



زمان آزمون :

نام درس :

نام آموزشگاه :

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

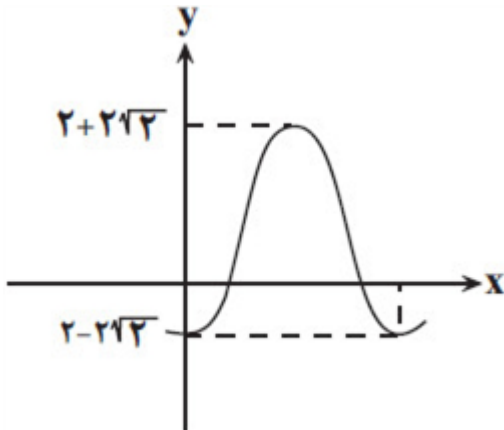
تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۲

عنوان آزمون : بانک تست حسابان دوازدهم

ریاضی (فصل ۲ مثلثات)

۱ فاصله صفرهای تابع

در شکل روبه‌رو کدام است؟ $f(x) = a + b \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$



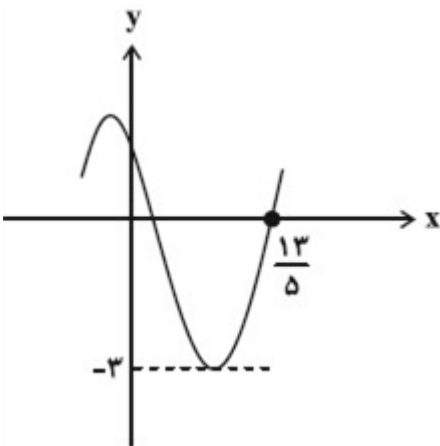
۴ $\frac{7\pi}{8}$

۳ $\frac{5\pi}{6}$

۲ $\frac{3\pi}{4}$

۱ $\frac{2\pi}{3}$

۲ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos\left(bx + \frac{\pi}{5}\right)$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار ab کدام است؟



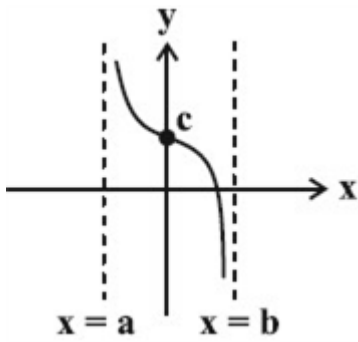
۴ $\frac{2\pi}{3}$

۳ $\frac{3\pi}{2}$

۲ $\frac{3\pi}{4}$

۱ $\frac{\pi}{6}$

۳ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = -\tan(\frac{1}{2}x) + 2$ را نشان می‌دهد. حاصل $\frac{b-a}{c}$ کدام است؟



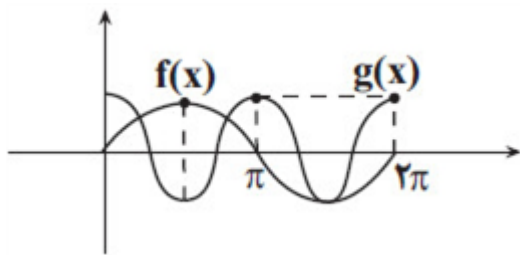
$\frac{3\pi}{8}$ (۴)

$\frac{3\pi}{4}$ (۳)

$\frac{\pi}{8}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

۴ با توجه به نمودار توابع f و g جواب کلی معادله $f(x) + g(x) = 0$ کدام است؟ (توابع $f(x)$ و $g(x)$ جزو توابع مثلثاتی هستند.)



$x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۴)

$x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}$ (۳)

$x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$ (۲)

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۱)

۵ چند نقطه روی بازه $(0, \frac{5\pi}{4})$ در دامنه تابع $f(x) = \frac{\tan x + \cotg 2x}{4 \cos^2 x - 5}$ قرار ندارد؟

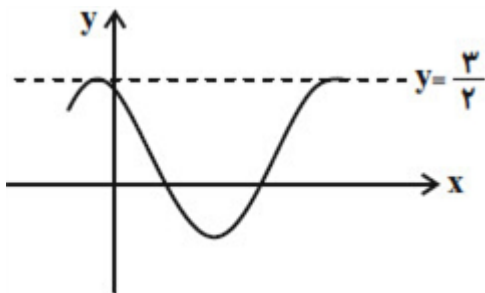
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۶ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \sin(x - \frac{\pi}{4})$ به صورت مقابل است. $f(\pi)$ کدام است؟



$1 + \sqrt{2}$ (۲)

$1 - \sqrt{2}$ (۱)

$\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ (۳)

۷ جواب‌های معادله $\cos^2 x = \cos^2 x + 2 \cos^2 mx + 3 \cos^2 mx$ روی دایره مثلثاتی تشکیل یک چهارضلعی می‌دهد. m کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸ خط $y = \frac{x}{2\pi}$ تابع $y = \cos x$ را در چند نقطه از بازه $(-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ قطع می‌کند؟

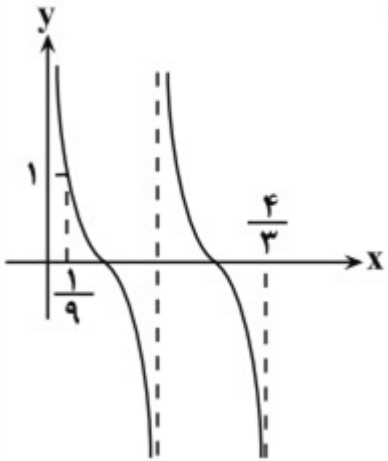
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹ نمودار تابع $f(x) = a \tan\left((bx + 1)\frac{\pi}{4}\right)$ مطابق شکل است. حاصل $\sqrt{3}a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

