



نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

عنوان آزمون : بانک تست هندسه سال یازدهم تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

ریاضی (فصل ۳ روابط طولی در مثلث)

۱ در مثلث ABC ، $A = 120^\circ$ ، $AB = 6$ ، $AC = 8$ در نظر بگیرید. نیمسازهای داخلی و خارجی A ضلع BC و امتداد آن را در D و D' قطع می‌کند. حاصل $AD^2 + AD'^2$ چند برابر $\frac{37}{49}$ است؟

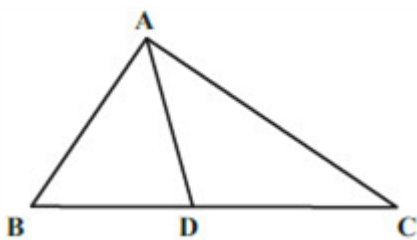
۱۶۹ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۲ در شکل مقابل اگر $BD = \frac{AC}{2} = 3$ ، $AB = 4$ و $DC = 5$ باشد، طول پاره خط AD کدام است؟



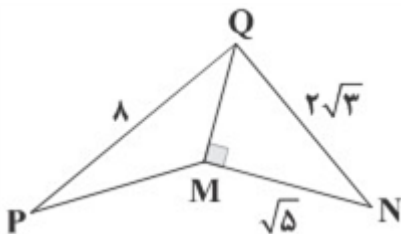
$\sqrt{17}$ (۴)

$\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۳)

$\sqrt{34}$ (۲)

$\frac{\sqrt{34}}{2}$ (۱)

۳ مساحت شکل زیر چقدر از $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ بیشتر است؟ ($\widehat{PQN} = 90^\circ$)



$\frac{\sqrt{35}}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{35}}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{35}}{2}$ (۲)

$\sqrt{35}$ (۱)

۴ دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه‌ی 120° از هم دور می‌شوند. نیم ساعت بعد، دو قایق در چه فاصله‌ای از یکدیگر هستند؟

$\sqrt{1900}$ کیلومتری (۴)

$\sqrt{2650}$ کیلومتری (۳)

$\sqrt{4150}$ کیلومتری (۲)

۷۰ کیلومتری (۱)

۵ در مثلث متساوی‌الساقین ABC که در آن $\widehat{A} = 120^\circ$ و $BC = 6\sqrt{3}$ ، طول نیمساز داخلی زاویه‌ی B کدام است؟

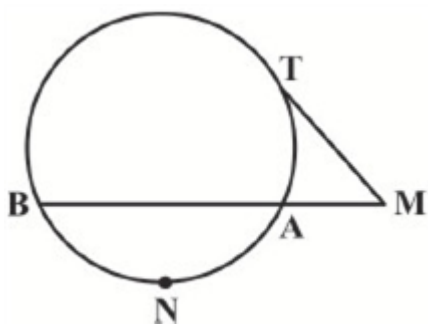
$6\sqrt{2}$ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

$3\sqrt{6}$ (۱)

۶ در شکل مقابل، پاره خط MT به طول $6\sqrt{3}$ در نقطه T بر دایره مماس است. اگر $MA = 6$ و $\widehat{ANB} = 120^\circ$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



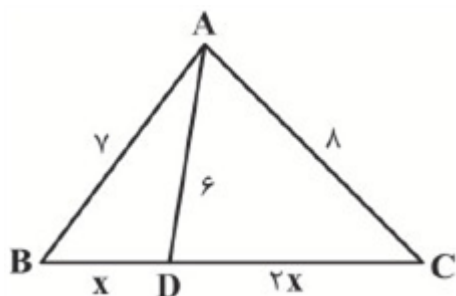
۸ (۴)

۶ (۳)

$6\sqrt{3}$ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۱)

۷ در شکل مقابل مقدار x کدام است؟



$3/25$ (۴)

۳ (۳)

$2/75$ (۲)

$2/5$ (۱)

۸ در مثلث ABC، $AB = 3$ ، $AC = 3\sqrt{3}$ و $\widehat{C} = 30^\circ$. کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (h_a طول ارتفاع وارد بر BC است)

الف) اگر $B < 90^\circ$ ، آنگاه $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h_a^2}$

ب) اگر $B > 90^\circ$ ، آنگاه $AB = BC$

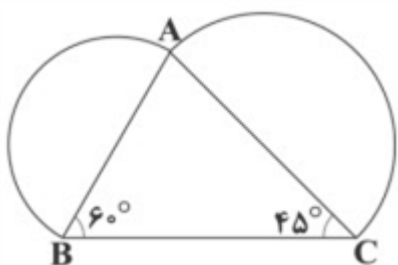
ب (۲)

الف (۱)

هیچ کدام صحیح نیست. (۴)

الف و ب (۳)

۹ در شکل زیر، دو نیم‌دایره به قطرهای AB و AC رسم شده است. نسبت مساحت نیم‌دایره‌ها کدام است؟



$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۰ در لوزی ABCD به طول ضلع ۵ واحد و قطر بزرگ ۸، از رأس A (زاویه حاده) که یک رأس قطر بزرگ است. به وسط دو ضلع روبه‌روی آن وصل می‌کنیم و نقاط تلاقی را E و F می‌نامیم. نیمساز زاویه داخلی E در مثلث AEF، ضلع مقابل را به چه نسبتی قطع می‌کند؟

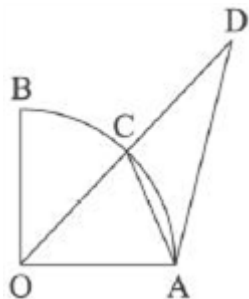
۴ $\frac{3\sqrt{7}}{17}$

۳ $\frac{\sqrt{17}}{2}$

۲ $\sqrt{\frac{17}{2}}$

۱ $\frac{8\sqrt{3}}{7}$

۱۱ در ربع دایره‌ای به مرکز O، مطابق شکل، OB = CD، اگر AD = ۷ و AC = $\sqrt{12}$ باشد، محیط مثلث ODA کدام است؟



