



زمان آزمون :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۲

عنوان آزمون : بانک تست فیزیک سال دوازدهم ریاضی (فصل ۱ حرکت بر خط راست)

۱) قطاری به طول 300 m با تندی ثابت $v = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حال حرکت بر مسیر مستقیم است و از روی پلی به طول L عبور می‌کند. اگر زمان عبور کامل قطار از روی پل برابر t_1 و مدت زمانی که کل قطار روی پل می‌باشد، برابر t_2 باشد، $t_1 - t_2$ چند ثانیه است؟

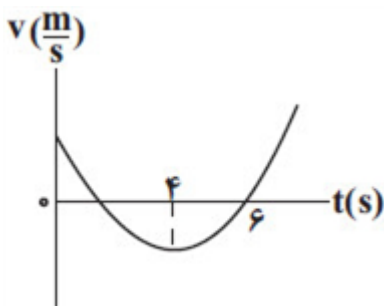
۱۰ ۲

۵ ۱

۱۵ ۳

۴ باید طول پل معلوم باشد.

۲) شکل مقابل، نمودار سرعت - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کند. بزرگی شتاب متوسط این متحرک، در کدام بازه زمانی بیشتر است؟ (نمودار به صورت سهمی است)



۶ s تا ۱ s ۴

۶/۵ s تا ۳/۵ s ۳

۷ s تا ۴/۵ s ۲

۲/۵ s تا ۱/۵ s ۱

۳) معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + 2$ است. اگر متحرک در لحظه t_1 دوباره در مکان اولیه‌اش و در لحظه t_2 در مبدأ مکان باشد، حاصل $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

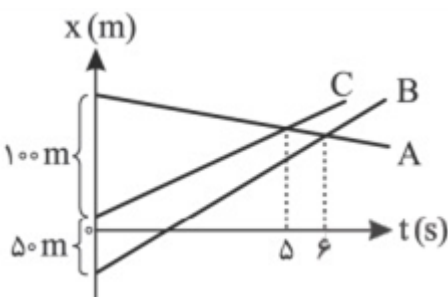
۱/۳ ۴

۳ ۳

۱/۲ ۲

۲ ۱

۴) مطابق شکل نمودار مکان - زمان سه متحرک A ، B و C رسم شده است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه متحرک B به متحرک C می‌رسد؟



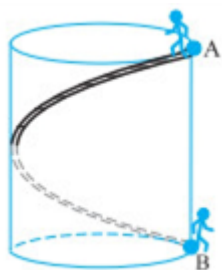
۱۱ ۴

۱۰ ۳

۹ ۲

۸ ۱

۵ مطابق شکل به دور سطح جانبی ی مخزن نفت استوانه‌ای شکل، یک پله‌ی مارپیچی با کوتاه‌ترین طول ممکن ساخته شده است فردی از نقطه‌ی A بالای مهزن از طریق پله به نقطه‌ی B (پای مخزن) می‌رود، در این صورت نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی فرد از A تا B کدام است؟ (قطر مخزن استوانه‌ای برابر با ارتفاع آن است.)



۴ $\sqrt{1 + \pi^2}$

۳ $\sqrt{1 + 4\pi^2}$

۲ $\sqrt{2}$

۱ ۱

۶ متحرکی با تندی ثابت v_1 از نقطه‌ی A به B روی مسیر مستقیم رفته و با تندی v_2 به نقطه‌ی A بازمی‌گردد. به ازای کدام مقادیر v_1 و v_2 برحسب متر بر ثانیه، تندی متوسط کل بیشینه می‌شود؟

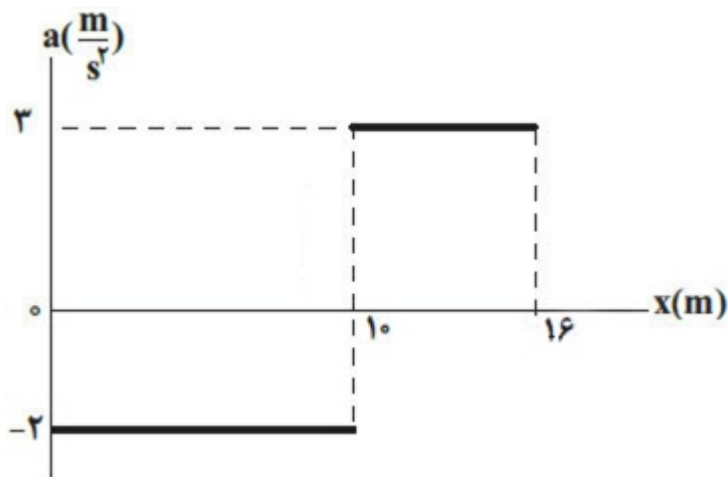
۴ ۳ و ۹

۳ ۶ و ۶

۲ ۴ و ۸

۱ ۵ و ۷

۷ قسمتی از نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر متحرک در لحظه‌ی $t = 0$ از مبدأ مکان با سرعت $10 \frac{m}{s}$ عبور کند، تا لحظه‌ای که برای بار دوم به مکان $x = 10m$ می‌رسد، چند ثانیه حرکتش، کندشونده بوده است؟



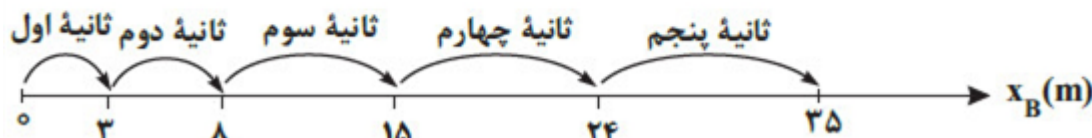
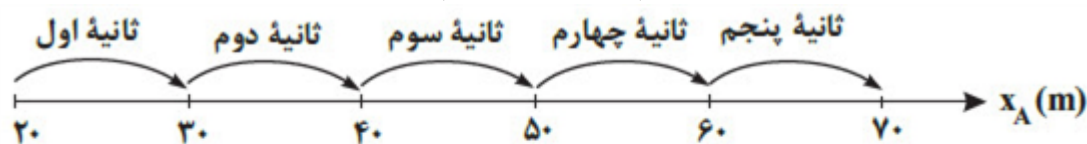
۴ ۷

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

۸ شکل زیر، جابه‌جایی دو متحرک A و B را در ۵ ثانیه اول حرکتشان نشان می‌دهد. اگر این دو متحرک، هم‌زمان از لحظه $t = 0$ شروع به حرکت کرده باشند، در چه لحظه‌ای و در چه مکانی از کنار هم عبور می‌کنند؟



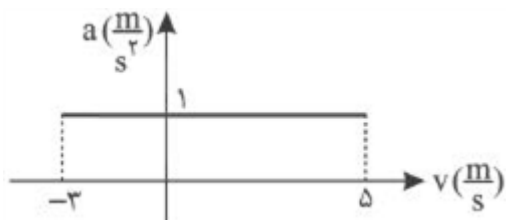
$x = 100m, t = 10s$ (۲)

$x = 80m, t = 8s$ (۱)

$x = 120m, t = 10s$ (۴)

$x = 100m, t = 8s$ (۳)

۹ نمودار شتاب-سرعت متحرکی در حرکت روی خط راست مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در مدتی که جسم حرکت شتابدار دارد، چند متر است؟



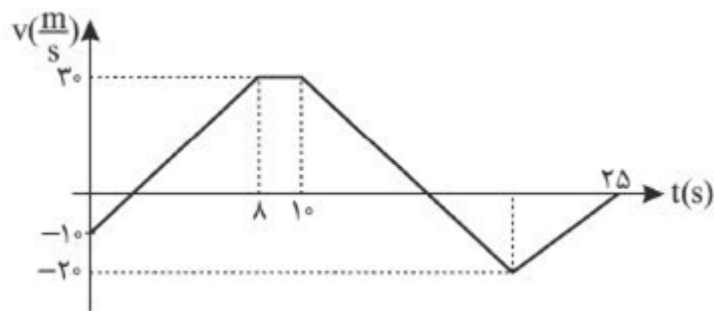
$12/5$ (۴)

8 (۳)

$4/5$ (۲)

4 (۱)

۱۰ نمودار سرعت-زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. اگر بازه زمانی که حرکت ذره تندشونده و در جهت منفی محور x ها است ۴ ثانیه باشد، در ۲۵ ثانیه اول حرکت متوسط چند متر بر ثانیه است؟



6 (۴)

$5/8$ (۳)

$5/6$ (۲)

$4/6$ (۱)

۱۱ متحرکی در حرکت روی خط راست در مبدأ زمان در نقطه A واقع در $+10$ متری مبدأ (0) قرار دارد و بعد از گذشت ۲ ثانیه با سرعت ثابت خود را به مبدأ می‌رساند. معادله مکان-زمان این متحرک در SI کدام است؟



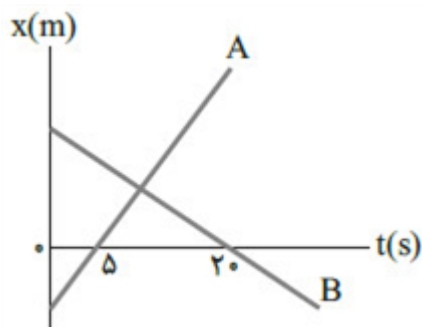
$x = -2t - 10$ (۴)

$x = 2t + 10$ (۳)

$x = 5t + 10$ (۲)