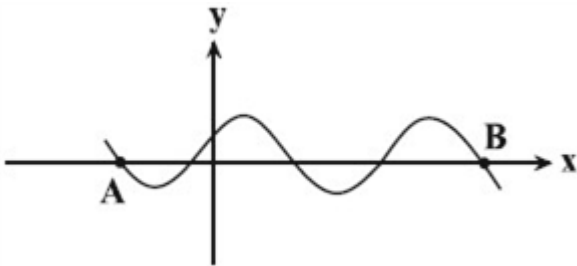


- ۱ $\sqrt{3} - 3$ ۲ 3 ۳ 2 ۴ $-\sqrt{3}$

۱۰ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos^2 x \cdot \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2 x$ کدام است؟

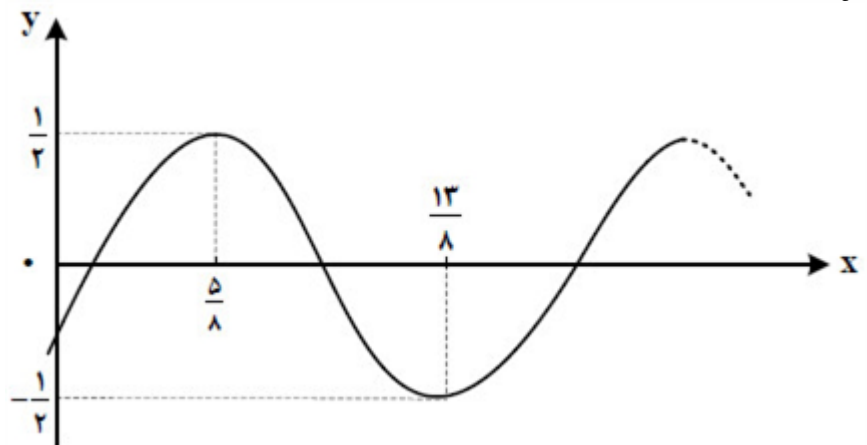
- ۱ $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ ۲ $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ ۳ $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۴ $\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4}$

۱۱ شکل مقابل قسمتی از نمودار $f(x) = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ است. مقدار $x_A + x_B$ کدام است؟



- ۱ $\frac{1}{2}\pi$ ۲ $\frac{2}{3}\pi$ ۳ 2π ۴ π

۱۲ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx - c)$ را نشان می‌دهد. اگر $a > 0$ ، $b > 0$ و $0 < c < 2\pi$ باشند، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



- ۱ 4 ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{\pi}$ ۴ 2π

۱۳) میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = 2$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

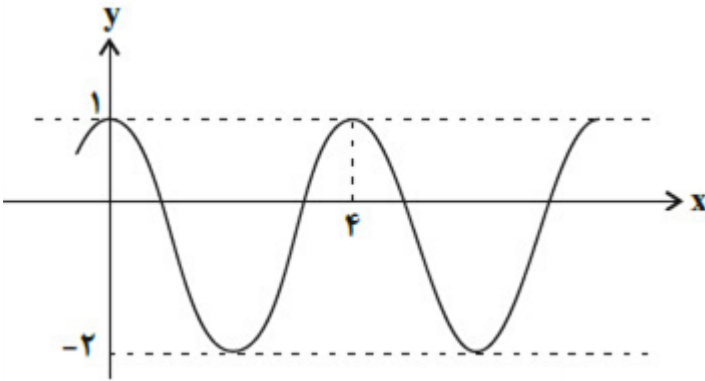
$\frac{\pi}{4}$ (۴)

$\frac{7\pi}{24}$ (۳)

$\frac{11\pi}{24}$ (۲)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

۱۴) بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2 b\pi x + c$ در شکل زیر رسم شده است، مقدار $f(1/40)$ کدام است؟



$-\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

-1 (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۵) اگر $f(x) = \tan(\pi\sqrt{x})$ باشد، با شرط $0 \leq x \leq 36$ ، چند عدد صحیح در دامنه‌ی تابع f قرار ندارند؟

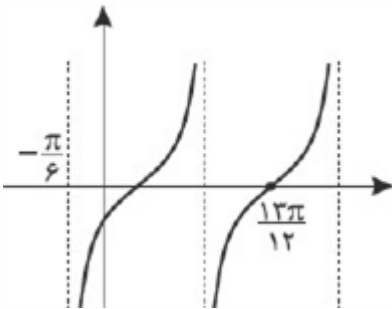
۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۶) بخشی از نمودار $y = 1 - a \tan\left(\frac{\pi}{3} - bx\right)$ شکل مقابل است. مقدار $a + b$ کدام است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۷) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $5 \sin^2(x) + 2 \cos(3x) = -2$ در فاصله‌ی $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸) تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $(1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha)) = \frac{1}{8}$ در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

۱۹) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin(x) \cos(2x) + \sin(x) = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{7\pi}{2}$ (۴)

3π (۳)

$\frac{5\pi}{2}$ (۲)

2π (۱)