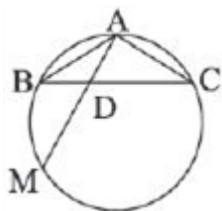
۴ ۲۲

۳ ۲۴

۲ ۱۹

۱ ۲۵

۱۲ در شکل مقابل $AB = AC = \sqrt{3}$ و $DM = 2$ ، اندازه AD کدام است؟



۴ $1/75$

۳ $1/5$

۲ $1/25$

۱ ۱

۱۳ در مثلثی رابطه‌ی $a^2 \cos^2 \hat{B} + b^2 \sin^2 \hat{A} = 4$ برقرار است، اندازه‌ی ضلع a کدام است؟

۴ $2\sqrt{3}$

۳ $2\sqrt{2}$

۲ ۲

۱ $\sqrt{2}$

۱۴ در مثلث به اضلاع ۲۴، ۱۸ و ۳۰، اندازه بزرگ‌ترین میانه کدام است؟

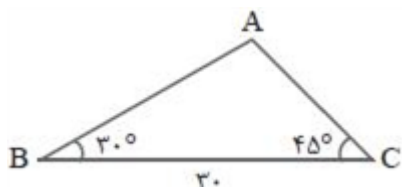
۴ ۱۵

۳ $\sqrt{660}$

۲ ۲۵

۱ $\sqrt{657}$

۱۵ با توجه به شکل، اندازه AB کدام است؟



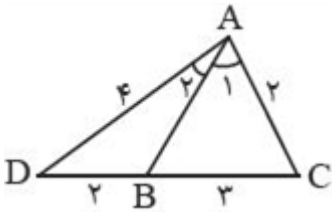
۴ $30(\sqrt{3} - 1)$

۳ $\frac{31\sqrt{2}}{2}$

۲ $21(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

۱ ۲۱

۱۶ با توجه به شکل مقابل حاصل $\frac{\sin \hat{A}_1}{\sin \hat{A}_2}$ کدام است؟



$\frac{4}{3}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۱۷ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، رابطه‌ی $\frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{bc} = \frac{1}{4}$ برقرار است. ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

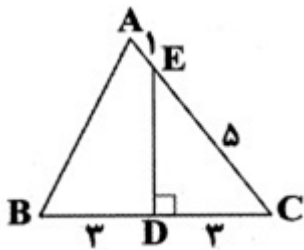
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)

۱۸ با توجه به شکل زیر، شعاع دایره‌ی محیطی مثلث CAB چقدر است؟



$\frac{1}{3}\sqrt{5}$ (۴)

$\frac{2}{3}\sqrt{5}$ (۳)

$\frac{3}{2}\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

۱۹ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، ارتفاع CH را رسم کرده‌ایم. اگر $BC = ۱۵$ و $AH = ۱۶$ باشد، اندازه AC کدام است؟

۲۰ (۴)

۲۵ (۳)

$\sqrt{۳۵۶}$ (۲)

$\frac{۳۱}{۲}$ (۱)

۲۰ اندازه‌ی اضلاع مثلثی ۹، ۷ و ۱۲ است. نیم‌ساز کوچک‌ترین زاویه، ضلع مقابل به آن را به دو پاره‌خط تقسیم می‌کند. تفاضل طول این دو پاره‌خط کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱ در مثلثی به طول اضلاع ۱۵ و ۱۳ و ۷ واحد، نقطه‌ی تلاقی نیم‌سازهای درونی، نیم‌ساز بزرگ‌ترین زاویه‌ی مثلث را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

$\frac{۵}{۶}$ (۴)

$\frac{۳}{۴}$ (۳)

$\frac{۲}{۳}$ (۲)

$\frac{۳}{۵}$ (۱)

۲۲ در مثلث ABC با طول اضلاع ۵، ۷ و ۸، نسبت طول دو قطعه‌ای که نیم‌ساز زاویه‌ی کوچک‌تر روی ضلع مقابل پدید می‌آورد کدام است؟

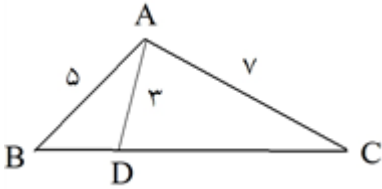
$\frac{۸}{۱۵}$ (۴)

$\frac{۷}{۸}$ (۳)

$\frac{۵}{۸}$ (۲)

$\frac{۵}{۷}$ (۱)

۲۳ در شکل زیر با فرض $CD = 2BD$ ، به کمک قضیه‌ی استوارت طول پاره‌خط BD کدام است؟

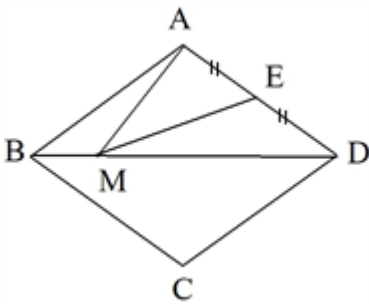


- ۱) ۵ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $3\sqrt{3}$ ۴) ۳

۲۴ در مثلثی به اضلاع ۸، ۹ و ۱۳، فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها تا وسط بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

- ۱) $\frac{11}{5}$ ۲) $\frac{11}{6}$ ۳) $\frac{10}{3}$ ۴) $\frac{8}{5}$

۲۵ در لوزی ABCD مطابق شکل زیر، E وسط ضلع AD و M نقطه‌ای دلخواه روی قطر BD است. اگر محیط مثلث MAE کم‌ترین مقدار ممکن باشد، آن‌گاه مساحت آن چه کسری از مساحت لوزی است؟

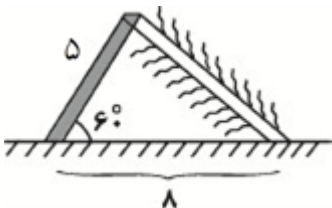


- ۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{15}$

۲۶ در مثلث ABC، میانه $AM = 3$ و $BC = 2$ است. اگر نیم‌سازهای دو زاویه AMB و AMC ، دو ضلع AB و AC را به‌ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آن‌گاه اندازه PQ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۷ یک درخت بر اثر طوفان شکسته شده است، به‌طوری که تنه درخت با زمین زاویه 60° می‌سازد و طول آن (از زمین تا محل شکستگی) ۵ متر و فاصله سر درخت تا پای آن ۸ متر است. طول درخت قبل از شکسته شدن چند متر بوده است؟

