



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : تست حسابان یازدهم ریاضی

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۸/۰۳

درس ۲

۱ اگر $f(x) = 3x$ و $(g \circ f)(x) = 1 - 2x^2$ باشد، بیشترین مقدار $g(x+5)$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲ اگر $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$ و $(g \circ f)(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ ، آنگاه $g(2)$ کدام است؟

- ۶ (۱) -۶ (۲) ۱۲ (۳) -۱۲ (۴)

۳ دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x-a}{x^2-bx+1}$ مساوی‌اند. حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴)

۴ اگر نقطه $(-1, -\frac{3}{10})$ روی تابع وارون تابع $f(x) = \frac{3x}{a+a|x|}$ باشد:

الف) مقدار a را به دست آورید.
ب) مقدار $f \circ f(2)$ را محاسبه کنید.

۵ اگر $f(x) = (x+3)(\sqrt{x}+3)$ و $(f \circ g)(x) = x+8$ باشد، مقدار تابع $g \circ g$ به ازای $x = \left(\frac{9}{8}\right)^2$ کدام است؟

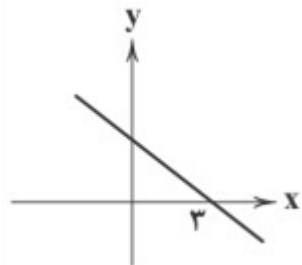
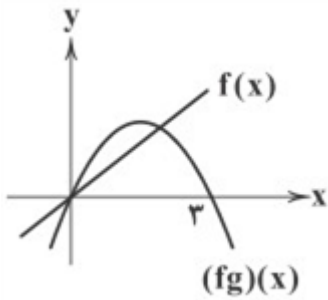
- $\frac{9}{16}$ (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{49}{64}$ (۳) $\frac{9}{64}$ (۴)

۶ اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+mx+4}$ برابر R باشد، حدود m کدام است؟

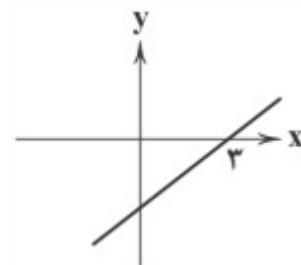
- $|m| \geq 4$ (۱) $|m| < 4$ (۲) $|m| > 16$ (۳) $|m| \leq 16$ (۴)

۷ اگر $f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 9), (4, 12)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, 5), (9, 7), (10, 12)\}$ باشد، $f - g$ را حساب کنید.

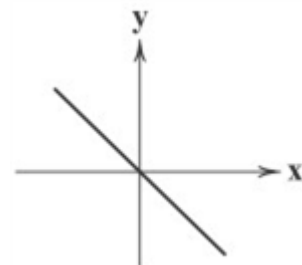
۸ اگر $f(x) = \frac{x}{3}$ باشد، نمودار تابع $g(x)$ کدام می‌تواند باشد؟



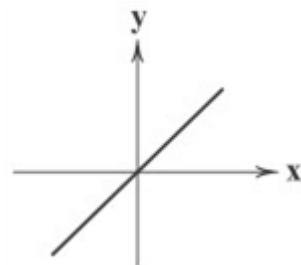
۲



۱



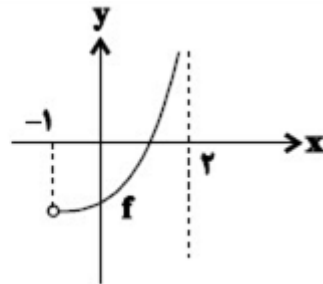
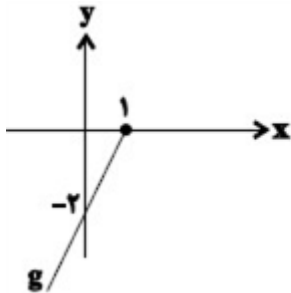
۴



۳

۹ اگر $f = \{(2, 9), (5, m+1), (2, m^2), (7, 4), (k+7, -2)\}$ یک تابع یک به یک باشد k و m را حساب کنید.