۲۰) مجموع جواب‌های معادله‌ی $\cos^3 x = \cos^2 x$ در بازه‌ی $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$4/2\pi$ (۴)

$2/8\pi$ (۳)

$3/6\pi$ (۲)

$4/8\pi$ (۱)

۲۱) جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sqrt{2} \cos^2 x - \cot^2 x = 1$ کدام است؟

۴ $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۳ $\sqrt{2}k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۲ $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۱ $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۲۲) در تابع مثلثاتی $y = c + a \cos bx$ ، اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم، سه برابر دورهٔ تناوب است. حاصل $|ab|$ چه قدر است؟

۴ π

۳ 2π

۲ $\sqrt{2}\pi$

۱ 6π

۲۳) دوره تناوب کدام تابع $\frac{2}{3}$ است؟

۲ $g(x) = 1 - \cos \frac{x}{3\pi}$

۱ $f(x) = \sin \pi x$

۴ $m(x) = \cos^2 \pi x - 1$

۳ $h(x) = 4 - \sin^2 \pi x$

۲۴) جواب کلی معادله $\sqrt{2} \cos^2 x + 9 \cos(x) + 5 = 0$ به کدام صورت است؟

۴ $\sqrt{2}k\pi + \frac{\pi}{2}$

۳ $\sqrt{2}k\pi + \pi$

۲ $k\pi$

۱ $\sqrt{2}k\pi$

۲۵) جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{4}$ کدام است؟

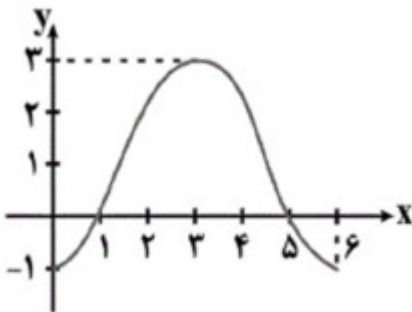
۴ $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۳ $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۲ $\sqrt{2}k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱ $\sqrt{2}k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۲۶) اگر قسمتی از نمودار تابع $y = a + 2 \sin\left(\pi\left(bx - \frac{1}{4}\right)\right)$ به صورت زیر باشد، حاصل $a - b$ کدام می تواند باشد؟



۴ $\frac{1}{2}$

۳ $\frac{4}{3}$

۲ $\frac{3}{4}$

۱ $\frac{1}{3}$

۲۷) تعداد نقاط برخورد توابع $y = \sin \frac{x}{4}$ و $y = \sin x$ در فاصلهٔ $(-2\pi, 2\pi)$ چقدر است؟

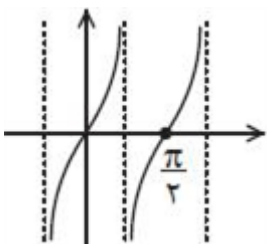
۴ ۵

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۲

۲۸) نمودار $y = \cot\left(ax + \frac{\pi}{2}\right)$ شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟



۴ ۴

۳ ۲

۲ -۲

۱ -۴

۲۹ اگر دوره‌ی تناوب تابع $y = 1 - f(x)$ برابر $\frac{1}{3}$ باشد، دوره‌ی تناوب $f(x)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{9}$ ۲ ۱ ۳ ۳ ۴ ۹

۳۰ دامنه‌ی تابع $f(x) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{1+x^2}$ شامل چند عدد حقیقی نمی‌شود؟

- ۱ صفر ۲ یک ۳ سه ۴ دو

۳۱ مجموع جواب‌های معادله‌ی $\cos x (2 \cos x + 1) = 1$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- ۱ 2π ۲ $\frac{5\pi}{2}$ ۳ 3π ۴ $\frac{3\pi}{2}$

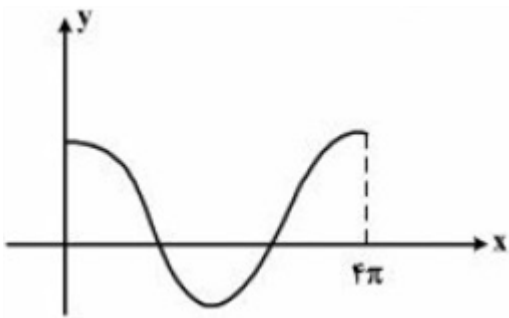
۳۲ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin x - \cos^2 x = 2$ کدام است؟

- ۱ $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$ ۲ $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ ۳ $k\pi + \frac{\pi}{2}$ ۴ $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۳۳ یکی از جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0$ ($k \in \mathbb{Z}$) کدام است؟

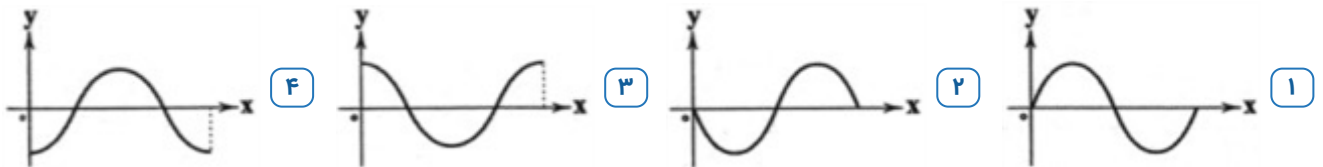
- ۱ $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ۲ $2k\pi$ ۳ $(2k+1)\pi$ ۴ $k\pi + \frac{\pi}{6}$