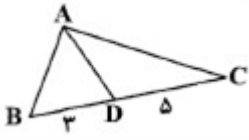


- ۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۱ ۴) ۱۰

۲۸ در مثلث ABC، AM میانه‌ی وارد بر ضلع BC است. نیم‌سازهای داخلی دو زاویه $\widehat{AMC}$ و $\widehat{AMB}$ را رسم می‌کنیم تا AC و AB را به‌ترتیب در P و Q قطع کند. اگر $AM = 4$ و $BC = 12$ ، آن‌گاه اندازه PQ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{6}$ ۲) $\frac{4}{8}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{7}{2}$

۲۹ در شکل داده شده، AD نیمساز زاویه‌ی A است. اگر محیط مثلث ۳۲ باشد، مقدار AD کدام است؟



۴ $2\sqrt{30}$

۳ $\sqrt{30}$

۲ $\sqrt{15}$

۱ $2\sqrt{15}$

۳۰ در مثلثی به اضلاع ۴، ۶ و ۸، نیمساز بزرگ‌ترین زاویه‌ی خارجی، کوچک‌ترین ضلع مثلث را قطع می‌کند. نسبت مساحت مثلثی که بیرون مثلث اصلی تشکیل می‌شود به مساحت مثلث اصلی کدام است؟

۴ $\frac{4}{3}$

۳ $\frac{2}{3}$

۲ $\frac{2}{3}$

۱ $\frac{4}{3}$

۳۱ در مثلث ABC، $AB = 4$ و $AC = 7$ است. اگر طول میانه‌ی AM برابر $\frac{7}{4}$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۴ 10

۳ 9

۲ 8

۱ $7/5$

۳۲ در مثلث ABC، $BC = 15$ ، $AC = 8$ ، AD نیم ساز و AH ارتفاع است. مقدار DH کدام است؟

۴ $\frac{7}{6}$

۳ 1

۲ $\frac{5}{6}$

۱ $\frac{4}{3}$

۳۳ اگر در مثلث ABC، زاویه‌ی B و C به ترتیب 30° و 105° ضلع $BC = 4\sqrt{2}$ باشد اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟

۴ $8\sqrt{2}$

۳ $4\sqrt{3}$

۲ 4

۱ 16

۳۴ در مثلث ABC، اگر $AB = 1 + \sqrt{3}$ و $AC = 2$ و $\hat{A} = 60^\circ$ ، آنگاه سینوس زاویه‌ی B کدام است؟

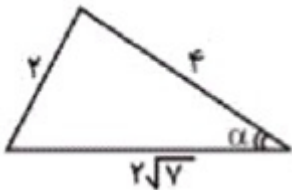
۴ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

۳ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱ $\frac{1}{2}$

۳۵ در مثلث شکل روبه‌رو، مقدار سینوس زاویه‌ی روبه‌روی کوچک‌ترین ضلع کدام است؟



۴ $\frac{\sqrt{21}}{14}$

۳ $\frac{\sqrt{3}}{14}$

۲ $\frac{5\sqrt{7}}{14}$

۱ $\frac{1}{2}$

۳۶ مثلثی با طول سه ارتفاع ۳ و ۴ و ۵ مفروض است. نقطه‌ی هم‌رسی سه ارتفاع مثلث در کجا قرار می‌گیرد؟

۲ خارج مثلث

۱ درون مثلث

۴ واقع بر وسط یکی از اضلاع مثلث

۳ واقع بر یک رأس مثلث

۳۷ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی طول میانه‌های وارد بر ضلع زاویه‌ی قائمه برابر $2\sqrt{7}$ و $2\sqrt{13}$ است. طول وتر آن کدام است؟

۴ $3\sqrt{17}$

۳ ۱۰

۲ ۹

۱ ۸

۳۸ در مثلثی رابطه‌ی $b \sin A = a \cos C$ برقرار است. اگر زوایای B و C حاده باشند، زاویه‌ی A چند درجه است؟

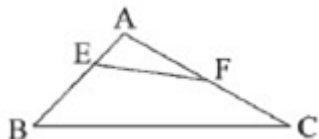
۴ ۱۲۰

۳ ۹۰

۲ ۶۰

۱ ۳۰

۳۹ در مثلث ABC، $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$ است. مساحت چهارضلعی EFCB چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۴ $\frac{5}{6}$

۳ $\frac{3}{4}$

۲ $\frac{4}{5}$

۱ $\frac{2}{3}$

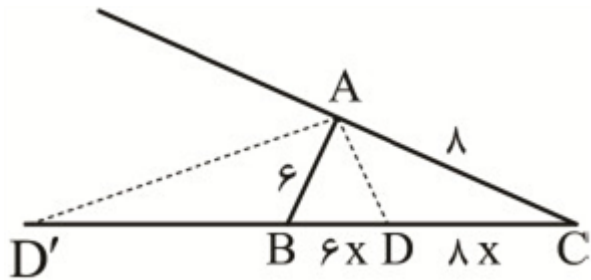
۴۰ مثلث ABC با اضلاع ۱۴ و ۱۰ و ۶ مفروض می‌باشد، شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث کدام است؟

۴ ۸/۱

۳ ۳۲/۳۳

۲ ۵/۴۴ قابل محاسبه نمی‌باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱



$$\hat{A} = 120^\circ, BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$BC^2 = 36 + 64 - 2(6)(8)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} \Rightarrow \begin{cases} BD = 6x \\ CD = 8x \end{cases} \Rightarrow BC = 6x + 8x = 2\sqrt{37} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \begin{cases} D'B = 6y \\ D'C = 8y \end{cases} \Rightarrow D'C - D'B = 2y = 2\sqrt{37} \Rightarrow y = \sqrt{37}$$

$$AD^2 + AD^2 = DD^2 = (y + 6x)^2 = \left(\sqrt{37} + \frac{6\sqrt{37}}{2}\right)^2 = \frac{169}{49} \times 37 = 169 \left(\frac{37}{49}\right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم: ۲

