)^{10} \left(\frac{3}{10}\right)^5$

۳) $\left(\frac{15}{5}\right) \left(\frac{3}{10}\right)^{10} \left(\frac{7}{10}\right)^5$ ۴) بستگی به تعداد سکه‌های درون صندوق دارد.

۲۰) در پرتاب یک تاس احتمال رو شدن هر عدد متناسب با همان عدد است. احتمال این‌که عدد رو شده کمتر از ۴ باشد را بیابید.

۲۱) در یک مسابقه بین علی، حمید و رضا، احتمال اول شدن علی و حمید با هم برابر و احتمال اول شدن رضا نصف آن‌ها می‌باشد. احتمال اول شدن رضا کدام است؟

- ۱) $0/5$ ۲) $0/2$ ۳) $0/4$ ۴) $0/75$

۲۲) در جعبه‌ای n مهره آبی و $(n - 3)$ مهره قرمز وجود دارد. دو مهره به تصادف از جعبه خارج می‌کنیم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌ها $\frac{1}{4}$ باشد، چند مهره در جعبه وجود دارد؟

- ۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۳

۲۳) اگر $P(A') = 0/17$ و $P(B' \cap A) = 0/77$ باشد، مقدار $P(A' \cup B')$ کدام است؟

- ۱) $0/04$ ۲) $0/06$ ۳) $0/94$ ۴) $0/96$

۲۴) در کیسه‌ای که شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است، مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم و بدون مشاهده رنگ، مهره‌ی خارج شده را کنار می‌گذاریم، سپس مهره‌ی دوم را خارج می‌کنیم. اگر بدانیم مهره‌ی دوم سفید است، با چه احتمالی مهره‌ی اول سفید بوده است؟

- ۱) $\frac{3}{7}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{7}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۲۵) A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند به طوری که $B \subset A$ ، اگر $P(A) = 0/4$ و $P(B) = 0/25$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{P(A' | B')}{P(A \cap B)}$ کدام است؟

- ۱) $2/5$ ۲) $3/2$ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۶ در یک آزمایش تجربی سه حالت احتمال وقوع A سه برابر احتمال وقوع B است و احتمال وقوع B نصف احتمال وقوع پیشامد C است. احتمال وقوع پیشامد A یا پیشامد C کدام است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۷ دو تاس را باهم می‌ریزیم، در حالی که عدد حداقل یک تاس مضرب ۳ نباشد، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده، مضرب ۳ است؟

$\frac{5}{12}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{5}{18}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

۲۸ یکی از زیرمجموعه‌های ۳ عضوی مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e, f\}$ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که a عضو این زیرمجموعه باشد، ولی b عضو آن نباشد، کدام است؟

$0/5$ (۴)

$0/3$ (۳)

$0/2$ (۲)

$0/1$ (۱)

درون کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی قرمز وجود دارد، از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است:

۲۹ احتمال آن که دقیقاً ۲ تا از مهره‌های خارج شده سفید باشند.

۳۰ احتمال آن که مهره‌های خارج شده از ۳ رنگ مختلف باشند.

۳۱ اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فضای نمونه یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم: $p(1) = 2p(2) = 3p(3) = 4p(4)$ مطلوبست محاسبه‌ی $p(1)$.

۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم عددی نسبت به ۲۴ اول است که به ۲ و ۳ بخش‌پذیر نباشد.

مضارب طبیعی ۲ کمتر یا مساوی ۱۰۰ $A =$

مضارب طبیعی ۳ کمتر یا مساوی ۱۰۰ $B =$

خواست مسئله $P(A' \cap B')$ می‌باشد.

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \Rightarrow 1 - \frac{\left[\frac{100}{2}\right]}{100} - \frac{\left[\frac{100}{3}\right]}{100} + \frac{\left[\frac{100}{6}\right]}{100} = 0/33$$

۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق فرض سؤال داریم:

$$P(k) = (3k - 1)x, K = 1, 2, 3, 4$$

$$P(1) = 2x, P(2) = 5x, P(3) = 8x, P(4) = 11x$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1 - 0/2 = 0/8$$

$$\Rightarrow 2x + 5x + 8x + 11x = \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow 26x = \frac{8}{10} \Rightarrow x = \frac{2}{65}$$

$$P(3) = 8x = 8 \times \frac{2}{65} = \frac{16}{65}$$

۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A' \cup B') = \frac{4}{5} \Rightarrow P((A \cap B)') = \frac{4}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$P(A') = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه پرتاب دو تاس دارای ۳۶ حالت است. اگر A پیشامد آن باشد که مجموع اعداد

$$A = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$$

دو تاس برابر ۱۰ شود، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

در مورد سایر گزینه‌ها داریم:

گزینه ۱: به ازای $x = 11$ ، احتمال پیشامد برابر $\frac{2}{36}$ یا $\frac{1}{18}$ است.