۱۰ نمودار توابع f و g در شکل مقابل رسم شده است. اگر دامنه‌ی تابع $f \circ g$ بازه‌ی $(a, b]$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟



۲ ۴

۳ $\frac{3}{2}$

۲ $\frac{1}{2}$

۱ ۱

۱۱ اگر $f(x+2) = x^2 - x - 3$ ، آنگاه $f(x-1)$ کدام است؟

۲ $f(x-1) = x^2 - 3x + 5$

۱ $f(x-1) = x^2 - 5x + 3$

۴ $f(x-1) = x^2 - 7x + 9$

۳ $f(x-1) = x^2 - x - 6$

۱۲ اگر $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند، دامنه‌ی تابع $g \circ f$ کدام است؟

۴ $R - (-1, 1)$

۳ R

۲ $[-1, 1]$

۱ $[0, 1]$

۱۳) تابع $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2}}{x}$ با کدام تابع زیر مساوی است؟

۱) $g(x) = \sqrt{-x}$ ۲) $g(x) = -\sqrt{-x}$ ۳) $g(x) = \frac{x}{|x|}\sqrt{-x}$ ۴) $g(x) = \frac{-x}{|x|}\sqrt{-x}$

۱۴) اگر $f = \{(1, 5), (4, 7), (10, 9)\}$ و $g = \{(1, 2), (4, 1), (9, 1)\}$ باشد $f - g$ کدام گزینه است؟

۱) $\{(1, -3), (4, -6)\}$ ۲) $\{(1, 7), (4, 8)\}$

۳) $\{(1, -3), (9, 11)\}$ ۴) $\{(1, 3), (4, 6)\}$

۱۵) اگر $f(x - 2) = x^2 + 4x$ ، ضابطه $f(2x + 1)$ را حساب کنید.

۱۶) در هر قسمت وارد خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

الف) $f(x) = x^2 - 5$; $g(x) = \sqrt{x + 6}$: $D_{\text{fog}}, (\text{fog})(x)$
 ب) $f(x) = \sqrt{3 - 2x}$; $g(x) = \frac{6}{3x - 5}$: $D_{\text{fog}}, (\text{fog})(x)$
 پ) $f(x) = \sqrt{x + 2}$; $g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$: $D_{\text{gof}}, (\text{gof})(x)$
 ت) $f(x) = \sin x$; $g(x) = \sqrt{x}$: $D_{\text{gof}}, (\text{gof})(x)$

۱۷) به کمک رسم نمودار وارون‌پذیری توابع زیر را بررسی کنید و ضابطه تابع وارون را برای هر کدام که وارون‌پذیرند، به دست آورید:

الف) $f(x) = (x + 5)^2, x \geq -5$
 ب) $f(x) = -|x - 1| + 1, x \geq 2$
 پ) $f(x) = (x - 3)^2$
 ت) $f(x) = \sqrt{x + 2} - 3$

۱۸) اگر $f(x) = 2x - 5$ ، باشد $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) + f^{-1}(-2)$ ، کدام است؟

۱) $\frac{11}{2}$ ۲) $\frac{13}{2}$ ۳) $\frac{17}{4}$ ۴) $\frac{19}{4}$

۱۹) اگر $f(x) = 25 - 7x$ باشد، دامنه $h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$ را حساب کنید.

۲۰) اگر $f(x) = x^2 - 2x$ و $(x \geq 1)$ ، دامنه f^{-1} با بقیه متفاوت است؟

۱) $y = f^{-1}(x) + \sqrt{x - 1}$ ۲) $y = f(x) - \sqrt{x - 1}$

۳) $y = (\text{fof}^{-1})(x)$ ۴) $y = (f^{-1} \text{ of})(x)$

۲۱) دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{\frac{-x + 1}{x - 3}}$ کدام است؟

۱) $(1, 3)$ ۲) $(-3, -1)$

۳) $[1, 3]$ ۴) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

۲۲ اگر $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ x & x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 4x & x < 2 \\ 3x & x \geq 2 \end{cases}$ ، ضابطه تابع $y = f(x) - g(x)$ کدام است؟