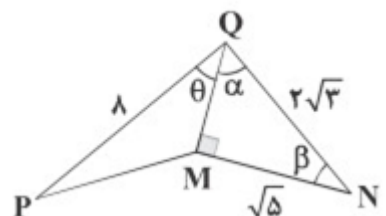
$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 6^2 \times 3 = AD^2 \times 8 + 3 \times 5 \times 8 \Rightarrow 80 + 108 = 8AD^2 + 120 \Rightarrow 8AD^2 = 68 \Rightarrow AD^2 = \frac{17}{2}$$

$$\Rightarrow AD^2 = \frac{17}{2} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳

$$\begin{cases} \triangle MQN : \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ \\ \widehat{PQN} = 90^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} + \hat{\theta} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{\theta} = \hat{\beta}$$



$$\triangle MQN : MQ^2 = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 \Rightarrow MQ = \sqrt{7}$$

$$\triangle MQN : \sin(\beta) = \frac{QM}{QN} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$$

$$S_{PQM} = \frac{1}{2} \times QP \times QM \times \sin(\theta) = \frac{1}{2} \times 8 \times \sqrt{7} \times \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{MQN} = \frac{1}{2} \times QM \times MN = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} = \frac{\sqrt{35}}{2}$$

$$\text{مساحت شکل} = S_{PQM} + S_{MQN} = \frac{14\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{35}}{2}$$

پس مساحت شکل به مقدار $\frac{\sqrt{35}}{2}$ از $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ بیشتر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دو قایق از نقطه‌ی O شروع به حرکت کرده‌اند. مسافت طی شده توسط دو قایق بعد از نیم ساعت برابر با طول OA و طول OB است.

$$OA = 60 \times 0.5 = 30 \text{ کیلومتر}$$

$$OB = 100 \times 0.5 = 50 \text{ کیلومتر}$$

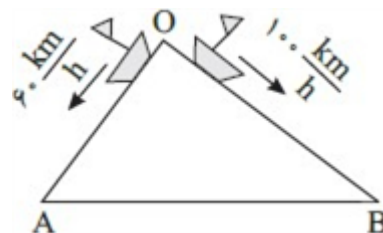
به کمک قضیه‌ی کسینوس‌ها می‌توانیم طول AB (فاصله‌ی دو قایق بعد از نیم ساعت از شروع حرکت) را به دست آوریم.

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = 30^2 + 50^2 - 2 \times 30 \times 50 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow AB^2 = 4900 \Rightarrow AB = 70$$

بنابراین نیم ساعت بعد از شروع حرکت از نقطه‌ی O ، دو قایق در فاصله‌ی ۷۰ کیلومتری از هم قرار می‌گیرند.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق فرض مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{B} = \widehat{C} = 30^\circ$ و در نتیجه طبق قضیه‌ی سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin \widehat{A}} = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AC = 6 \Rightarrow AB = 6$$

از طرفی طبق قضیه‌ی نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث ABC داریم:

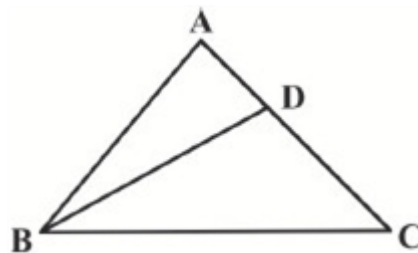
$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{6}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = 3\sqrt{3} - 3$$

طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \widehat{A} = 6^2 + (3\sqrt{3} - 3)^2 - 2 \times 6 \times (3\sqrt{3} - 3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

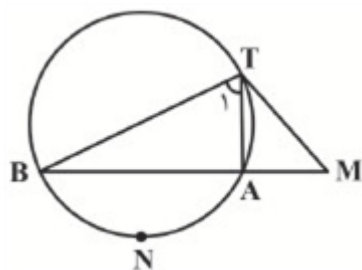
$$= 36 + (36 - 18\sqrt{3}) + (18\sqrt{3} - 18) = 54 \Rightarrow BD = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$



۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق روابط طولی در این دایره داریم:

$$MT^2 = MA \times MB \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = 6 \times MB \Rightarrow 6MB = 108 \Rightarrow MB = 18 \Rightarrow AB = 18 - 6 = 12$$

مطابق شکل $\widehat{T}$ زاویه محاطی روبه‌رو به کمان $\widehat{ANB}$ است، پس داریم:

$$\widehat{T} = \frac{\widehat{ANB}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

این دایره، دایره محیطی مثلث ABT است، پس اگر R شعاع این دایره باشد، طبق قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AB}{\sin \widehat{T}} = 2R \Rightarrow \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow R = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

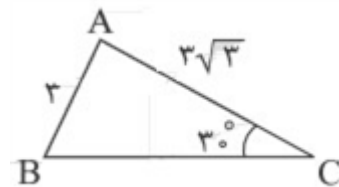
$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 49 \times 2x + 64 \times x = 36 \times 3x + x \times 2x \times 3x \Rightarrow 98x + 64x = 108x + 6x^2$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 54x = 0 \Rightarrow 6x(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق ق} \\ x = 3 \\ x = -3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه سینوس‌ها داریم:



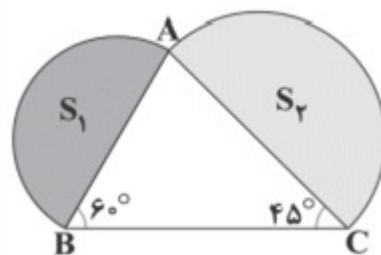
$$\frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{\sin \widehat{B}} = \frac{3}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ \\ \widehat{B} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 30^\circ \end{cases}$$

اگر $B < 90^\circ$ ، مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است و می‌دانیم در این مثلث $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{h}$