گزینه ۳: به ازای $x = 9$ ، احتمال پیشامد برابر $\frac{4}{36}$ یا $\frac{1}{9}$ است.

گزینه ۴: به ازای $x = 8$ ، احتمال پیشامد برابر $\frac{5}{36}$ است.

۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید A_1 و A_2 پیشامدهای کسب نمره کامل در اولین و دومین امتحان باشند

$$P(A_1' \cap A_2') = P(A_1')P(A_2'|A_1') = 0/3 \times 0/4 = 0/12$$

پس:

دقت کنید در $P(A_2'|A_1')$ امتحان اول خراب شده و مریم نتوانسته نمره کامل بگیرد. بنابراین در امتحان بعدی با احتمال

۶۰٪ نمره کامل و با احتمال ۴۰٪ نمره غیرکامل می‌گیرد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0/4 = P(A) - 0/2 \rightarrow P(A) = 0/4 = \frac{2}{5}$$

شرط استقلال دو پیشامد A و B: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$0/2 = 0/4 \times P(B) \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{1}{2}}$$

$$P(A' \cap B') \stackrel{\text{دورگان}}{=} P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P(A' \cap B') = \frac{4}{5}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$n(A') = 3! = 6 \text{ (هر سه رقم فرد باشد)} \Rightarrow n(A) = 60 - 6 = 54$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{54}{60} = \frac{9}{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق روابط احتمال شرطی داریم: ۸

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P((A \cup B)')}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - 0/2} = 0/8$$

$$\Rightarrow \frac{1 - P(A \cup B)}{0/8} = 0/8 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = 0/8 \times 0/8$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0/64 = 0/36$$

از طرفی می‌دانیم $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ، بنابراین:

$$0/36 = 0/3 + 0/2 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/5 - 0/36 = 0/14$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0/14}{0/2} = 0/7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$P(\text{سومی سیاه و اولی و دومی سفید}) = \frac{n(\text{سومی سیاه و اولی و دومی سفید})}{n(\text{سومی سیاه})}$$

$$= \frac{\binom{6}{2} \times 2! \times \binom{4}{1} \times 1!}{\binom{4}{1} \times 1!} = \frac{5}{12}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای این که عدد سه رقمی به دست آمده، مضرب ۳ باشد، کافی است مجموع ارقام آن بر ۳ ۱۰

بخش پذیر باشد. پس برای محاسبه‌ی تعداد عضوهای پیشامد مطلوب، کافی است زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از ارقام داده شده را تعیین کنیم که مجموع آن‌ها بر ۳ بخش پذیر باشد.

$$n(S) = \binom{5}{3} \times 3! = 10 \times 3! \quad n(A) = 4 \times 3!$$

زیرا در مجموعه‌های $\{1, 2, 3\}$ و $\{2, 3, 4\}$ و $\{3, 4, 5\}$ و $\{1, 3, 5\}$ مجموع ارقام بر ۳ بخش پذیر است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 3!}{10 \times 3!} = 0/4$$

۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون A و B دو پیشامد مستقل هستند، پس طبق تعریف استقلال پیشامدها داریم:

$$P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B) \Rightarrow P(A|B) + P(B|A) = P(A) + P(B)$$

با توجه به رابطه‌ی $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

بنابراین گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا $n(A \cap B)$ را حساب می‌کنیم.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 10 = 8 + 6 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

چون A و B مستقل‌اند پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} \times \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow \frac{4}{n(S)} = \frac{8}{n(S)} \times \frac{6}{n(S)} \Rightarrow n(S) = 12$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر A، B و C به‌ترتیب سالم بودن هوا در روزهای یکشنبه، دوشنبه و سه‌شنبه باشد، ما احتمال $P(A \cap B \cap C')$ را باید حساب کنیم. (باید دقت کنیم که چون در روز شنبه هوا ناسالم است، احتمال سالم بودن یکشنبه $\frac{2}{10}$ است.)

$$P(A \cap B \cap C') = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C'|(A \cap B)) = \frac{2}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} = 0.042$$

۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پیشامدهای A، B و C را به این صورت در نظر می‌گیریم که مهره‌های اول، دوم و سوم به ترتیب سیاه، سفید و سفید باشند. در این صورت داریم:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|(A \cap B))$$

سوم سفید دوم سفید

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{15}$$

اول سیاه

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه متمم این پیشامد آن است که در آزمایش اول یا آزمایش دوم، اولین مهره سفید مشاهده شود. احتمال مشاهده مهره سفید در آزمایش اول برابر $\frac{1}{3}$ است. در آزمایش دوم در صورتی برای اولین بار مهره سفید مشاهده می‌شود که در آزمایش اول مهره سیاه مشاهده گردد که چون پیشامدها مستقل از یکدیگرند، احتمال آن برابر $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ است. در نتیجه داریم:

$$P(A') = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: چون مهره‌ها با جای‌گذاری انتخاب می‌شوند، پس شرط استقلال پیشامدها برقرار است و احتمال زرد رنگ بودن مهره ثابت و برابر $\frac{2}{5}$ یا $\frac{0.4}{1}$ است. حداکثر یک مهره زرد یعنی یا یکی زرد باشد و یکی غیر زرد یا هیچکدام زرد نباشند. پس داریم:

$$p(\text{هیچ کدام زرد نباشند}) + p(\text{یکی زرد باشد}) = p(\text{حداکثر یکی زرد باشد}) = p$$

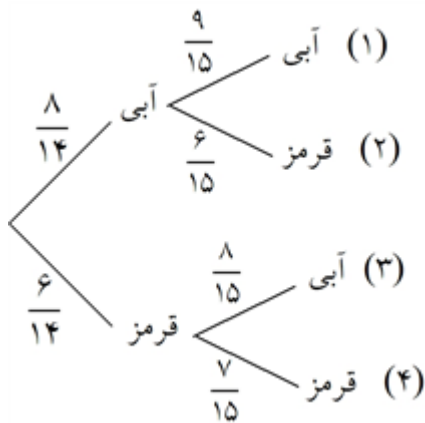
$$= \binom{2}{1} (0.4)^1 (0.6)^1 + \binom{2}{0} (0.4)^0 (0.6)^2 = 2 \times 0.4 \times 0.6 + 0.36 = 0.84$$

روش دوم: با استفاده از متمم «حداکثر یکی زرد باشد» داریم:

$$P(\text{حداکثر یکی زرد باشد}) = 1 - p(\text{هر دو مهره زرد باشند}) = 1 - (0.4)^2 = 1 - 0.16 = 0.84$$

۱۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



با توجه به نمودار درختی، شاخه‌هایی مدنظر است که به قرمز ختم شده باشند:

$$P = P(\text{شاخه‌ی ۲}) + P(\text{شاخه‌ی ۴}) = \frac{8}{14} \times \frac{6}{13} + \frac{6}{14} \times \frac{5}{13} = \frac{8 \times 6}{14 \times 13} + \frac{6 \times 5}{14 \times 13} = \frac{48}{182} + \frac{30}{182} = \frac{78}{182} = \frac{3}{7}$$

۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$$

بنابراین:

$$\frac{P(A) + P(B)}{2P(A \cup B) - 2P(A \cap B)} = \frac{5P(A \cap B) + P(A \cap B)}{10P(A \cap B) - 2P(A \cap B)} = \frac{6P(A \cap B)}{8P(A \cap B)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{سکه طلا}) = \frac{7}{10}$$

$$P(\text{سکه غیر طلا}) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{سکه غیر طلا ۵}) = P(\text{سکه طلا ۱}) = \binom{15}{10} \left(\frac{7}{10}\right)^{10} \times \left(\frac{3}{10}\right)^5$$

$$P(1) = X$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$X + 2X + 3X + 4X + 5X + 6X = 1$$

$$21X = 1 \quad X = \frac{1}{21}$$

$$X + 2X + 3X = \frac{6}{21}$$

۲۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$P(\text{علی}) = P(\text{حمید}) = 2P(\text{رضا})$$

$$P(\text{علی}) + P(\text{حمید}) + P(\text{رضا}) = 1$$

$$2P(\text{رضا}) + 2P(\text{رضا}) + P(\text{رضا}) = 1$$

$$5P(\text{رضا}) = 1 \Rightarrow P(\text{رضا}) = 1/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای هم‌رنگ بودن مهره‌ها باید ۲ مهره آبی یا باید ۲ مهره قرمز بیرون بیاید، بنابراین:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{n}{2} + \binom{n-3}{2}}{\binom{2n-3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{n(n-1) + (n-3)(n-4)}{(2n-3)(2n-4)}$$

$$\Rightarrow 4n^2 - 16n + 24 = 4n^2 - 14n + 12 \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow 2n - 3 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$\begin{cases} P(A') = 0/17 \Rightarrow P(A) = 1 - 0/17 = 0/17 \\ P(B' \cap A) = 0/17 \Rightarrow P(A - B) = 0/17 \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A - B) = 0/17$$