۱ $y = \begin{cases} -2x & x < 1 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \\ -x & x \geq 2 \end{cases}$

۲ $y = \begin{cases} -x & x < 1 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \\ -2 & x \geq 2 \end{cases}$

۳ $y = \begin{cases} 6x & x < 1 \\ 4x & x \geq 2 \end{cases}$

۴ $y = \begin{cases} -2x & x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \\ -3x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$

۲۳ اگر f و g توابعی چند جمله‌ای باشند به طوری که $(f+g)(x) = 4$ و $(fog)(x) = 7 - 4x$ ، حاصل جمع مقادیر ممکن برای $g(2)$ کدام است؟

۱ ۲

۲ ۳

۳ -۳

۴ -۲

۲۴ اگر $f(x+1) = 2x^2 + 5x - 1$ باشد، $f(3)$ کدام است؟

۱ ۱۶

۲ ۱۷

۳ ۴

۴ ۳۲

۲۵ اگر $g(x) = \sqrt{-x^2 + 13}$ و $h(x) = 3|2x - 7|$ ، حاصل $h(2) - g(3)$ کدام است؟

۱ ۴

۲ ۵

۳ ۶

۴ ۷

۲۶ در تابع $f = \{(3, 6), (2, 4), (6, 5), (4, 7)\}$ و $g(x) = x + \sqrt{x}$ اگر $g^{-1}(f(a)) = 4$ باشد، a کدام است؟

۱ ۲

۲ ۳

۳ ۴

۴ ۶

۲۷ اگر تابع f یک به یک باشد k کدام است؟

$f = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, k+1)\}$

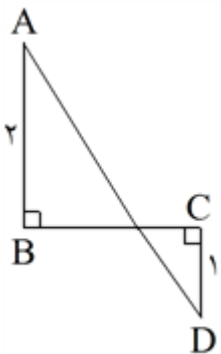
۱ -۱

۲ ۱

۳ -۲

۴ ۲

۲۸ در شکل روبه‌رو $BC = x$ و $AD = y$ اگر BC باشد، معادله‌ی تابعی که AD را به BC وابسته می‌کند، کدام است؟



۱ $y = \sqrt{x^2 + 9}$

۲ $y = \sqrt{x^2 - 9}$

۳ $y = \sqrt{x^2 + 4}$

۴ $y = \sqrt{x^2 - 4}$

۲۹ اگر $x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$ ، آنگاه حاصل $\left[\frac{x}{2} - 4\right] + \left[6 - \frac{x}{2}\right]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

۱ ۱ یا ۲

۲ فقط ۱

۳ فقط ۲

۴ ۳

۳۰ دو تابع $y = -x + b$ و $y = x^2 + ax - 3b$ داده شده‌اند، a و b را محاسبه کنید به طوری که نمودارهای این دو تابع روی محور x در نقطه‌ای به طول (-۱) همدیگر را قطع کنند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱

$$\begin{aligned}(\text{gof})(x) = 1 - 2x^2 &\Rightarrow g(2x) = 1 - 2x^2 \Rightarrow g(2x) = 1 - 2\left(\frac{1}{2} \times 2x\right)^2 = 1 - \frac{2}{4}(2x)^2 \\ \Rightarrow g(x) = 1 - \frac{2}{4}x^2 &\Rightarrow \max\{g(x+5)\} = \max\left\{1 - \frac{2}{4}(x+5)^2\right\} = 1\end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) = \frac{2x+1}{x-2}$$

می‌خواهیم حاصل $g(2)$ را به دست بیاوریم. بنابراین عبارت $\frac{2x+1}{x+2}$ را مساوی ۲ قرار می‌دهیم تا x به دست آید:

$$\frac{2x-1}{x+2} = 2 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow (\text{gof})\left(\frac{5}{2}\right) = g(2) = \frac{2 \times \frac{5}{2} + 1}{\frac{5}{2} - 2} = \frac{6}{-\frac{1}{2}} = -12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه تابع f مجموعه $R - \{1\}$ است، پس دامنه تابع g هم باید همین باشد. این یعنی ۳

$$x^2 - bx + 1 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow b = 2$$

مخرج $g(x)$ ریشه مضاعف دارد:

$$\Rightarrow \frac{x-a}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x-a = x-1 \Rightarrow a = 1$$

حال ضابطه تابع g هم باید $\frac{1}{x-1}$ باشد:

در نتیجه $a+b=3$ است.