اگر $\widehat{B} > 90^\circ$ ، مثلث $\triangle ABC$ دارای دو زاویه برابر است ($\widehat{A} = \widehat{C} = 30^\circ$)، پس متساوی‌الساقین است و $AB = BC$. بنابراین هر دو گزاره صحیح‌اند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مساحت هر نیم‌دایره به قطر d برابر $\frac{\pi d^2}{8}$ است. پس می‌توان نوشت:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\pi(AB)^2}{8}}{\frac{\pi(AC)^2}{8}} = \frac{AB^2}{AC^2}$$

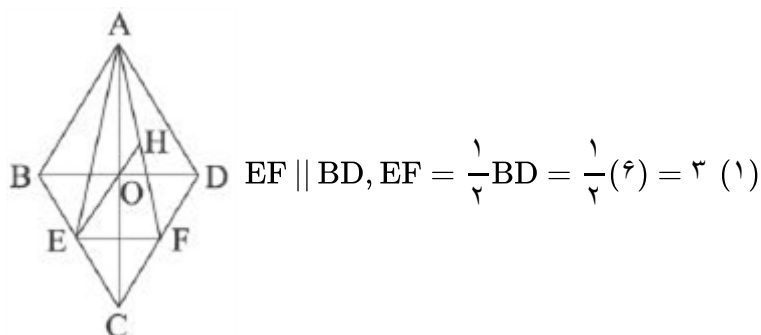


با استفاده از قضیه‌ی سینوس‌ها در مثلث ABC داریم $AB = 2R \sin 45^\circ$ و $AC = 2R \sin 60^\circ$. در نتیجه:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{4R^2 \sin^2 45^\circ}{4R^2 \sin^2 60^\circ} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به فیثاغورس در مثلث AOD، طول قطر کوچک $BD = 6$ است. از طرفی E و F وسط اضلاع هستند، بنابر عکس تالس (قضیه‌ی میان خط) در مثلث BDC داریم:



$$EF \parallel BD, EF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(6) = 3 \quad (1)$$

در مثلث AEF، EH نیمساز داخلی زاویه E است، داریم:

$$\frac{AH}{HF} = \frac{AE}{EF} \quad (2)$$

در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = BC$) و AE میانه‌ی وارد بر ضلع BC است. طبق قضیه‌ی میانه‌ها داریم:

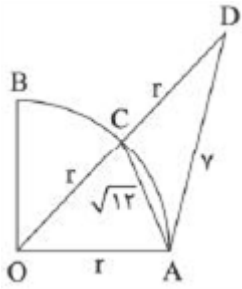
$$AB^2 + AC^2 = 2AE^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 25 + 64 = 2AE^2 + \frac{25}{2} \Rightarrow 2AE^2 = 64 + \frac{25}{2} = \frac{153}{2}$$

$$\Rightarrow AE^2 = \frac{153}{4} \Rightarrow AE = \frac{3\sqrt{17}}{2} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{AH}{HF} = \frac{\frac{3\sqrt{17}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قضیه میانه‌ها در مثلث $\triangle ODA$ داریم:



$$\begin{aligned} AC^2 &= AD^2 + OA^2 - \frac{OD^2}{2} \\ \Rightarrow 12 &= 100 + 49 - \frac{196}{2} \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5 \\ P_{\triangle OAD} &= 7 + 5 + 10 = 22 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا در مثلث ABC قضیه استوارت را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} AB^2 \times CD + AC^2 \times BD &= BC(AD^2 + BD \times CD) \Rightarrow 3 \times CD + 3 \times BD = BC(AD^2 + BD \times CD) \\ \Rightarrow 3(BD + CD) &= BC(AD^2 + BD \times CD) \Rightarrow AD^2 + BD \times CD = 3 \quad (1) \end{aligned}$$

حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\begin{aligned} BD \times CD &= AD \times MD \Rightarrow BD \times CD = 2AD \\ \stackrel{(1)}{\rightarrow} AD^2 + 2AD - 3 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} AD = 1 \text{ ق ق} \\ AD = -3 \text{ غ ق} \end{cases} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow a \sin \hat{B} = b \sin \hat{A}$$

با جایگذاری در رابطه‌ی داده شده داریم:

$$\begin{aligned} a^2 \cos^2 \hat{B} + b^2 \sin^2 \hat{A} &= 4 \Rightarrow a^2 \cos^2 \hat{B} + a^2 \sin^2 \hat{B} = 4 \\ \Rightarrow a^2 (\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B}) &= 4 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین میانه به کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود. با استفاده از قضیه میانه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} 24^2 + 30^2 &= \frac{18^2}{2} + 2m^2 \Rightarrow 576 + 900 = 162 + 2m^2 \\ \Rightarrow 2m^2 &= 1314 \Rightarrow m^2 = 657 \Rightarrow m = \sqrt{657} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه سینوس‌ها داریم:

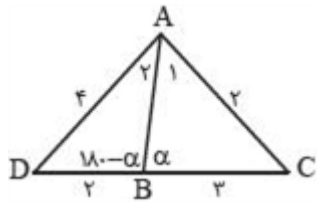
$$\begin{aligned} \frac{AB}{\sin 45^\circ} &= \frac{BC}{\sin (180^\circ - (30^\circ + 45^\circ))} \Rightarrow AB = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 30}{\sin 105^\circ} = \frac{15\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} \\ &= \frac{15\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{15(\sqrt{12} - 2)}{\frac{6-2}{4}} = 15(2\sqrt{3} - 2) = 30(\sqrt{3} - 1) \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\triangle ABC: \frac{\sin \hat{A}_1}{3} = \frac{\sin \alpha}{2} \quad (1)$$

$$\triangle ABD: \frac{\sin \hat{A}_2}{2} = \frac{\sin (180^\circ - \alpha)}{4} = \frac{\sin \alpha}{4} \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}_2}{2} = \frac{\sin \alpha}{4} \quad (2)$$

روابط (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم داریم:



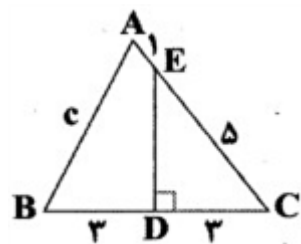
$$\frac{\frac{\sin \hat{A}_1}{3}}{\frac{\sin \hat{A}_2}{2}} = \frac{\frac{\sin \alpha}{2}}{\frac{\sin \alpha}{4}} = 2 \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}_1}{\sin \hat{A}_2} = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه ($A = 90^\circ$)، رابطه‌ی $\frac{1}{h_a} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow h_a = 4$ برقرار است.