$x = -5t + 10$ (۱)

۱۲) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه $t = 0$ فاصله‌ی دو متحرک از یکدیگر ۱۵۰ متر و تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصله‌ی دو متحرک از یکدیگر در لحظه‌ی $t = 20$ s چند متر است؟



۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

۱۳) قطاری با سرعت ثابت v بر روی یک ریل مستقیم در حال حرکت است. در یک لحظه واگن آخر قطار جدا می‌شود و قطار با همان سرعت قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد. در صورتی‌که حرکت واگن جدا شده با شتاب ثابت کندشونده فرض شود، نسبت مسافتی که واگن جدا شده می‌پیماید تا متوقف شود به مسافتی که قطار در همان مدت می‌پیماید برابر کدام گزینه است؟

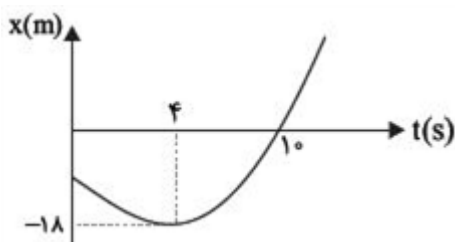
$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۳)

۴ سرعت قطار باید مشخص باشد. (۴)

۱۴) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در ۹ ثانیه نخست چند متر بر ثانیه است؟



0.5 (۴)

۵ (۳)

2.5 (۲)

۲ (۱)

۱۵) گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و با شتاب ثابت $g = 10 \frac{m}{s^2}$ سقوط می‌کند. اگر تندی متوسط آن در $\frac{3}{4}$ پایانی مسیر $15 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

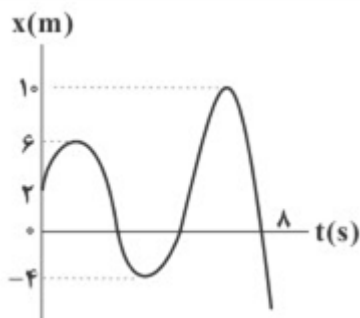
12.5 (۴)

۱۰ (۳)

7.5 (۲)

۵ (۱)

۱۶ نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در ۸ ثانیه‌ی اول حرکت، اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟



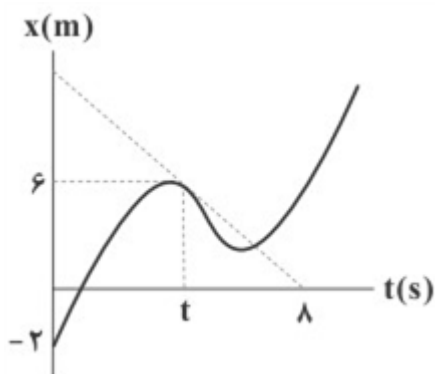
۴ $\frac{13}{4}$

۳ ۵

۲ $\frac{19}{4}$

۱ $\frac{9}{2}$

۱۷ نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر بزرگی سرعت متحرک در لحظه‌ی t برابر با $\frac{3}{4} \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط این متحرک در t ثانیه‌ی اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



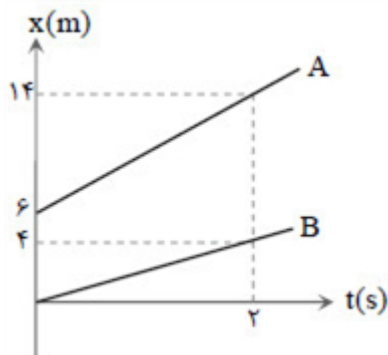
۴ ۳

۳ ۴

۲ ۱

۱ ۲

۱۸ با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل که برای دو متحرک A و B در حرکت روی مسیر مستقیم رسم شده است. زمانی که فاصله‌ی دو متحرک ۱۲ متر شود چند ثانیه است؟



۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

۱۹ اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $۱۰ \frac{m}{s}$ در لحظه‌ی $t = ۰$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $۱۱ s$ حرکتش با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظه‌ی $t = ۰$ با تندی اولیه $۲ \frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیش‌تر است؟

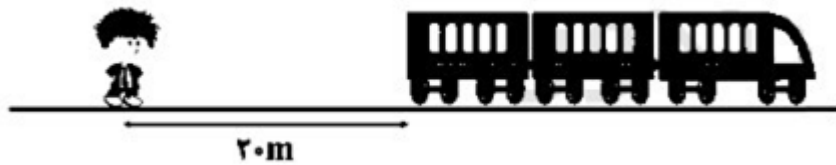
۴ ۵

۳ ۴

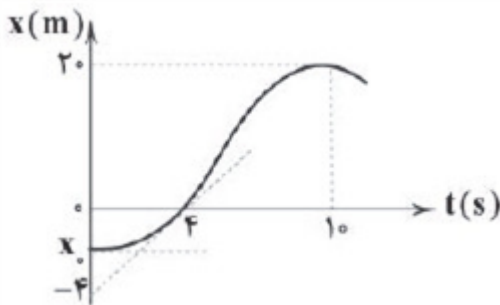
۲ ۳

۱ ۲

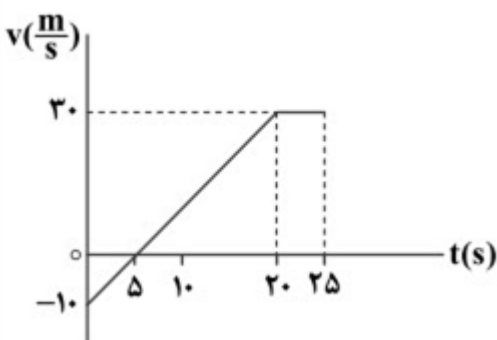
- ۲۰ مطابق شکل زیر، در لحظه‌ی $t = 0$ قطاری به طول 120 m با سرعت ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال حرکت است و شخصی با سرعت ثابت به دنبال قطار می‌دود. اگر این شخص در لحظه‌ی $t_1 = 15\text{ s}$ به قطار برسد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از قطار جلو می‌زند؟



- ۲۱ یک توپ تنیس از ارتفاع 320 سانتی‌متری زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع 125 سانتی‌متری زمین بالا می‌رود. اگر زمان تماس توپ با زمین 13 ms باشد، بزرگی شتاب متوسط آن در ضمن تماس چند متر بر مجذور ثانیه و جهت آن به کدامسو است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$) و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.
- ۲۲ نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل نشان داده شده است، شتاب متوسط متحرک در 4 ثانیه‌ی اول حرکت، سانتی‌متر بر مربع ثانیه بیش‌تر از شتاب متوسط متحرک در 10 ثانیه‌ی اول حرکت است.

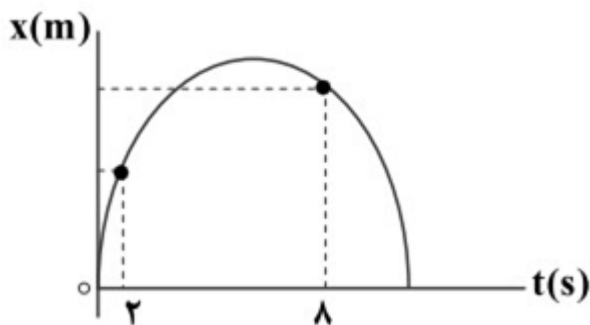


- ۲۳ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 25\text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



- ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۲

۲۴) نمودار مکان - زمان حرکت یک ذره با شتاب ثابت، در امتداد محور x مطابق شکل است. اگر تندی ذره در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 8s$ به ترتیب $\frac{8m}{s}$ و $\frac{4m}{s}$ باشد، شتاب حرکت این ذره در SI کدام است؟



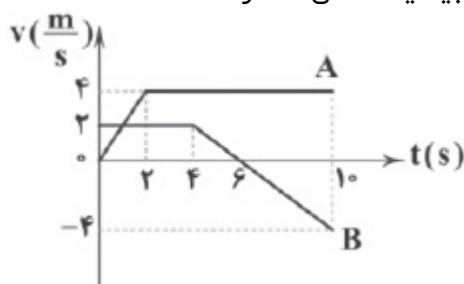
۴- (۴)

۳- (۳)

۲- (۲)

۱- (۱)

۲۵) نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که از مبدأ مختصات در جهت محور x شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت، بزرگی بیشینه مکان متحرک A چند برابر بزرگی بیشینه مکان متحرک B است؟



۳/۶ (۴)

۶/۴ (۳)

۲/۸ (۲)

۵/۶ (۱)

۲۶) در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از بالای برجی به ارتفاع $60m$ رها می‌کنیم. اندازه‌ی سرعت گلوله در وسط مسیر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، مقاومت هو را نادیده بگیرید.)