۳۴ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{16\pi}{3}$ کدام است؟



- ۱ $-\frac{1}{2}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ ۱ ۴ صفر

۳۵ نمودار تابع $y = 3 - 6 \sin^2 x$ در بازه‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟



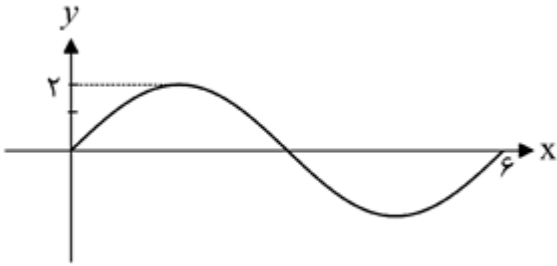
۳۶ جواب معادله‌ی $\cos^2 \frac{x}{5} + \sin^2 \frac{x}{5} = 1$ به کدام صورت است؟

- ۱ $5k\pi$ ۲ $5k\pi + \frac{5\pi}{2}$ ۳ $\frac{5k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ ۴ $\frac{5k\pi}{2}$

۳۷ تعداد ریشه‌های معادله‌ی $(2 \sin x + 3)(2 \sin x - 2)(4 \cos x - 3) = 0$ در بازه‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ صفر

۳۸ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{7}{3}$ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۳۹ معادله‌ی $\cos^2 x = \frac{3 \cos x - 1}{2}$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۵ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۰ تعداد جواب‌های معادله $\sin x - \sin^2 x = 0$ در فاصله $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + b \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = a + \frac{b}{2} \sin 2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = a + \frac{b}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= a - \frac{b}{2} \cos 2x$$

عدد ثابت $a = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{2} + (2 - 2\sqrt{2})}{2} = 2$

ضریب کسینوس $\left| -\frac{b}{2} \right| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{2} - (2 - 2\sqrt{2})}{2} = 2\sqrt{2}$

فرم نمودار $\rightarrow b = 4\sqrt{2}$
شیب Cos-است

$$f(x) = 2 - 2\sqrt{2} \cos 2x$$

و ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ ، کمان‌هایی هستند که $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد.

$$2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{8} \xrightarrow[\text{بعد از صفر}]{\text{اولین تناوب}} \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{8} \\ x_2 = \frac{7\pi}{8} \end{cases}$$

پس فاصله آنها $\frac{6\pi}{8} = \frac{3\pi}{4}$ است.

۲

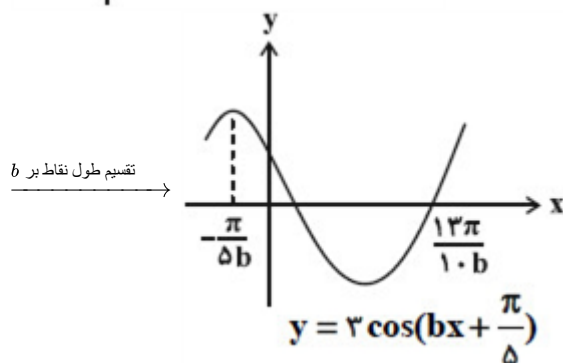
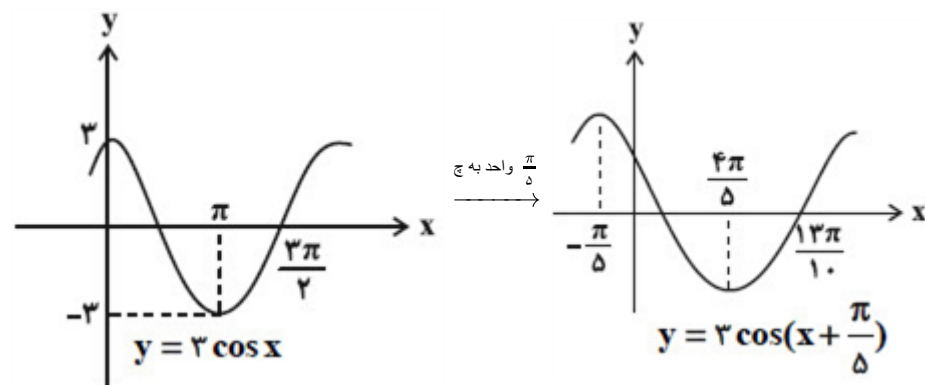
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع محور y ها را در نقطه‌ای با عرض مثبت قطع کرده است:

$$f(0) = a \cos \frac{\pi}{\delta} > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$-|a| = -3 \xrightarrow{a > 0} a = 3$$

کمترین مقدار تابع برابر ۳- است، پس:

اکنون توجه کنید که نمودار تابع f به صورت زیر رسم می‌شود:

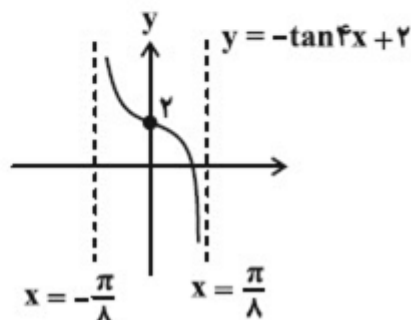
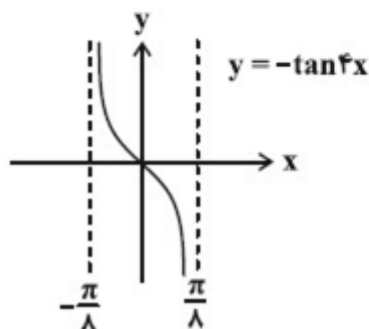
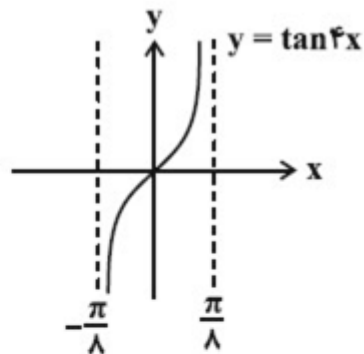
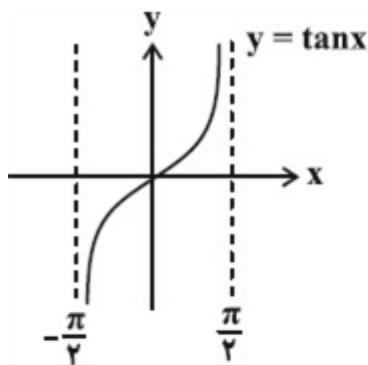


$$\frac{13\pi}{10 \cdot b} = \frac{13}{\delta} \Rightarrow b = \frac{\pi}{\delta} \Rightarrow ab = \frac{2\pi}{\delta}$$

بنابراین:

۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک نمودار تابع $y = \tan(x)$ که به صورت زیر است، نمودار تابع $y = -\tan\left(\frac{x}{\lambda}\right) + 2$ را رسم می‌کنیم.



$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{\pi}{\lambda} \\ b = \frac{\pi}{\lambda} \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b-a}{c} = \frac{\frac{\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{\lambda}}{2} = \frac{\pi}{\lambda}$$

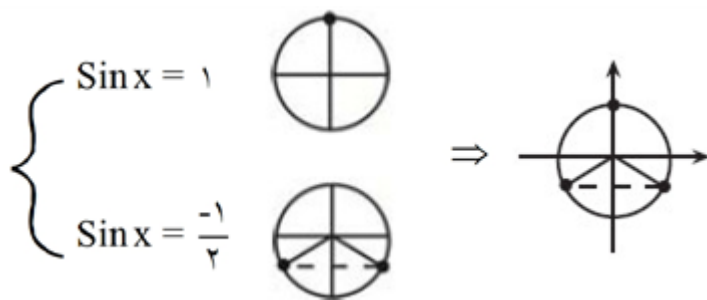
۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودارهای تابع f و g داریم:

$$f(x) = a \sin x, g(x) = a \cos \lambda x$$

$$a \sin x + a \cos \lambda x = 0 \Rightarrow \sin x = -\cos \lambda x \Rightarrow \sin x = -(1 - \lambda \sin \lambda x)$$

$$\Rightarrow \lambda \sin \lambda x - \sin x - 1 = 0 \Rightarrow (\lambda \sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$$



چون فاصله سه نقطه 120° یا $\frac{2\pi}{3}$ است پس جواب کلی معادله به صورت زیر است:

$$x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \text{ یا } x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{5\pi}{6}$$

۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ضابطه تابع و دامنه تابع $\tan x$ و $\cotg x$ داریم:

$$\tan x \text{ دامنه تابع: } x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)} x \neq \frac{\pi}{2}$$

$$\cotg x \text{ دامنه تابع: } x \neq k\pi \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)} x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{2}, \pi$$

$$^1 \cos^2 x - 5 \neq 0 \Rightarrow \cos^2 x \neq \frac{5}{9} \Rightarrow \begin{cases} \cos x \neq \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \cos x \neq -\frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{} x \neq \alpha; \left(\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)\right) \\ x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow{} x \neq \beta, \theta; \left(\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)\right) \end{cases}$$

دقت کنید در بازه $\left(\pi, \frac{5\pi}{2}\right)$ می‌توان گفت $\cos x \in \left(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ بنابراین $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ در این بازه قرار دارد و θ موجود است.

که بدیهی است α و β و θ ریشه‌های تکراری نخواهد بود، بنابراین ۷ نقطه روی بازه مورد نظر در دامنه قرار ندارند.

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حداکثر مقدار تابع $f(x) = a + b \sin(x + c)$ برابر $a + |b|$ است. چون حداکثر مقدار این تابع

$\frac{3}{2}$ است، داریم:

$$a + |-1| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f(\pi) = \frac{1}{2} - \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \\ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$$

۷

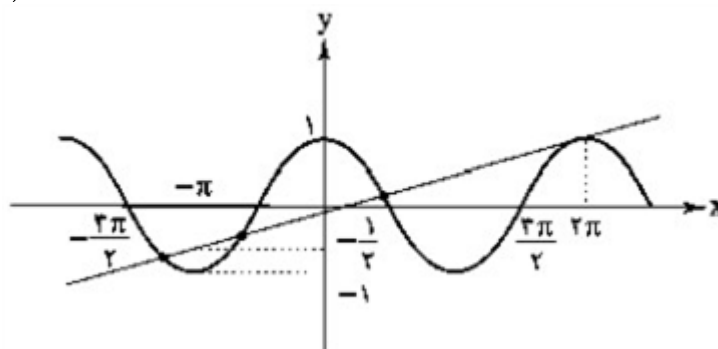
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از فرمول‌های کمان 2α داریم:

$$^3 \cos^2 mx + ^2 \cos^2 x = ^2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow ^3 \cos^2 mx = -1 \Rightarrow \cos^2 mx = -\frac{1}{3}$$

اگر این معادله روی دایره مثلثاتی ۴ جواب دارد پس $2m = 2$ و در نتیجه $m = 1$ است.

۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط $y = \frac{x}{2\pi}$ از دو نقطه $(2\pi, 1)$ و $(-\pi, -\frac{1}{2})$ عبور می‌کند.



ملاحظه می‌کنید که تعداد نقاط برخورد در بازه $\left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ برابر ۳ تا است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹

$$f(x) = a \tan\left((bx + 1) \frac{\pi}{2}\right) = a \tan\left(\frac{b\pi}{2} x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2T = \frac{2}{3} \Rightarrow T = \frac{1}{3}, T = \frac{\pi}{|b\pi/2|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3$$

با فرض $b = 3$ و جایگذاری مختصات نقطه‌ی $(\frac{1}{9}, 1)$ در تابع f مقدار a را نیز مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = a \tan\left(\frac{3\pi}{2} x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 1 = a \tan\left(\frac{3\pi}{2} \times \frac{1}{9} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 1 = a \tan\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow a = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}a + b = -1 + 3 = 2$$

توجه: به ازای $b = -3$ مقدار $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ به دست می‌آید که در آن صورت، عبارت موردنظر برابر ۲- خواهد شد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۰

با فرض $\cos^2 x \neq 0$ داریم:

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$-\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan^2 x \Rightarrow 2x = k\pi + x - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$$

در بین جواب‌های به دست آمده همگی شرط $\cos^2 x \neq 0$ صدق می‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$y = 1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{اولین ریشه منفی: } \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{دومین ریشه منفی: } \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos\frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x_A = -\pi$$

$$\Rightarrow x_B = 2(2\pi) - \pi = 3\pi \Rightarrow x_A + x_B = 2\pi$$

$$\frac{T}{2} = \frac{12}{\lambda} - \frac{5}{\lambda} \Rightarrow T = 2; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c' = 0/5 \\ y_{\min} = -|a| + c' = -0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c' = 0 \\ a = 0/5 \end{cases}; \left(\frac{5}{\lambda}, \frac{1}{2}\right) \in f(x) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{\lambda} - c\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{\lambda} - c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{\lambda}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{0/5 \times \pi}{\frac{\pi}{\lambda}} \Rightarrow \frac{ab}{c} = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$2 \cos^2 x + \sin^2 x = 2 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 2 + \sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow -2(1 - \cos^2 x) + \sin^2 x = 0 \Rightarrow -2 \sin^2 x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x(1 - \sin^2 x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 0 \\ \sin^2 x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = k\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

جواب‌های قابل قبول در بازه $(0, \pi)$ مجموعه $\left\{\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\}$

$$\frac{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب برابر است با:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = a(1 - \cos^2 b\pi x) + c = -a \cos^2 b\pi x + a + c$$

کم‌ترین مقدار تابع بالا به ازای $\cos^2 b\pi x = 0$ رخ می‌دهد، پس $a + c = -2$ است. از طرفی بیش‌ترین مقدار نیز به ازای $\cos^2 b\pi x = 1$ رخ می‌دهد، داریم:

$$1 = -a(1) - 2 \Rightarrow a = -3 \xrightarrow{a+c=-2} c = 1 \Rightarrow f(x) = 1 - 3 \sin^2 b\pi x$$

دوره‌ی تناوب تابع $y = \sin^2 kx$ نصف دوره‌ی تناوب تابع $y = \sin kx$ است، پس در این سؤال داریم:

$$T_f = \frac{\pi}{|b|\pi} = \frac{1}{|b|} = \frac{1}{4} \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = 1 - 3 \sin^2 \frac{\pi x}{4} \Rightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = 1 - 3 \sin^2 \frac{1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi}{4} \\ = 1 - 3 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - 3 \sin^2 \frac{\pi}{4} = 1 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $\tan x$ در نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ، $k \in \mathbb{Z}$ ، تعریف نمی‌شود.

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\pi\sqrt{x} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = k + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$0 \leq k + \frac{1}{2} \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که:}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

پس ۶ عضو در دامنه‌ی تابع f وجود ندارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اولاً $-\frac{\pi}{6}$ اولین مجانب قائم در سمت چپ مبدأ است، پس بدین ترتیب داریم:

$$y = 1 + a \tan\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$b\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}$$

$$-b\frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow b = 1$$

$$y = 1 + a \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$f\left(\frac{13\pi}{12}\right) = 0$$

$$1 + a \tan\left(\frac{13\pi}{12} - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$1 + a \tan\left(\frac{11\pi}{12}\right) = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = -2 \Rightarrow 5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 2 = 0$$

$5 \sin^2 x$ و $2 \cos^2 x + 2$ توابعی نامنفی‌اند پس باید هم زمان صفر باشند تا مجموع صفر گردد لذا

$$5 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

از این سه مقدار فقط دو مقدار $-\pi, \pi$ عبارت $2 \cos^2 x + 2$ را صفر می کند پس معادله ۲ جواب دارد

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = \frac{\sin^2(4\alpha)}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{1}{8}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} \neq 0 \rightarrow \sin^2 4\alpha = \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$4\alpha = k\pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = k\pi + \frac{\alpha}{2} \\ \text{یا} \\ 4\alpha = k\pi - \frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

$$\frac{7\alpha}{2} = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{7}$$

$$\frac{9\alpha}{2} = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 < \frac{2k\pi}{7} < 2\pi &\Rightarrow 0 < k < 7 \Rightarrow \text{جواب ۶} \\ 0 < \frac{2k\pi}{9} < 2\pi &\Rightarrow 0 < k < 9 \Rightarrow \text{جواب ۸} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{در مجموع ۱۴ جواب دارد.}$$

تذکر: چون $\alpha = 2\pi, \alpha = 0$ جواب نمی‌باشند، بازه باز در نظر گرفته شد.