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow h_a = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث EDC داریم: ۱۸



$$\cos \hat{C} = \frac{3}{5}, \sin \hat{C} = \frac{4}{5}$$

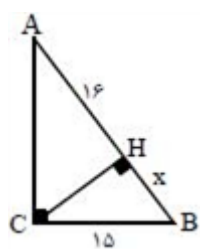
در مثلث ABC طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$c^2 = 4^2 + 3^2 - 2 \times 4 \times 3 \cos \hat{C} \\ \Rightarrow c^2 = 16 + 9 - \frac{216}{5} = 25 - \frac{216}{5} = \frac{360 - 216}{5} = \frac{144}{5} \Rightarrow c = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

در مثلث ABC طبق قضیه‌ی سینوس‌ها داریم:

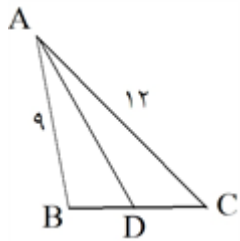
$$\frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{12}{\sqrt{5}}}{\frac{4}{5}} = \frac{12 \times 5}{4 \sqrt{5}} = 3\sqrt{5} = 2R \Rightarrow R = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $BH = x$ ، با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم: ۱۹



$$\begin{aligned} BC^2 &= BH \cdot BA \Rightarrow 15^2 = x(x + 16) \\ \Rightarrow x^2 + 16x &= 225 \Rightarrow x^2 + 16x - 225 = 0 \\ \Rightarrow (x + 25)(x - 9) &= 0 \\ \xrightarrow{x > 0} x &= 9 \Rightarrow AB = 25 \\ AC^2 &= AH \cdot AB = 16 \times 25 \Rightarrow AC = 4 \times 5 = 20 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $AB = 9$ ، $AC = 12$ و $BC = 7$ ، می‌دانیم کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث، روبه‌رو به کوچک‌ترین ضلع آن است. بنا به قضیه‌ی نیم‌سازها داریم:

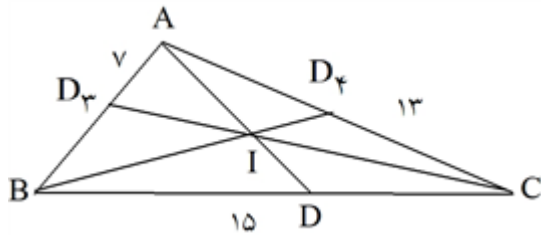


$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow BD = 7 \times \frac{3}{7} = 3, \quad CD = BC - BD = 7 - 3 = 4$$

$$CD - BD = 4 - 3 = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

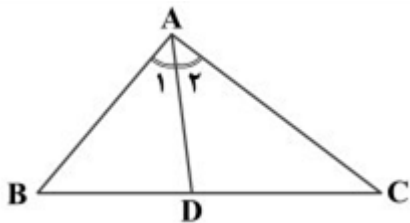


$$\frac{BD}{DC} = \frac{7}{13} \Rightarrow DC = \frac{13}{20} \times 15 = \frac{39}{4}$$

$$\frac{DI}{IA} = \frac{DC}{AC} = \frac{\frac{39}{4}}{13} = \frac{3}{4}$$

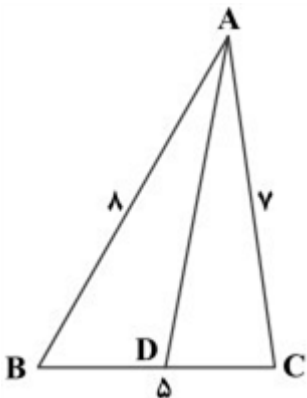
نکته: این نسبت در مثلثی به اضلاع a, b, c که c ضلع بزرگ‌تر باشد برابر است با: $\frac{c}{a+b}$. در این مسئله $\frac{15}{7+13} = \frac{3}{4}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته (قضیه نیمساز): در هر مثلث، نیمساز هر زاویه، ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند.



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

نکته: در هر مثلث، زاویه کوچک‌تر، روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر است. مطابق شکل داریم:



$$\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{8}$$

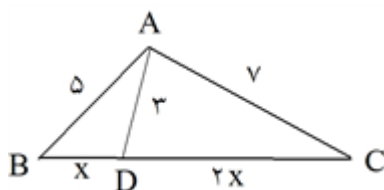
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه‌ی استوارت داریم:

$$AD^2 \times BC + BD \times CD \times BC = CD \times AB^2 + BD \times AC^2$$

$$\Rightarrow 3^2 \times 3x + x \times 2x \times 3x = 2x \times 5^2 + x \times 7^2$$

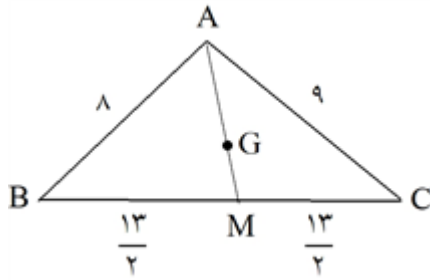
$$\Rightarrow 27x + 6x^2 = 50x + 49x \Rightarrow 6x^2 = 72x$$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$



۲۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، G نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها می‌باشد. می‌خواهیم طول پاره‌خط GM را محاسبه کنیم. می‌دانیم $GM = \frac{AM}{3}$ ، پس کافی است طول میانه AM را بیابیم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 8^2 + 9^2 = 2AM^2 + \frac{13^2}{2}$$