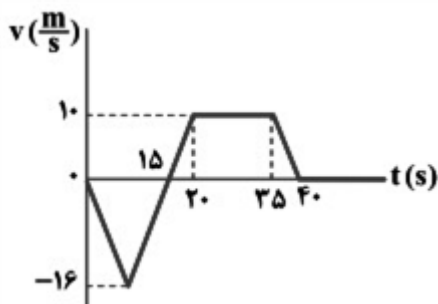
$10\sqrt{2}$ (۴)

$10\sqrt{3}$ (۳)

$10\sqrt{6}$ (۲)

۳۰ (۱)

۲۷) نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در کدام یک از زمان‌های زیر، فاصله‌ی متحرک از نقطه‌ی شروع حرکت ($x = x_0$) بیشتر است؟



$t = 40s$ (۴)

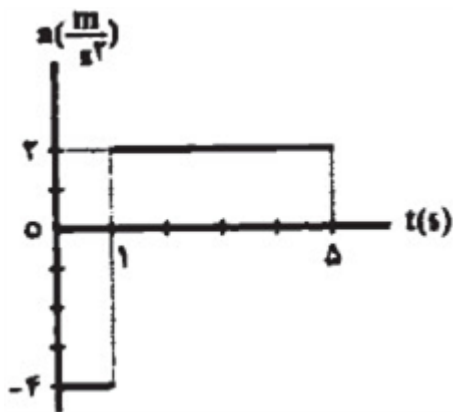
$t = 15s$ (۳)

$t = 20s$ (۲)

$t = 7s$ (۱)

۲۸

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان از مبدأ مکان با سرعت $\frac{6}{s} m$ روی محور x می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک صحیح نیست؟

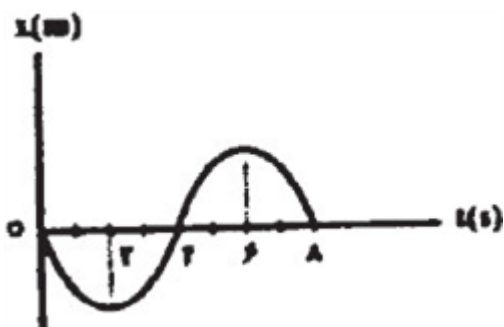


۱ حرکت متحرک همواره در جهت محور x است. ۲ حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۳ متحرک جهت حرکتش را یکبار عوض کرده است. ۴ جابه‌جایی متحرک در کل حرکت ۲۸ متر است.

۲۹

در شکل زیر، نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی نشان داده شده است. در کدام بازه زمانی مشخص شده، سرعت منفی و حرکت شتابدار کندشونده است؟



۴ ۸s تا ۶s

۳ ۶s تا ۴s

۲ ۴s تا ۲s

۱ صفر تا ۲s

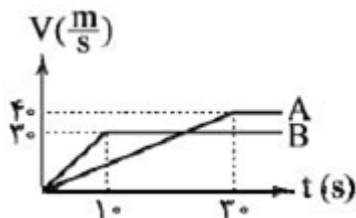
۳۰ معادله‌ی مکان - زمان جسمی که بر روی محور x ها در حرکت است، در SI به صورت $x = 1/5t^2 - 10t + 9$ می‌باشد. نوع حرکت این متحرک در دو ثانیه‌ی دوم حرکتش چگونه است؟

۱ تندشونده ۲ کندشونده

۳ ابتدا تندشونده و سپس کندشونده ۴ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۳۱

نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که از یک مکان شروع به حرکت کرده‌اند، به شکل زیر است. پس از چه مدتی این دو متحرک مجدداً به هم می‌رسند؟



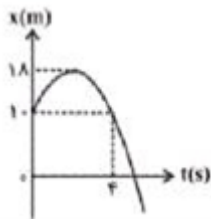
۴ ۴۵

۳ ۲۵

۲ ۳۵

۱ ۱۵

۳۲) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x ها با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. سرعت این متحرک در لحظه عبور از مبداء مکان، چند متر بر ثانیه است؟



- ۱) -۸ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

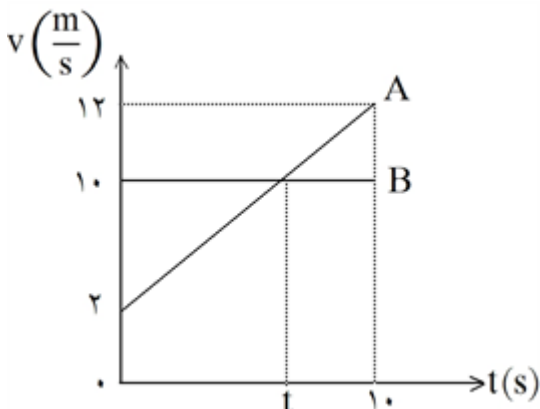
۳۳) معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 2t + 8$ است. مسافت طی شده توسط متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت، چند متر است؟

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۱

۳۴) اتومبیلی که بر روی مسیری مستقیم با سرعت v_0 در حال حرکت است، ناگهان با شتاب ثابت $\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند، اگر این اتومبیل در هر t ثانیه، مسافت‌های ۶۰ و ۲۰ متر را بپیماید، تا متوقف شود، به ترتیب از راست به چپ t چند ثانیه و v_0 چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) ۲۴ ، ۲ ۲) ۶ ، ۲ ۳) ۱۲ ، ۱ ۴) ۴ ، ۱

۳۵) نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان، از یک نقطه و در یک جهت در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. مطابق شکل روبه‌رو است. بیش‌ترین فاصله‌ی این دو متحرک از یک‌دیگر بعد از ۱۰ ثانیه از شروع حرکت، چند متر است؟

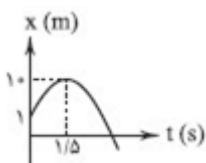


- ۱) ۳۰ ۲) ۳۲ ۳) ۳۴ ۴) ۴۸

۳۶) متحرکی با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ ، بر روی دایره‌ای در حال حرکت است. اگر متحرک در مدت ۵ ثانیه نیم دور بر روی دایره بچرخد، اندازه‌ی شتاب متوسط آن در این مدت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

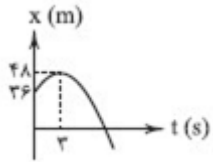
- ۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) صفر

۳۷) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی $\frac{4}{5} s < t < \frac{6}{5} s$ چند متر است؟



- ۱) ۳۲ ۲) ۳۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

۳۸ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، اندازه‌ی سرعتش چند متر بر ثانیه است؟



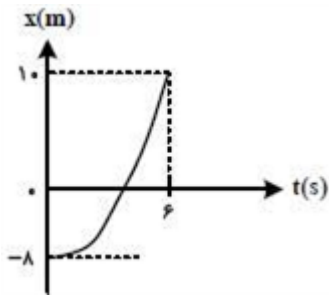
۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۹ نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور کرده است چند متر بر ثانیه است؟



۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۰ (۱)

۴۰ متحرکی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم در حرکت است. اگر جابه‌جایی در ۳ ثانیه‌ی اول ۴۲ متر و جابه‌جایی در ۳ ثانیه‌ی سوم ۷۸ متر باشد، سرعت اولیه‌ی متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۱۱ (۱)

۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. یک قطار وقتی کاملاً از پل عبور می‌کند که مسافت طی شده مجموع طول پل و قطار باشد و وقتی کاملاً روی پل است که مسافت طی شده، اختلاف طول پل و قطار باشد. اگر طول پل L_1 و طول قطار L_2 فرض شود داریم:

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 &= v \times t_1 \\ L_1 - L_2 &= v \times t_2 \end{aligned} \Rightarrow 2L_2 = v(t_1 - t_2) \xrightarrow{v = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 2 \times 300 = 40 \times (t_1 - t_2)$$

$$\Rightarrow t_1 - t_2 = 15 \text{ s}$$

۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله سرعت - زمان متحرک را می‌یابیم. چون نمودار $v - t$ به صورت سهمی است، به کمک معادله ریاضی سهمی معادله سرعت برابر است با:

$$v = b(t - 2)(t - 6) \Rightarrow v = b(t^2 - 8t + 12)$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط برای بازه زمانی t_1 تا t_2 داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_2 = b(t_2^2 - 8t_2 + 12) - v_1 = b(t_1^2 - 8t_1 + 12)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{b[t_2^2 - t_1^2 - 8(t_2 - t_1)]}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{b(t_2 - t_1)(t_2 + t_1 - 8)}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = b(t_2 + t_1 - 8)$$

در آخر شتاب متوسط هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\xrightarrow[t_2 = 2/5 \text{ s}]{t_1 = 1/5 \text{ s}} a_{av} = b(2/5 + 1/5 - 8) = -4b \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$\xrightarrow[t_2 = 7/5 \text{ s}]{t_1 = 4/5 \text{ s}} a_{av} = b(4/5 + 7/5 - 8) = 3/5b \quad \text{گزینه ۲:}$$

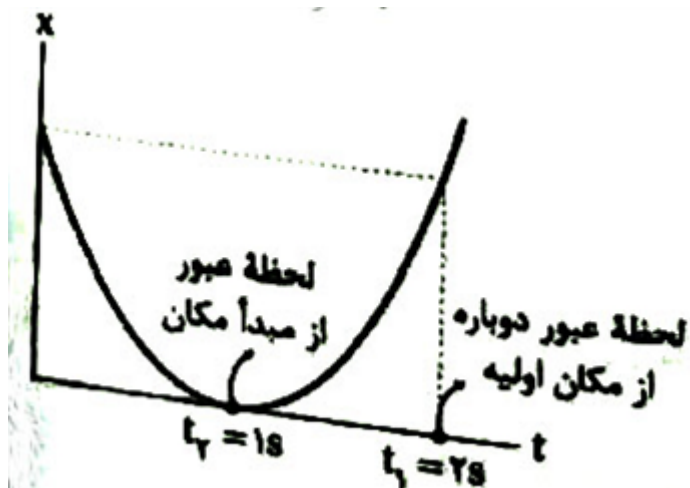
$$\xrightarrow[t_2 = 6/5 \text{ s}]{t_1 = 3/5 \text{ s}} a_{av} = b(3/5 + 6/5 - 8) = 2b \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$\xrightarrow[t_2 = 6 \text{ s}]{t_1 = 1 \text{ s}} a_{av} = b(1 + 6 - 8) = -b \quad \text{گزینه ۴:}$$

می‌بینیم، بزرگی شتاب در بازه زمانی $1/5 \text{ s}$ تا $2/5 \text{ s}$ از سایر بازه‌های زمانی داده شده بیشتر است.

۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.



$$x = 2t^2 - 4t + 2 = 2(t - 1)^2$$

$$x = 2t^2 - 4t + 2$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حرکت هر سه متحرک با سرعت ثابت انجام می‌شود و باید لحظه‌ی t را حساب کنیم. روش اول:

گام اول: با توجه به اینکه متحرک A در خلاف جهت محور و متحرک‌های B و C هم‌جهت محور حرکت می‌کنند. معادله‌ی حرکت متحرک‌های را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{A_0}$$

$$x_B = v_B t + x_{B_0}$$

$$x_C = v_C t + x_{C_0}$$

در $t = 6$ s باید $x_A - x_B = 0$ باشد:

$$x_A - x_B = v_A t + x_{A_0} - v_B t - x_{B_0} \xrightarrow{t=6} 0 = 6v_A - 6v_B + 150$$

$$v_A - v_B = 25 \frac{m}{s} \quad (1)$$

در $t = 5$ s باید $x_A - x_C = 0$ باشد:

$$x_A - x_C = 5v_A - 5v_C + 100 \Rightarrow -5v_A + 5v_C = 100 \Rightarrow v_C - v_A = 20 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow v_C - v_B = -5 \frac{m}{s}$$

اکنون برای مکان B و C باید در لحظه‌ی t $x_C - x_B = 0$ باشد:

$$v_C t + x_{C_0} - v_B t - x_{B_0} = 0$$

$$(v_C - v_B)t + (x_{C_0} - x_{B_0}) = 0 \Rightarrow -5t + 50 = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

روش دوم: چون فاصله‌ی A و B در مدت 6 s به اندازه‌ی 150 متر کم شده است سرعت نسبی دو متحرک برابر است با:

$$v_A + v_B = \frac{150}{6} = 25 \frac{m}{s}$$

چون فاصله‌ی A و B در مدت 6 s به اندازه‌ی 100 متر کم شده، سرعت نسبی آنها برابر است با:

$$v_A + v_C = 20 \frac{m}{s}$$

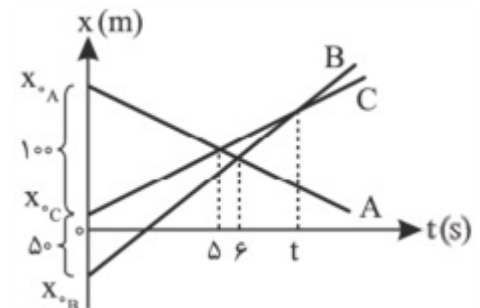
از تفریق دو رابطه‌ی فوق داریم:

$$v_B - v_C = 5 \frac{m}{s}$$

چون متحرک‌های B و C با سرعت نسبی $5 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کنند، تغییر فاصله‌ی 50 متری آنها را در مدت t در نظر

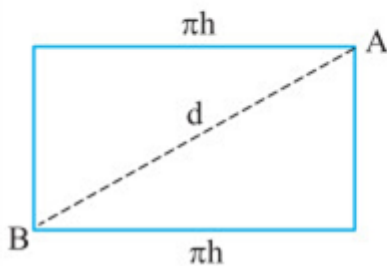
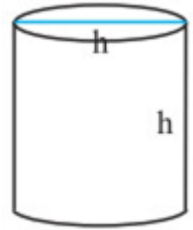
می‌گیریم و t را حساب می‌کنیم.

$$t = \frac{50}{5} = 10 \text{ s}$$



۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کوتاه‌ترین طول پله‌ی این مخزن برابر قطر مستطیلی است که با باز کردن استوانه، در سطح جانبی آن به دست می‌آید مطابق شکل زیر داریم:



$$d = \sqrt{h^2 + (\pi h)^2} = h\sqrt{1 + \pi^2}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{h\sqrt{1 + \pi^2}}{h} = \sqrt{1 + \pi^2}$$

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هنگامی که متحرک با تندیه‌های متفاوت حرکت می‌کند، در نتیجه زمان‌های طی شده نیز متفاوت است. پس زمان طی شدن مسیر در رفت و برگشت را محاسبه می‌کنیم:
فاصله‌ی بین A تا B را L در نظر می‌گیریم:

$$v_1 = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{v_1}$$

$$v_2 = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l}{v_2}$$

حال تندیه متوسط در کل مسیر رفت و برگشت را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{کل}} = \frac{s_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{2l}{\frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2}} = \frac{2l}{\frac{l v_2 + l v_1}{v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

با توجه به رابطه‌ی به دست آمده و گزینه‌ها، مخرج به دست آمده به ازای تمامی گزینه‌ها ثابت است. بنابراین برای این که $v_{\text{کل}}$ بیشینه شود، باید حاصل ضرب دو تندیه بیش‌ترین باشد در نتیجه گزینه‌ی ۳ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متحرک در لحظه $t = 0$ از مکان $x = 0$ با سرعت $10 \frac{m}{s}$ شروع به حرکت نموده و پس از عبور از مکان $x = 10m$ و تا زمانی که به مکان $x = 16m$ می‌رسد، شتاب آن ثابت و برابر $2 \frac{m}{s^2}$ است بنابراین؛ ابتدا باید سرعت متحرک را در انتهای این قسمت از حرکتش به دست آوریم:

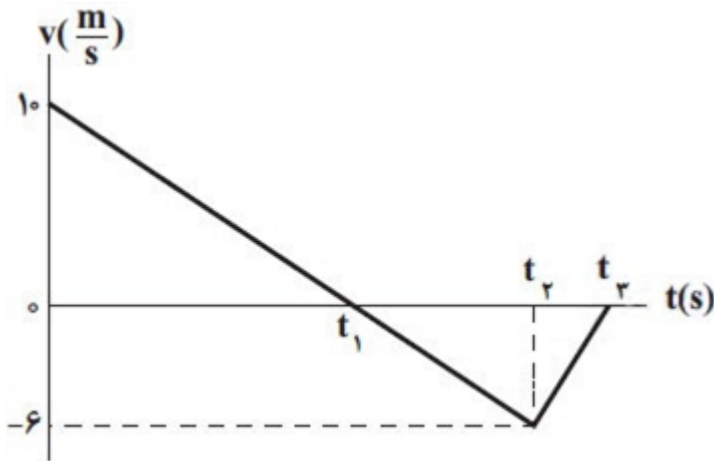
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 - 10^2 = 2 \times (-2) \times (16 - 0) \Rightarrow v_1^2 = 36 \Rightarrow v_1 = \pm 6 \frac{m}{s}$$

در ادامه شتاب متحرک در مکان $x = 16m$ تغییر کرده و با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ به طرف نقطه $x = 10m$ برمی‌گردد. سرعت متحرک را در انتهای این قسمت از حرکتش نیز به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_2^2 - 6^2 = 2 \times 3 \times (10 - 16) \Rightarrow v_2^2 = 0 \Rightarrow v_2 = 0$$

با توجه به این که سرعت نهایی متحرک، $v_2 = 0$ به دست آمده است باید، $v_1 = -6 \frac{m}{s}$ باشد تا در قسمت دوم حرکت، سرعت متحرک با شتاب مثبت از v_1 به صفر برسد.

اکنون مطابق شکل زیر نمودار سرعت - زمان، این متحرک را رسم می‌کنیم و به کمک رابطه سرعت زمان، مقادیر t_1 ، t_2 و t_3 را به دست می‌آوریم:



$$v = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_1 + 10 \\ \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$v_1 = a_1 t_2 + v_0 \Rightarrow -6 = -2t_2 + 10 \\ \Rightarrow t_2 = 8s$$

$$v_2 = a_2 t + v_1 \Rightarrow 0 = 3t - 6 \\ \Rightarrow t = 2s \Rightarrow t_3 = 8 + 2 = 10s$$

در نهایت، تحلیل نوع حرکت را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

از لحظه $t = 0$ تا $t_1 = 5s$ ، چون $v > 0$ و $a < 0$ است، نوع حرکت کندشونده است.

از لحظه $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 8s$ ، چون $v < 0$ و $a < 0$ است، نوع حرکت تندشونده است.

از لحظه $t_2 = 8s$ تا $t_3 = 10s$ ، چون $v < 0$ و $a > 0$ است، نوع حرکت کندشونده است.

بنابراین، متحرک در مجموع $7s$ حرکتش کندشونده بوده است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با دقت در نمودار مکان متحرک A ، متوجه می‌شویم که این متحرک، از مکان $x_0 = +20m$

حرکت خود را آغاز کرده و در ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی‌های یکسانی را طی کرده است؛ بنابراین حرکتش با سرعت

ثابت (یکنواخت) می‌باشد. در این حالت با محاسبه سرعت متحرک، معادله مکان - زمان آن را

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1s]{\Delta x = 30 - 20 = 10m} v_A = \frac{10}{1} = 10 \frac{m}{s} \quad \text{می‌نویسیم:}$$

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow[v_A = 10 \frac{m}{s}]{x_0 = 20m} x_A = 10t + 20$$

همچنین، با دقت در نمودار مکان متحرک B ، متوجه می‌شویم که این متحرک، از مکان $x_0 = 0$ حرکت خود را آغاز کرده و در ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی‌های آن یک دنباله عددی را تشکیل می‌دهد. یعنی حرکتش با شتاب ثابت است.

بنابراین به کمک رابطه جابه‌جایی در t ثانیه n ام $\left(\Delta x = \frac{1}{2} a (2n - 1) t^2 + v_0 t \right)$ شتاب و سرعت اولیه متحرک B را

می‌یابیم و معادله حرکتش را می‌نویسیم:

$$(n = 1) \text{ جابه‌جایی در ثانیه اول: } \Delta x_1 = \frac{1}{2} a (2 \times 1 - 1) t^2 + v_0 t \xrightarrow[\Delta x_1 = 3m]{t = 1s} 3 = \frac{1}{2} a + v_0$$

$$(n = 2) \text{ جابه‌جایی در ثانیه دوم: } \Delta x_2 = \frac{1}{2} a (2 \times 2 - 1) t^2 + v_0 t \xrightarrow[\Delta x_2 = 5m]{t = 1s} 5 = \frac{3}{2} a + v_0$$

$$\text{با حل دستگاه دو معادله - دو مجهول} \quad \begin{cases} \frac{1}{2} a + v_0 = 3 \\ \frac{3}{2} a + v_0 = 5 \end{cases} \quad \text{کمیت‌های } a \text{ و } v_0 \text{ برای متحرک } B \text{ به دست می‌آید:}$$

$$\begin{cases} a_B = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_{0B} = 2 \frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین، معادله مکان - زمان متحرک B برابر است با:

$$x_B = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 2t + 0 \Rightarrow x_B = t^2 + 2t$$

در آخر، چون در لحظه‌ای که این دو متحرک به یکدیگر می‌رسند $x_A = x_B$ است، می‌توان نوشت:

$$x_A = x_B \Rightarrow 10t + 20 = t^2 + 2t \Rightarrow t^2 - 8t - 20 = 0 \Rightarrow (t + 2)(t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 10s \\ t = -2s \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

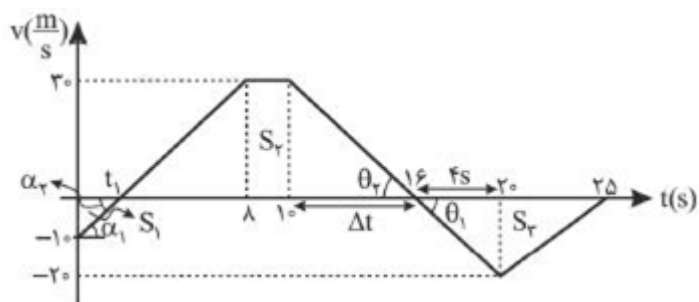
در نتیجه مکانی که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند برابر است با:

$$x_B = x_A = 10t + 20 \xrightarrow{t = 10s} x_B = x_A = 10 \times 10 + 20 = 120m$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

حرکت شتاب ثابت است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 5^2 - (-3)^2 = 2 \times (1) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 8m$$



$$\alpha_1 = \alpha_r \Rightarrow \tan \alpha_1 = \tan \alpha_r \Rightarrow \frac{40}{8} = \frac{10}{t_1} \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

$$\theta_1 = \theta_r \Rightarrow \tan \theta_1 = \tan \theta_r \Rightarrow \frac{20}{18} = \frac{20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 18 \text{ s}$$

$$S_1 = \frac{2 \times (-10)}{2} = -10 \text{ m}$$

$$S_r = \frac{(18 + 2) \times 20}{2} = 200 \text{ m}$$

$$S_r = \frac{-20 \times 9}{2} = -90 \text{ m}$$

$$\Delta x = S_1 + S_r + S_r = -10 + 200 + (-90) = 100 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100}{18} = 5 \frac{1}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱) چون حرکت در خلاف جهت محور x است، سرعت منفی است.

۲) مکان اولیه متحرک نیز $10 \text{ m} \neq 0$ است.

۳) با توجه به معادله مکان-زمان در حرکت سرعت ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x = -5t + 10 \end{cases}$$

۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مسئله فاصله‌ی دو متحرک را در لحظه‌ی $t = ۲۰ s$ می‌خواهد که در شکل با d نشان داده‌ایم.

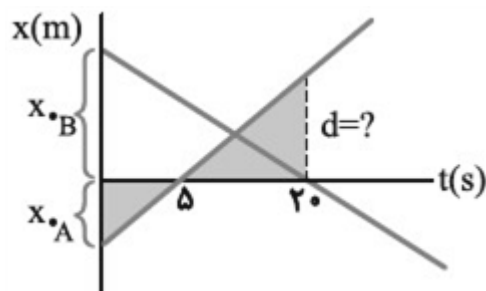
ابتدا x_A و x_B را به دست می‌آوریم، می‌دانیم شیب خط نمودار $(x - t)$ ، برابر سرعت متحرک است. بنابراین داریم:

$$v_A = \frac{x_{A,0}}{\Delta t}, |v_B| = \frac{x_{B,0}}{\Delta t} \quad |v_A| = |v_B|$$

$$\frac{x_{A,0}}{\Delta t} = \frac{x_{B,0}}{\Delta t} \quad |x_{A,0}| + |x_{B,0}| = ۱۵۰ m \rightarrow |x_{A,0}| = ۵۰ m, |x_{B,0}| = ۱۰۰ m$$

حال از تشابه دو مثلث هاشورخورده، d را می‌یابیم:

$$\frac{|x_{A,0}|}{d} = \frac{\Delta t}{\Delta t_{total}} \quad \frac{۵۰}{d} = \frac{۲۰}{۳۰} \Rightarrow d = ۱۵۰ m$$



۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سرعت اولیه‌ی واگن برابر سرعت قطار یعنی v است. سرعت واگن به تدریج کم می‌شود تا

در نهایت پس از t ثانیه به صفر می‌رسد، بنابراین با استفاده از معادله‌ی مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{v + 0}{2} t = \frac{v \cdot t}{2}$$

همچنین حرکت قطار با سرعت ثابت v انجام می‌شود، بنابراین جابه‌جایی قطار در همان مدت t ثانیه برابر است با:

$$\Delta x_2 = v \cdot t$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{v \cdot t}{2}}{v \cdot t} = \frac{1}{2}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$4 < t < 10 \Rightarrow \Delta t = 6s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_f \times \Delta t \xrightarrow{v_f=0} 18 = \frac{1}{2} a \times 36 \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$v_f = at + v_i \xrightarrow{v_f=0} 0 = 1 \times 4 + v_i \Rightarrow v_i = -4 \frac{m}{s}$$

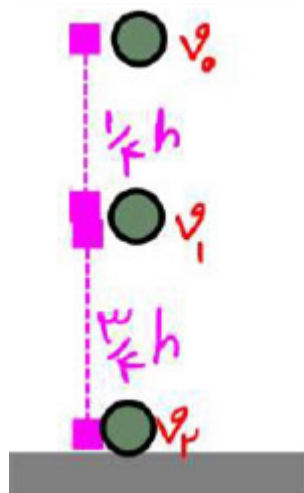
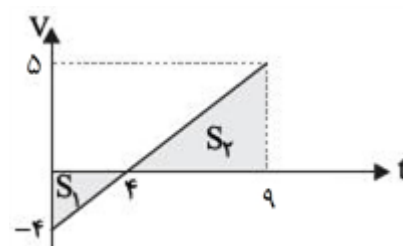
$$v_9 = 1(9) + (-4) = -5 \frac{m}{s}$$

$$0 < t < 4 \Rightarrow d_1 = \frac{4 \times (-4)}{2} = -8m$$

$$4 < t < 9 \Rightarrow d_2 = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5m$$

$$d = d_1 + d_2 = -8 + 12.5 = 4.5m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4.5}{9} = 0.5 \frac{m}{s}$$



$$\frac{V_1 + V_2}{2} = 15 \Rightarrow V_1 + V_2 = 30$$

$$V_1^2 - V_0^2 = 2g\left(\frac{h}{2}\right) \Rightarrow V_1^2 = 5h \Rightarrow V_1 = \sqrt{5h}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2g(h) \Rightarrow V_2^2 = 20h \Rightarrow V_2 = \sqrt{20h} = 2\sqrt{5h}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5h} + 2\sqrt{5h} = 30 \Rightarrow \sqrt{h} = \frac{30}{3\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow h = 20m$$

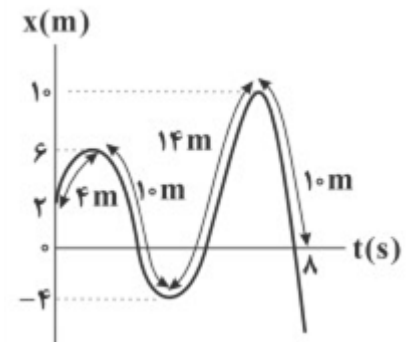
$$S_{av} = \frac{0 + \sqrt{20 \times 20}}{2} = 10m/s$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$\begin{cases} t = 0 : x_1 = 2 \text{ m} \\ t = 8 \text{ s} : x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