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = 2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot 2 \cos^2 \alpha \cdot 2 \cos^2 2\alpha$$

توجه:

$$= 8 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha = \frac{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha}{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin^2 4\alpha}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \text{ و } \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta \Rightarrow \alpha = k\pi \pm \beta$$

یادآوری:

$$\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b$$

توجه:

$$2 \sin x \cos(2x) = \sin(2x+x) - \sin(2x-x) = \sin 3x - \sin x$$

در نتیجه:

$$2 \sin(x) \cos(2x) + \sin(x) = 1 \Rightarrow \text{صورت سؤال}$$

$$\Rightarrow \sin 3x - \sin x + \sin x = 1 \Rightarrow \sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k+1}{6}\pi$$

$$\text{جواب‌های بازه‌ی } [0, 2\pi] \text{ عبارت‌اند از } \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \text{ و } \frac{9\pi}{6} \text{ که مجموع آن‌ها برابر } \frac{5\pi}{2} \text{ است.}$$

راه حل دوم:

$$2 \sin x \cos 2x + \sin x = 1 \Rightarrow 2 \sin x(1 - \sin^2 x) + \sin x = 3 \sin x - 2 \sin^3 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k+1}{6}\pi$$

$$\text{جواب‌های بازه‌ی } [0, 2\pi] \text{ عبارت‌اند از } \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \text{ و } \frac{9\pi}{6} \text{ که مجموع آن‌ها برابر } \frac{5\pi}{2} \text{ است.}$$

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم جواب معادله $\cos x = \cos a$ به شکل $x = 2k\pi \pm a$ است:

$$2x = 2k\pi \pm 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

اجتماع این دو جواب همان $\frac{k\pi}{2}$ است. با توجه به بازه داده شده داریم:

$$\pi \leq \frac{k\pi}{2} \leq 2\pi \Rightarrow 2 \leq \frac{k}{2} \leq 4 \Rightarrow \frac{4}{2} \leq k \leq 8 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 4, 5, 6$$

$$\left. \begin{aligned} k=4 &\rightarrow \frac{4\pi}{2} \\ k=5 &\rightarrow \frac{5\pi}{2} \\ k=6 &\rightarrow \frac{6\pi}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع جواب ها}} \frac{4\pi + 5\pi + 6\pi}{2} = \frac{15\pi}{2}$$

۲۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $\cos x = \cos \alpha$ ، آن‌گاه $x = 2k\pi \pm \alpha$.

$\sin x = \sin \alpha$ ، آن‌گاه $x = 2k\pi + \alpha$ یا $x = 2k\pi + \pi - \alpha$.

$$2 \cos^2 x = 1 + \cot^2 x \Rightarrow 2 \cos^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \pm 1$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \max = c + |a| \\ \min = c - |a| \end{cases} \Rightarrow \max - \min = 2|a|$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

چون $\max - \min = 2T$ ، پس:

$$2|a| = 2 \times \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |a| \cdot |b| = 2\pi$$

۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) T_f = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$۲) T_g = \frac{2\pi}{\frac{1}{2\pi}} = 4\pi$$

$$۳) T_h = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

$$۴) T_m = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

۲۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\cos x=t} 4t^2 + 9t + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$t = -1 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۲۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a + 2 \sin\left(b\pi x - \frac{\pi}{2}\right) = a - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - b\pi x\right) \\ = a - 2 \cos(b\pi x)$$

از آنجا که دوره تناوب تابع برابر ۶ می باشد، داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 6 \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از آنجا که تابع مد نظر ما تابع کسینوسی می‌باشد هر دو مقدار b قابل قبول است. با توجه به نمودار تابع داریم:

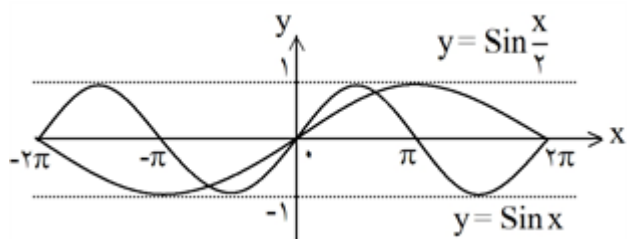
$$\begin{cases} y_{\max} = 3 = |-2| + a \\ y_{\min} = -1 = -|-2| + a \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

$$a - b = 1 - \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{4}{3} \quad \text{پس داریم:}$$

$$a - b = 1 - \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این نمودار در کتاب درسی رسم شده است.

مطابق شکل دو نمودار در فاصله $(-2\pi, 2\pi)$ در سه نقطه با هم برخورد می‌کنند.

۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -\operatorname{tg}(ax) = \operatorname{tg}(-ax), T = \frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{-a} \Rightarrow a = -2$$

چون تابع صعودی است، پس $a < 0$ است.

۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته:

(۱) اگر دوره‌ی تناوب تابع $f(kx)$ ، T باشد، دوره‌ی تناوب تابع $f(x)$ ، kT خواهد بود.(۲) دوره‌ی تناوب توابع $a \pm bf(x \pm c)$ و $f(x)$ با هم برابرند.در این سؤال $T_y = \frac{1}{3}$ ، در نتیجه $T_f = 3 \times \frac{1}{3} = 1$ می‌باشد.

۳۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع $\operatorname{tg} x$ برای $x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ تعریف نمی‌شود.

$$\frac{\pi}{1+x^2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div \pi} \frac{1}{1+x^2} = \frac{2k+1}{2} \Rightarrow x^2 + 1 = \frac{2}{2k+1} \Rightarrow x^2 = \frac{2}{2k+1} - 1 \\ = \frac{-2k+1}{2k+1}$$

چون x^2 نامنفی است، پس:

$$\frac{-2k+1}{2k+1} \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس دامنه‌ی تابع، $R - \{1, -1\}$ است، بنابراین اعداد ۱ و -۱، در دامنه‌ی تابع قرار ندارد.

۳۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: جوابهای کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ هستند که $k \in \mathbb{Z}$.ابتدا معادله را ساده می‌کنیم، سپس با در نظر گرفتن تغییر متغیر $\cos x = t$ معادله را حل می‌کنیم:

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} 2t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow (2t - 1)(t + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \pi \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \pi \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جوابهای این معادله در بازه‌ی موردنظر برابر با $2\pi = \pi + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3}$ است.

۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k + 1)\pi - \alpha \end{cases}$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\sin x - \cos^2 x = 2 \Rightarrow \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = 2 \Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\sin x + \sin x \cos x + \cos x + 1 = \sin x(1 + \cos x) + 1 + \cos x$$

$$= (1 + \cos x)(\sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k + 1)\pi \end{cases}$$

۳۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

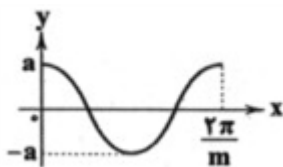
$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{4\pi}{|m|} = 4\pi \Rightarrow |m| = \frac{4}{4} \xrightarrow{\cos(-\theta) = \cos \theta} m = \pm \frac{1}{4} \text{ ق ق}$$

$$y = \frac{1}{4} + 2 \cos\left(\frac{x}{4}\right) \xrightarrow{x = \frac{1}{4}\pi} f\left(\frac{1}{4}\pi\right) = \frac{1}{4} + 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} + 2 \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ = \frac{1}{4} + 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

۳۵

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

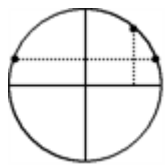
$$y = 3(1 - 2 \sin^2 x) = 3 \cos^2 x$$

نمودار تابع $y = a \cos mx$ ($a, m > 0$) به صورت زیر است، پس گزینه‌ی (۳) درست است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\begin{aligned}\cos^4 \frac{x}{\Delta} + \sin^2 \frac{x}{\Delta} - 1 &= 0 \Rightarrow \cos^4 \frac{x}{\Delta} - \cos^2 \frac{x}{\Delta} = 0 \\ \Rightarrow \cos^2 \frac{x}{\Delta} \left(\cos^2 \frac{x}{\Delta} - 1 \right) &= 0 \Rightarrow \cos^2 \frac{x}{\Delta} \left(-\sin^2 \frac{x}{\Delta} \right) = 0 \\ \Rightarrow \cos^2 \frac{x}{\Delta} \sin^2 \frac{x}{\Delta} &= 0 \Rightarrow \sin^2 \frac{x}{\Delta} \cos^2 \frac{x}{\Delta} = 0 \Rightarrow \sin^2 \frac{x}{\Delta} = 0 \Rightarrow \frac{x}{\Delta} = k\pi \Rightarrow x = \frac{5k\pi}{2}\end{aligned}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷



$$\begin{aligned}2 \sin x - 2 &= 0 \rightarrow \sin x = \frac{2}{2} \\ 4 \cos x - 3 &= 0 \rightarrow \cos x = \frac{3}{4} \\ 2 \sin x + 3 &= 0 \rightarrow \sin x = -\frac{3}{2} \quad \text{غ ق}\end{aligned}$$

در بازه‌ی $[0, \pi]$ سه جواب قابل قبول داریم.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم ۳۸

دوره‌ی تناوب تابع $y = a \sin bx$ از رابطه‌ی $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{|b|\cancel{\pi}} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع $y = a \sin bx$ ماکزیمم تابع برابر $|a|$ است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:

$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ در انتها دقت شود با توجه به آنکه تابع بلافاصله بعد از $x = 0$ افزایش می‌یابد. باید علامت a و b یکسان باشند. یعنی برای a و b دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin \left(\frac{-\pi x}{3} \right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$\cos^2 x = \frac{3 \cos x - 1}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \xrightarrow[\text{معادله ی درجه ی دوم}]{\cos x = t} 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

چون مجموع ضرایب صفر است، پس یکی از ریشه‌ها عدد ۱ و دیگری $\frac{c}{a}$ یعنی $\frac{1}{2}$ است، پس:

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow \cos x = 1 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x = 0, 2\pi \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{جواب دارد. ۴}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
x	$0, \frac{\pi}{3}$	$2\pi, \pi$	$\frac{5\pi}{3}$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