بنابراین:

$$P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0/17 = 0/17$$

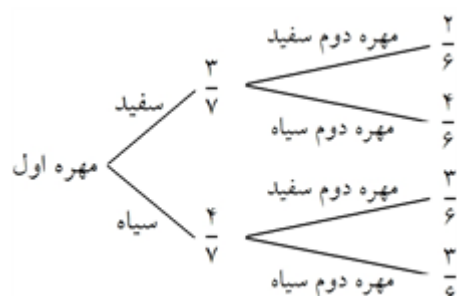
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴

مهره‌ی اول سفید: A

مهره‌ی دوم سفید: B

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6} \times \frac{3}{7}}{\frac{4}{7}} = \frac{1}{3}$$

دقت کنید که برای محاسبه‌ی $P(B)$ می‌توانیم از نمودار درختی استفاده کنیم:



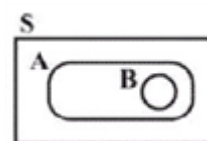
$$\frac{2}{6} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{6} \times \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، اگر $B \subset A$ ، آن‌گاه $A \cap B = B$ و $A' \cap B' = A'$ پس داریم:

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A')}{P(B')}$$

$$= \frac{1 - P(A)}{1 - P(B)} = \frac{1 - 0/4}{1 - 0/25} = 0/8$$

$$P(A \cap B) = P(B) = 0/25 \Rightarrow \frac{P(A' | B')}{P(A \cap B)} = \frac{0/8}{0/25} = 3/2$$



۲۶

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون آزمایش سه حالت است. خواهیم داشت: $P(A) + P(B) + P(C) = 1$ بنا به فرض

$P(A) = 2P(B)$ و $P(B) = \frac{1}{3}P(C)$ پس $P(C) = 2P(B)$ است، پس خواهیم داشت:

$$P(A) + P(C) = \frac{5}{6} \Rightarrow 2P(B) + P(B) + 2P(B) = 1 \Rightarrow P(B) = \frac{1}{6} \text{ و } P(A) = \frac{1}{3} \text{ و } P(C) = \frac{1}{3}$$

۲۷

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = 32 = 4 - 36 = \text{هر دو مضرب ۳ - کل}$$

$$A = \{(1, 2)(2, 1)(1, 5)(5, 1)(2, 4)(4, 2)(4, 5)(5, 4)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

۲۸

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، ۶ عضو دارد، پس تعداد کل حالت‌های انتخاب ۳ عضو از بین

اعضای آن (تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی) برابر است با $n(S) = \binom{6}{3}$ ، چون می‌خواهیم a حتماً انتخاب شود و b حتماً

انتخاب نشود، پس باید دو عضو دیگر را از اعضای مجموعه‌ی $\{c, d, e, f\}$ انتخاب کنیم که این کار به $n(A) = \binom{4}{2}$ حالت

امکان‌پذیر است.

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ پس: احتمال مورد نظر}$$

۲۹

$$p(A) = \frac{\frac{0.25}{0.25} \times \frac{0.25}{0.25}}{\frac{C(5, 2) \times C(10, 1)}{C(15, 3)}} = \frac{100}{455} = \frac{20}{91}$$

۳۰

$$p(B) = \frac{\frac{0.25}{0.25} \times \frac{0.25}{0.25} \times \frac{0.25}{0.25}}{C(15, 3)} = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$$

۳۱

$$P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$$

$$\frac{0.25}{x} \Rightarrow p(1) = \frac{0.25}{4x}, p(2) = \frac{0.25}{2x}, p(3) = \frac{0.25}{x}, p(4) = \frac{0.25}{x}$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 1 \Rightarrow \frac{0.25}{4x} + \frac{0.25}{2x} + \frac{0.25}{x} + \frac{0.25}{x} = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{25} \Rightarrow p(1) = \frac{12}{25} \quad (0.25)$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴