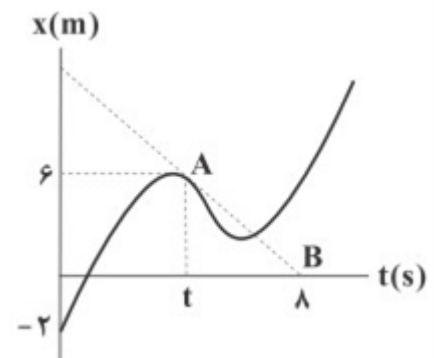


بنابراین اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط برابر است با:

$$s_{av} - |v_{av}| = \frac{19}{4} - \frac{1}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در نمودار مکان - زمان، قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه، بزرگی سرعت متحرک در آن لحظه است. در نتیجه باید قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی t برابر با $\frac{3}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ شود، یعنی

قدرمطلق شیب پاره‌خط AB در نمودار زیر، برابر با $\frac{3}{4}$ است. با توجه به این نکات می‌توان نوشت:



$$|m_{AB}| = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{6}{(8-t)} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 = 8-t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

با توجه به نمودار بالا مشخص است که متحرک در لحظه‌ی $t = 0$ در مکان $x = -2 \text{ m}$ و در لحظه‌ی $t = 4 \text{ s}$ در مکان $x = +6 \text{ m}$ قرار دارد، بنابراین سرعت متوسط متحرک در این بازه‌ی زمانی برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{6 - (-2)}{4} = \frac{8}{4} = +2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادلات مکان - زمان دو متحرک A و B را می‌نویسیم:

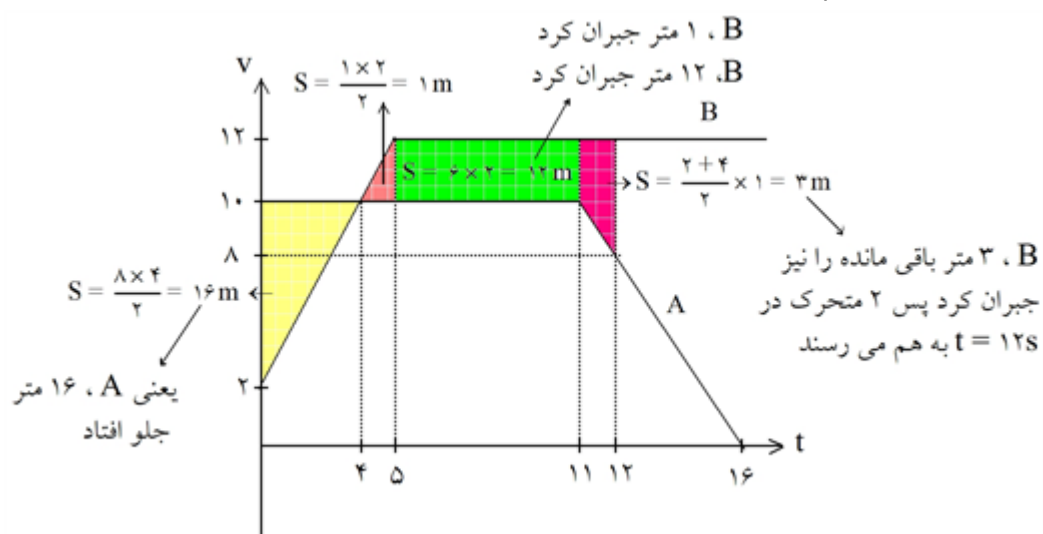
$$A = \begin{cases} x_A = 6 \text{ m} \\ v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14-6}{2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} x_B = 0 \\ v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 4t + 6 \\ x_B = 2t + 0 \end{cases} \Rightarrow L = |x_A - x_B| \Rightarrow 12 = |4t + 6 - 2t|$$

$$\Rightarrow 12 = 2t + 6 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

$$v = at + v_0 = 2 \times 5 + 2 = 12 \frac{m}{s}$$

باید سطح زیر نمودار را در قسمت‌هایی که با هم اشتراک ندارند به دست آورد.



$$t = 14 \left\{ \begin{array}{l} V_A = 8 \\ V_B = 12 \end{array} \right. \Rightarrow V_B - V_A = 4$$

گام اول: در حالت اول که شخص به قطار می‌رسد، جابه‌جایی شخص نسبت به قطار برابر ۲۰m می‌باشد و داریم:

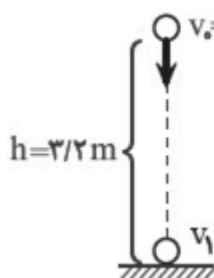
$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 20 = v_{\text{نسبی}} (15) \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

گام دوم: برای این‌که شخص موردنظر از قطار جلو بزند، باید علاوه بر جبران فاصله‌ی ۲۰ متری، طول قطار را نیز طی کند.

بنابراین شخص باید نسبت به قطار ۱۴۰m را طی کند و داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 140 = \frac{4}{3} (\Delta t) \Rightarrow \Delta t = 10.5s$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در حالتی که توپ سقوط می‌کند، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، سرعت برخورد توپ به زمین را می‌یابیم:

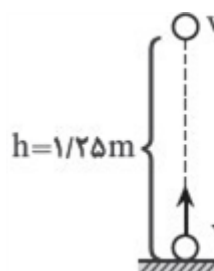


$$E_1 = E_0 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 3/2} \Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s}$$

در حالتی که توپ به بالا برمی‌گردد، مشابه حالت قبل با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی سرعت توپ را هنگام جدا شدن از زمین به صورت زیر می‌یابیم:



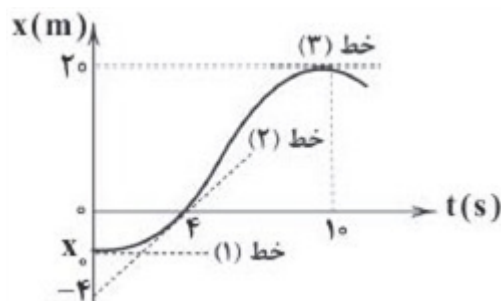
$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1/25} \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

حال برای تعیین شتاب متوسط، با توجه به تعریف آن داریم: (اگر جهت روبه بالا را مثبت بگیریم)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{2 \text{ m/s} - (-8 \text{ m/s})}{13 \times 10^{-3} \text{ s}} \Rightarrow a_{av} = \frac{10}{13 \times 10^{-3}} \Rightarrow a_{av} = 1000 \text{ m/s}^2$$

و جهت آن همسو با بردار $\Delta \vec{v}$ یعنی در اینجا رو به بالا است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شیب مماس‌های ترسیمی بر نمودار، سرعت در لحظات $t_1 = 0$ و $t_2 = 4 \text{ s}$ عبارت است از:



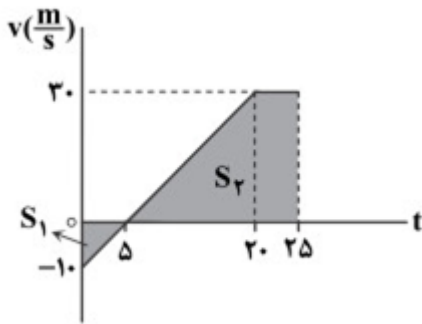
$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = \text{شیب خط ۱} = 0 \\ v_2 = \text{شیب خط ۲} = \frac{4}{4} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_3 = \text{شیب خط در ۳} = 0 \end{cases}$$

$$a_{av_1} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{1 - 0}{4 - 0} = 0.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$a_{av_2} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{0 - 1}{10 - 4} = 0$$

با توجه به این موضوع، شتاب متوسط در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت، ۲۵ سانتی‌متر بر مربع ثانیه بیش‌تر از شتاب متوسط در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت است.

مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است و از تقسیم جابه‌جایی بر زمان، سرعت متوسط محاسبه می‌شود.



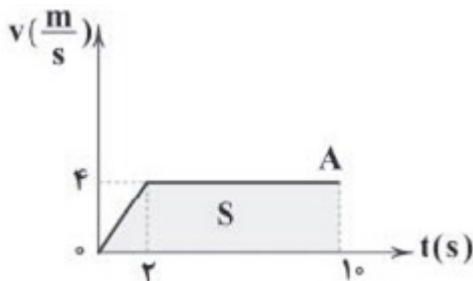
$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{10 \times 5}{2} = 25 \\ S_2 &= \frac{5+20}{2} \times 30 = 375 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = -S_1 + S_2 = -25 + 375 = 350 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{350}{25} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار مکان - زمان، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی $t_1 = 2 \text{ s}$ مثبت و در لحظه‌ی $t_2 = 8 \text{ s}$ منفی است. بنابراین در لحظه‌ی $t_1 = 2 \text{ s}$ ، سرعت متحرک $+8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و در لحظه‌ی $t_2 = 8 \text{ s}$ ، سرعت آن $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. بنابراین:

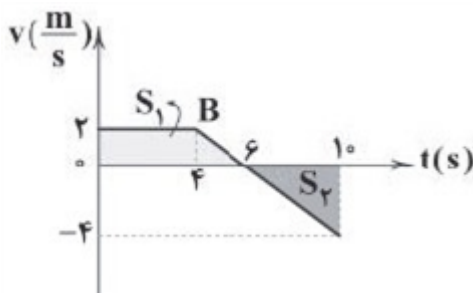
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4 - 8}{8 - 2} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متحرک A پیوسته در جهت محور x حرکت می‌کند ($v > 0$)، بنابراین بیش‌ترین مکان متحرک A در لحظه‌ی $t = 10 \text{ s}$ رخ می‌دهد. به کمک مساحت سطح محصور بین نمودار و محور t می‌نویسیم:



$$\Delta x_A = S = \frac{10+8}{2} \times 4 = 36 \text{ m} \Rightarrow x_{\max A} - x_A = 36 \text{ m} \Rightarrow x_{\max A} = 36 \text{ m}$$

متحرک B، ۶ ثانیه‌ی اول حرکت در جهت محور x حرکت می‌کند و از لحظه‌ی $t = 6 \text{ s}$ به بعد تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور x به حرکت خود ادامه می‌دهد:



$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{6+4}{2} \times 2 = 10 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = -S_2 = -\frac{4 \times 4}{2} = -8 \text{ m}$$

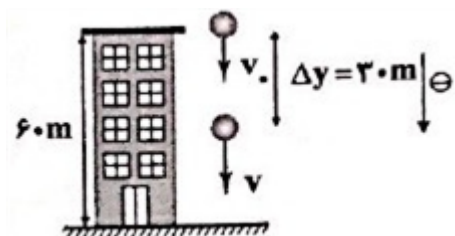
در نتیجه بیش‌ترین مکان متحرک B در لحظه‌ی $t = 6 \text{ s}$ رخ می‌دهد:

$$\Delta x_B = \Delta x_1 = +10 \text{ m} \Rightarrow x_{\max B} - x_B = +10 \Rightarrow x_{\max B} = +10 \text{ m}$$

$$\frac{x_{\max A}}{x_{\max B}} = \frac{36}{10} = 3.6$$

نسبت موردنظر پرسش برابر است با:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است از معادله‌ی مستقل از زمان بین دو نقطه استفاده کنیم:



$$v_f^2 - v_i^2 = -2g\Delta y$$

$$v_f^2 - 0 = -2 \times (10)(-3.0) \Rightarrow v_f^2 = 60.0$$

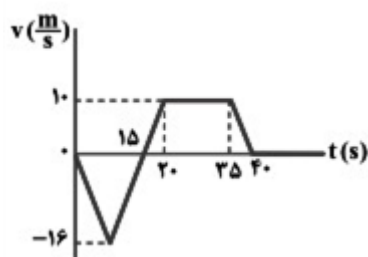
$$|v| = \sqrt{60.0} = 10\sqrt{6} \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در $t = 15s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود و در $t = 40s$ متحرک متوقف می‌شود، پس جواب $t = 15s$ یا

$t = 40s$ است. (البته مکان متحرک در زمان‌های بعد از $t = 40s$ هم، مساوی $x_t = 40s$ است.)

جابه‌جایی برابر است با مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان.

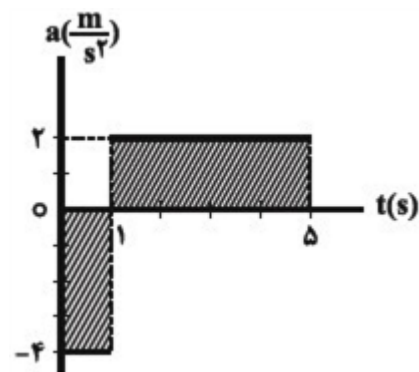


$$x(15s) - x(0) = S_1 = \frac{-15 \times 16}{2} = -120 \text{ m}$$

$$x(40s) - x(0) = -S_1 + S_2 = \frac{-15 \times 16}{2} + \frac{25 + 15}{2} \times 10 = -120 + 200 = 80 \text{ m}$$

پس در $t = 15s$ فاصله‌ی متحرک از نقطه‌ی شروع ۱۲۰ متر و در $t = 40s$ و بعد از آن این فاصله ۸۰ متر است. بنابراین

بیشترین فاصله از نقطه‌ی شروع حرکت ۱۲۰ متر است که در لحظه‌ی $t = 15s$ رخ می‌دهد.



$$v(t=0) = +۶ \frac{m}{s}, \Delta v(t=0 \text{ تا } t=1s) = -1 \times ۲ = -\frac{۲m}{s}$$

$$v(t=1s) = ۶ - ۲ = ۴ \frac{m}{s}$$

$$v(t=1s) = ۴ \frac{m}{s}, \Delta v(t=1s \text{ تا } t=۵s) = ۲ \times ۴ = ۸ \frac{m}{s}$$

$$v(t=۵s) = ۴ + ۸ = ۱۲ \frac{m}{s}$$

- متحرک در لحظه $t=0$ با سرعت $۶ \frac{m}{s}$ در جهت محور x از مبدأ مکان عبور کرده و تا لحظه $t=1s$ سرعتش به $۴ \frac{m}{s}$

کاهش یافته است (حرکت کندشونده) سپس با شتاب $۲ \frac{m}{s^2}$ سرعتش افزایش یافته و به $۱۲ \frac{m}{s}$ رسیده است. (حرکت تند شونده)

تند شونده)

- سرعت متحرک به صفر نرسیده و تغییر علامت نداده است، پس تغییر جهت نداریم.

- محاسبه جابه‌جایی توسط رابطه مستقل از شتاب:

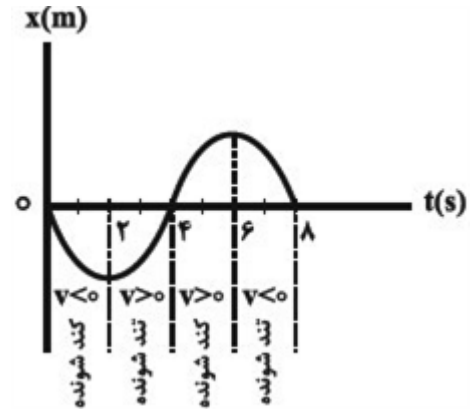
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t$$

$$\Delta x_1(t=0 \text{ تا } t=1s) = \frac{۶ + ۴}{2} \times 1 = ۵m$$

$$\Delta x_2(t=1s \text{ تا } t=۵s) = \frac{۴ + ۱۲}{2} \times ۴ = ۳۲m$$

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = ۵ + ۳۲ = ۳۷m$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان معرف سرعت است. بنابراین در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s و ۶s تا ۸s، چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، در این بازه‌های زمانی سرعت نیز منفی است. از طرف دیگر می‌دانیم در حرکت کند شونده اندازه سرعت رو به کاهش است. بنابراین در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s و ۴s تا ۶s که اندازه شیب خط مماس کاهش می‌یابد، اندازه سرعت نیز کاهش یافته و حرکت شتابدار کند شونده می‌باشد. در این صورت می‌توان گفت در بازه زمانی صفر تا ۲s هم سرعت منفی است و هم حرکت شتابدار کند شونده می‌باشد. دقت کنید، در بازه زمانی ۴s تا ۶s حرکت شتاب دار کند شونده است، اما سرعت مثبت می‌باشد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله‌های سرعت و شتاب متحرک را به دست می‌آوریم.

$$x = 1/5 t^2 - 10t + 9$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = 2t - 10$$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = 2 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$v = 0 \Rightarrow 2t - 10 = 0 \Rightarrow t = \frac{10}{2} s$$

لحظه‌ی تغییر جهت حرکت متحرک برابر است با:

$$t = \frac{10}{2} s \text{ تا } t = 0 : \begin{cases} v < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow av < 0 \Rightarrow \text{حرکت کند شونده}$$

$$\text{حرکت تند شونده} \Rightarrow av > 0 : \begin{cases} v > 0 \\ a > 0 \end{cases} \text{ از } t = \frac{10}{2} s \text{ تا انتهای حرکت}$$

منظور از دو ثانیه‌ی دوم حرکت، بازه‌ی زمانی بین ۲s تا ۴s است که لحظه‌ی $t = \frac{10}{2} s$ را نیز شامل می‌شود، لذا در دو

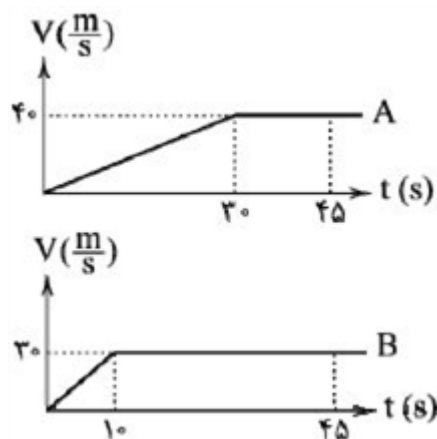
ثانیه‌ی دوم، ابتدا حرکت کند شونده و سپس تند شونده است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند سطح زیر نمودار $V - t$ برای دو متحرک (Δx) با هم برابر است زیرا هر دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند. بهترین راه محاسبه مساحت زیر دو نمودار در هریک از لحظه‌های داده شده در گزینه‌ها است. به عنوان مثال در لحظه‌ی $t = ۴۵s$ مقدار مساحت‌ها به شکل زیر به دست می‌آید.

$$S_A = \frac{(۴۵ + ۱۵)}{۲} \times ۴۰ = ۱۲۰۰$$

$$S_B = \frac{(۴۵ + ۳۵)}{۲} \times ۳۰ = ۱۲۰۰$$

پس در لحظه‌ی $t = ۴۵s$ دو متحرک به هم می‌رسند.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. محور تقارن سهمی از رأس آن می‌گذرد، بنابراین رأس سهمی در مکان $x = ۱۸m$ و لحظه‌ی $t = ۲s$ است که در آن سرعت متحرک برابر با صفر می‌شود، در نتیجه بنا به رابطه‌ی مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow (۱۸ - ۱۰) = \frac{0 + v_0}{2} \times ۲ \Rightarrow v_0 = ۸ \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - ۸}{۲} = -۴ \frac{m}{s^2}$$

از طرفی، شتاب متحرک برابر است با:

برای محاسبه‌ی سرعت در مبدأ مکان با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x' \Rightarrow v^2 - ۸^2 = 2(-۴)(۰ - ۱۰) \Rightarrow v' = \pm ۱۲ \frac{m}{s}$$

چون در لحظه‌ی عبور از مبدأ مکان، شیب خط مماس بر نمودار منفی است، بنابراین، سرعت در این لحظه منفی می‌باشد، لذا $v' = -۱۲ \frac{m}{s}$ صحیح است.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند تغییر جهت ندهد، اندازه‌ی جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر می‌باشد. اما اگر متحرک در طول مسیر حرکت تغییر جهت دهد، اندازه‌ی جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده خواهد بود. بنابراین ابتدا باید سرعت متحرک را تعیین کنیم تا لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند را تعیین کنیم و سپس مکان جسم در لحظه‌ی صفر، 1 s و 3 s را به دست می‌آوریم و در نهایت مسافت طی شده را حساب کنیم:

$$v = \frac{dx}{dt} = 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1\text{ s}$$

t	0	1	3
v	-	-	+

متحرک در لحظه‌ی $t = 1\text{ s}$ تغییر جهت داده است، بنابراین داریم:

$$x = t^2 - 2t + 8 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow x_{(0)} = 8\text{ m} \\ t = 1\text{ s} \Rightarrow x_{(1)} = 1 - 2 + 8 = 7\text{ m} \\ t = 3\text{ s} \Rightarrow x_{(3)} = 9 - 6 + 8 = 11\text{ m} \end{cases}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک در ۳ ثانیه‌ی اول حرکت برابر است با:

$$d = |x_{(1)} - x_{(0)}| + |x_{(3)} - x_{(1)}| = |7 - 8| + |11 - 7| = 5\text{ m}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

در حرکت با شتاب ثابت در امتداد یک مسیر مستقیم، هنگام کاهش سرعت، در هر ثانیه‌ی متوالی به اندازه‌ی at^2 از جابه‌جایی جسم کم می‌شود و با توجه به مسافت‌های ۱۰، ۶ و ۲ متر می‌توان دریافت:

$$at^2 = 6 - 10 = -4\text{ m} \xrightarrow{a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} -4 \times t^2 = -4 \Rightarrow t = 1\text{ s}$$

پس کل زمان حرکت جسم از لحظه‌ی ترمز تا توقف برابر با $3 \times 1 = 3\text{ s}$ است و می‌توان نوشت:

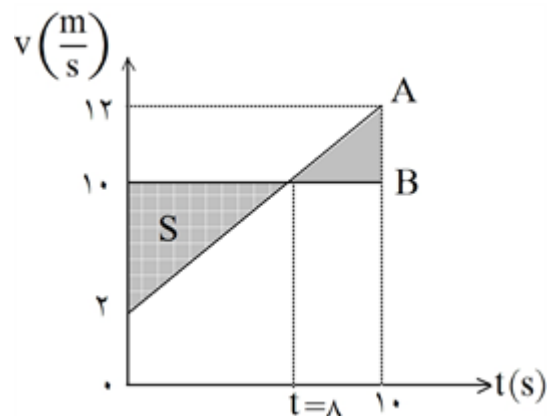
$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v=0} 0 = -4 \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بعد از شروع حرکت، تا لحظه‌ای که سرعت متحرک A از سرعت متحرک B کم‌تر باشد، فاصله‌ی دو متحرک در حال افزایش است و وقتی سرعت دو متحرک یک‌سان می‌شود، فاصله‌ی بین آن‌ها ثابت می‌ماند و از آن لحظه به بعد متحرک A به متحرک B نزدیک می‌شود و در نهایت از آن سبقت می‌گیرد. می‌توان نشان داد که در لحظه‌ی $t = ۱۶s$ ، متحرک A از B سبقت می‌گیرد، بنابراین تا لحظه‌ی $t = ۱۰s$ ، بیش‌ترین فاصله‌ی دو متحرک مربوط به لحظه‌ای است که سرعت دو متحرک یک‌سان شود، لذا سطح محصور بین دو نمودار A و B بین لحظه‌های صفر تا t ، بیش‌ترین فاصله‌ی است که دو متحرک از هم می‌توانند داشته باشند، بنابراین با استفاده از تشابه مثلث‌ها، داریم:

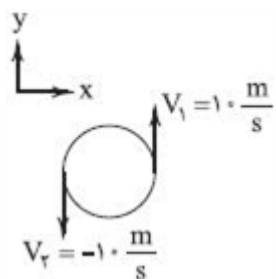
$$\frac{۱۲ - ۱۰}{۱۰ - ۲} = \frac{۱۰ - t}{t} \Rightarrow t = ۸s$$

$$\Delta x_{\max} = S = \frac{۸ \times ۸}{۲} \Rightarrow \Delta x_{\max} = ۳۲m$$



۳۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل هنگامی که متحرک نیم دور بر روی دایره می‌چرخد، می‌توان نوشت:



$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{-۲۰ \cdot \vec{j}}{۵} = -۴ \vec{j} \Rightarrow \left| \vec{a} \right| = ۴ \frac{m}{s^2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با بررسی جابه‌جایی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = 1/5$ s، با کمک معادله‌ی مستقل از شتاب، V را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t$$

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow V_1 = V \\ t_2 = 1/5 \Rightarrow V_2 = 0 \end{cases}$$

(مماس ترسیمی بر نمودار مکان - زمان افقی است.)

$$(10 - 1) = \frac{V_1 + 0}{2} \times (1/5 - 0) \Rightarrow V_1 = 12 \frac{m}{s}$$

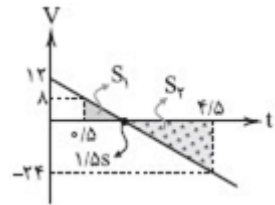
در ادامه با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان مقدار شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = 1/5 \text{ s}, 0 = 1/5 a + 12 \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2} \\ V = 0 \end{cases}$$

در نهایت با رسم نمودار سرعت - زمان، مسافت طی شده از $t_1 = 0/5$ s تا $t_2 = 4/5$ s را محاسبه می‌کنیم:

$$V = -8t + 12 \Rightarrow \begin{cases} t = 0/5 \Rightarrow V = 8 \frac{m}{s} \\ t = 4/5 \Rightarrow V = -24 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| = \frac{8 \times 1}{2} + \frac{3 \times 24}{2} = 40 \text{ m}$$



گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به جابه‌جایی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = 3$ s و صفر بودن سرعت در $t_3 = 3$ s، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$V = at + V_1 \Rightarrow 0 = a \times 3 + V_1 \Rightarrow V_1 = -3a$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_1 t \Rightarrow 48 - 36 = \frac{1}{2} a(9) + V_1 \times 3 \Rightarrow a = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$$

$$\begin{cases} V_2^2 - V_1^2 = 2a \Delta x \\ x_1 = 48 \text{ m} \Rightarrow V_1 = 0 \Rightarrow |V_2| = \sqrt{2 \left(\frac{-8}{3} \right) (-48)} = 16 \frac{m}{s} \\ x_2 = 0 \text{ m} \Rightarrow V_2 = ? \end{cases}$$

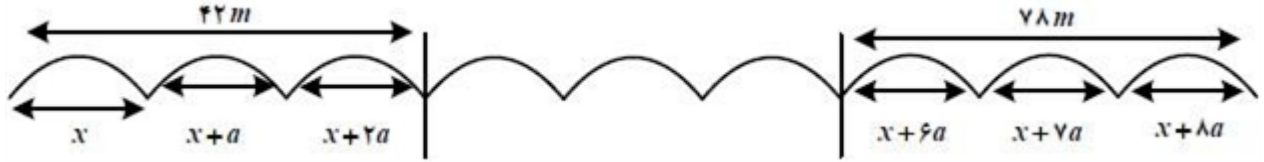
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ا ز داده‌های نمودار ابتدا شتاب حرکت به دست می‌آید و شیب مماس در لحظه‌ی اول نشان می‌دهد که $V_1 = 0$ است داریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + V_1 t + x_1 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} a(2)^2 + 0 - 8 \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

لحظه‌ی عبور متحرک از مبدأ، نقطه‌ی $x = 0$ یعنی نقطه‌ی تلاقی نمودار با محور زماناست. حرکت متحرک را از آغاز تا این نقطه در نظر می‌گیریم. در این حرکت مقادیرهای Δx و v و a معلوم‌اند و V خواسته شده است. با این داده‌ها، رابطه‌ی مستقل از زمان به کار می‌آید.

$$V^2 - V_1^2 = 2a \Delta x \Rightarrow V^2 - 0 = 2(1)(0 + 8) \Rightarrow V = 4 \frac{m}{s}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در حرکت شتاب ثابت جابه‌جایی‌های متوالی به اندازه‌ی α اختلاف دارند اگر جابه‌جایی در اولین ثانیه x باشد خواهیم داشت:



چون در اولین ثانیه جابه‌جایی برابر x است:

$$\begin{cases} 3x + 21a = 48 \\ 3x + 3a = 42 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s} \Rightarrow x = 12$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t \Rightarrow 12 = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 \right) + (V_0 \times 1) \Rightarrow V_0 = 11 \frac{m}{s}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