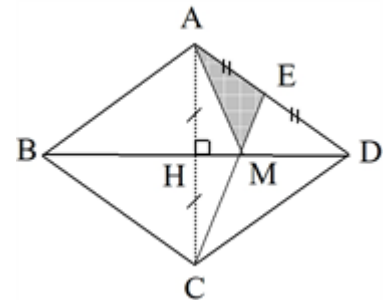
$$\Rightarrow 64 + 81 = 2AM^2 + \frac{169}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 145 - \frac{169}{2} = \frac{290 - 169}{2} = \frac{121}{2} \Rightarrow AM^2 = \frac{121}{4} \Rightarrow AM = \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{\frac{11}{2}}{3} = \frac{11}{6}$$

۲۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقاط ثابت A و E یک طرف BD قرار دارند. تصویر نقطه‌ی A تحت بازتاب نسبت به محور BD (قطر لوزی) C می‌شود، زیرا در لوزی قطرهای عمود منصف یک‌دیگرند. نقطه‌ی تلاقی CE و قطر BD را M می‌نامیم. بنا به مسئله‌ی هرون $MA + ME$ کمترین مقدار را دارد، پس محیط مثلث MAE نیز کمترین مقدار را دارد. در این حالت در مثلث ACD ، M نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها است، پس مساحت مثلث AME ، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ACD و در نتیجه $\frac{1}{12}$ مساحت لوزی است.



۲۶

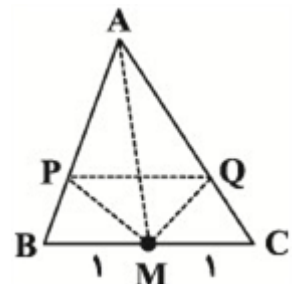
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه نیمسازها در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{AP}{BP} &= \frac{AM}{BM} = \frac{2}{1} \\ \frac{AQ}{QC} &= \frac{AM}{MC} = \frac{2}{1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم که $PQ \parallel BC$ است. در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP + BP} = \frac{AM}{MA + BM} = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{2}{4}BC = \frac{2}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$$

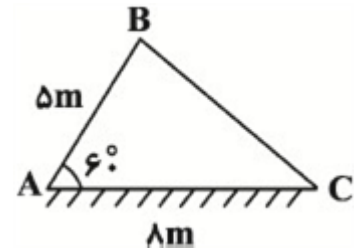


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول درخت برابر $AB + BC$ است، داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 AB \times AC \times \cos 60^\circ$$

$$= 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \frac{1}{2} \Rightarrow BC^2 = 25 + 64 - 40 = 49 \Rightarrow BC = 7$$

$$\text{طول درخت} = AB + BC = 5 + 7 = 12m$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. PQ با BC موازی است. بنابر قضیه نیم‌سازها و با توجه به قضیه تالس می‌توانیم بنویسیم:

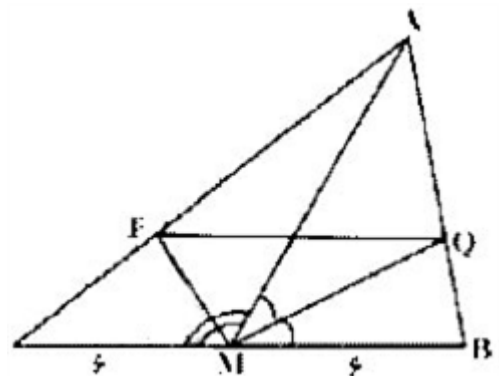
$$\text{قضیه تالس: } \frac{AQ}{AB} = \frac{PQ}{BC} \quad (1)$$

$$\text{قضیه نیم‌سازها: } \frac{QA}{QB} = \frac{MA}{MB}$$

$$\frac{AQ}{AB} = \frac{AM}{AM + MB} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{PQ}{BC} = \frac{AM}{AM + MB} \Rightarrow \frac{PQ}{12} = \frac{4}{4 + 6}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{48}{10} = 4.8$$



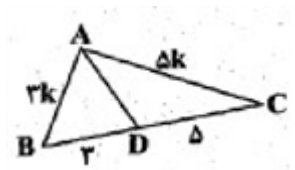
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نیم‌ساز ضلع مقابل زاویه خود را به نسبت اضلاع زاویه تقسیم می‌کند. پس:

$$\text{بنابراین: } \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 3k, AC = 5k$$

$$\text{محیط } ABC = 3k + 5k + 8 = 32 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow AB = 9, AC = 15$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \Rightarrow AD^2 = 9 \times 15 - 3 \times 5 = 15 \times 8 \Rightarrow AD = 2\sqrt{30}$$



۳۰

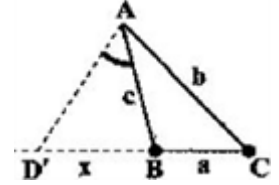
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین زاویه‌ی خارجی نظیر کوچک‌ترین زاویه‌ی داخلی است و کوچک‌ترین زاویه‌ی داخلی نظیر کوچک‌ترین ضلع است.

$$\frac{x}{x+a} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{c}{b-c}$$

در مورد نیم‌ساز خارجی داریم:

چون ارتفاع دو مثلث $AD'B$ و ABC یکی است، لذا نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست:

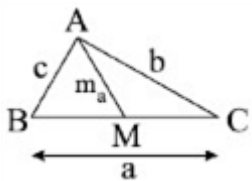
$$\frac{S_{ABD'}}{S_{ABC}} = \frac{x}{a} = \frac{c}{b-c} = \frac{6}{8-6} = 3$$



۳۱

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC رابطه‌ی $b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2m_a^2$ برقرار است (برای اثبات این مطلب،

رابطه‌ی کسینوس‌ها را در دو مثلث ABM و ACM بنویسید و آن‌ها را جمع کنید)



$$b=7, c=4, m_a=\frac{5}{2} \Rightarrow 49 + 16 = \frac{a^2}{2} + 2\left(\frac{49}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} = 65 - \frac{49}{2} = \frac{81}{2} \Rightarrow a=9$$

۳۲

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم $BD = x$ و $CD = y$ ، پس $x + y = 15$ است. چون AD نیم‌ساز است،

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

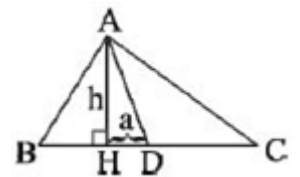
با انتخاب $x = 2t$ و $y = 3t$ و قرار دادن آن‌ها در $x + y = 15$ مقدار $t = 3$ و در نتیجه $x = 6$ و $y = 9$ به دست می‌آید.

$$\triangle ABH : (6-a)^2 + h^2 = 64 \Rightarrow 36 - 12a + a^2 + h^2 = 64$$

$$\triangle ACH : (9+a)^2 + h^2 = 144 \Rightarrow 81 + 18a + a^2 + h^2 = 144$$

$$45 + 30a = 80 \Rightarrow 30a = 35 \Rightarrow a = \frac{35}{30} = \frac{7}{6}$$

با کم کردن این دو رابطه، داریم:



$$A + B + C = 180 \rightarrow A + 30^\circ + 105^\circ = 180$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۳۳

$$\rightarrow A = 45^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\sin 45} = \frac{b}{\sin 30}$$

$$\Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{2}} \rightarrow b = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطه‌ی کسینوس‌ها، طول BC را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BC^2 = (1 + \sqrt{3})^2 + 2^2 - 2 \times (1 + \sqrt{3}) \times 2 \times \frac{1}{2}$$

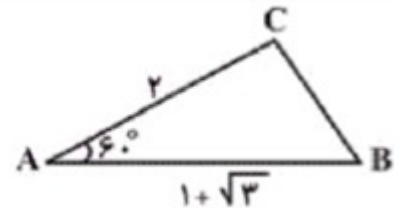
$$\Rightarrow BC^2 = 1 + 3 + 2\sqrt{3} + 4 - 2 - 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 6 \Rightarrow BC = \sqrt{6}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی سینوس‌ها، داریم:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sin \hat{B}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sin \hat{B}}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{2 \times \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



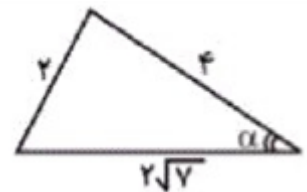
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا از قضیه‌ی کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم و کسینوس زاویه ی α را پیدا می‌کنیم:

$$2^2 = 4^2 + (2\sqrt{7})^2 - 2(4)(2\sqrt{7}) \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 4 = 16 + 28 - 16\sqrt{7} \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 16\sqrt{7} \cos \alpha = 40 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{4\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{5}{4\sqrt{7}} \right)^2 = 1 - \frac{25}{112} = \frac{87}{112} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{87}}{4\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}$$

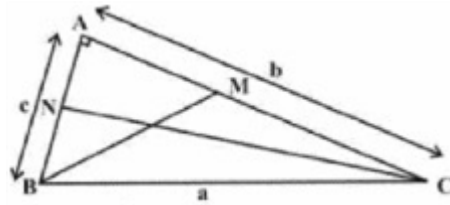


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر $h_a = 3$ و $h_b = 4$ و $h_c = 5$ ، آن‌گاه $\frac{2S}{a} = 3$ و $\frac{2S}{b} = 4$ و $\frac{2S}{c} = 5$ پس:

$$a = \frac{2S}{3} \text{ و } b = \frac{2S}{4} \text{ و } c = \frac{2S}{5} \text{ از این روابط نیز نتیجه می‌گیریم: } a^2 > b^2 + c^2 \text{ پس } \hat{A} > 90^\circ \text{ و در مثلث}$$

منفرجه‌الزاویه، نقطه‌ی تلاقی ارتفاع‌ها خارج مثلث است.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷



$$A = 90^\circ$$

$$BM = 2\sqrt{5}$$

$$CN = 2\sqrt{13}$$

$$\begin{cases} BM^2 = c^2 + \frac{b^2}{4} \\ CN^2 = b^2 + \frac{c^2}{4} \end{cases} \Rightarrow BM^2 + CN^2 = \frac{5}{4}(b^2 + c^2) \Rightarrow 28 + 52 = \frac{5}{4}a^2 \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در هر مثلثی رابطه‌ی $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ برقرار است. ۳۸

$$b \sin A = a \cos C \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\cos C} \Rightarrow \cos C = \sin B$$

اگر سینوس یک زاویه‌ی مثلث با کسینوس زاویه‌ی دیگر برابر و دو زاویه حاده باشند، مجموع آن‌ها 90° است. پس $\hat{A} = 90^\circ$ بنابراین $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳۹

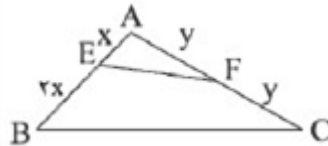


مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$\frac{AE}{EB} = \frac{1}{2} \Rightarrow EB = 2 AE$$

با توجه به فرض داریم:



همچنین اگر $AF = y$ قرار دهیم، آن‌گاه $AC = 2y$.

$$\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 2 AF$$

$$\frac{\text{مساحت } EFCB}{\text{مساحت } \triangle ABC} = \frac{\text{مساحت } \triangle ABC - \text{مساحت } \triangle AEF}{\text{مساحت } \triangle ABC}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(2x)(2y) \sin \hat{A} - \frac{1}{2}xy \sin \hat{A}}{\frac{1}{2}(2x)(2y) \sin \hat{A}} = \frac{\frac{5}{2}xy \sin \hat{A}}{\frac{2}{2}xy \sin \hat{A}} = \frac{5}{2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$\text{شعاع دایره‌ی محیطی} = \frac{abc}{4s} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{رابطه هرون: } s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ p = \frac{14+10+6}{2} = 15 \end{array} \right.$$

$$R = \frac{6 \times 10 \times 14}{4 \times \sqrt{15 \times 1 \times 5 \times 9}} = \frac{840}{4 \times 3 \times 5 \times \sqrt{3}} = 8/1$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