۴ الف

$$\begin{aligned}\left(-\frac{2}{10}, -1\right) \in f^{-1} &\Rightarrow \left(-1, -\frac{2}{10}\right) \in f \Rightarrow \frac{-2}{a+a|-1|} = \frac{-2}{10} \\ \Rightarrow \frac{-2}{2a} = \frac{-2}{10} &\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5\end{aligned}$$

ب

$$\begin{aligned}f(x) = \frac{2x}{5+5|x|} &\Rightarrow f(2) = \frac{4}{5+10} = \frac{4}{15} = \frac{2}{5} \\ f(f(2)) = f\left(\frac{2}{5}\right) &= \frac{2\left(\frac{2}{5}\right)}{5+5\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{\frac{4}{5}}{7} = \frac{4}{35}\end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضابطه تابع f را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد: ۵

$$f(x) = x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 9 = (\sqrt{x} + 1)^3 + 8$$

و سپس با توجه به ضابطه تابع fog می‌توانیم ضابطه تابع g را پیدا کنیم:

$$(\text{fog})(x) = (\sqrt{g(x)})^3 + 8 = x + 8 \Rightarrow g(x) = (\sqrt{x} - 1)^2$$

$$(\text{gog})\left(\left(\frac{9}{8}\right)^{\frac{2}{3}}\right) = g\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{9}{16}$$

و در نهایت داریم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آن که دامنه تابع، برابر R باشد، باید مخرج ریشه نداشته باشد. ۶

$$\Delta < 0$$

پس:

$$\Delta = m^2 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 < 16 \Rightarrow -4 < m < 4 \Rightarrow |m| < 4$$

$$f - g = \{(1, 2), (2, -2)\}$$

۷

۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $f(x)$ یک تابع خطی با شیب مثبت است، از طرفی تابع $(fg)(x)$ یک سهمی و دهانه‌ی آن رو به پایین است و محور x ها را در $x = 3$ قطع کرده است، پس تابع $g(x)$ بایستی شیب منفی داشته باشد و همچنین محور x ها را در $x = 3$ قطع کند. در نتیجه نمودار موردنظر شبیه نمودار گزینه‌ی (۲) است.

۹

$$m = 9 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 & \text{ق ق} \\ m = -3 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$m = 3 \Rightarrow f = \{(2, 9), (5, 4), (7, 9), (k+7, -2)\}$$

به ازای $m = 3$ یک به یک نیست.

$$m = -3 \Rightarrow f = \{(2, 9), (5, -2), (7, 9), (k+7, -2)\}$$

به ازای $m = -3$ یک به یک است.

$$k+7=5 \Rightarrow k=-2$$

بنابراین $m = -3$ و $k = -2$ تابع یک به یک است.

۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه تابع f بازه $(-1, 2)$ است و دامنه و ضابطه تابع g به ترتیب $[-\infty, 1]$ و $g(x) = 2x - 2$ است. پس داریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \leq 1 | -1 < 2x - 2 < 2\} = \left\{x \leq 1 | \frac{1}{2} < x < 2\right\}$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \left(\frac{1}{2}, 1\right] \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 1 \Rightarrow b - a = \frac{1}{2}$$

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x+2) = x^2 - x - 3 + 1 - 1 = x^2 - x - 2 - 1 = (x-2)(x+1) - 1$$

حال تغییر متغیر می‌گیریم:

$$t = x + 2 \Rightarrow x = t - 2$$

$$f(t) = (t-4)(t-1) - 1$$

حال به جای مقدار t می‌توانیم مقدار $x - 1$ قرار می‌دهیم:

$$f(x-1) = (x-5)(x-2) - 1 = x^2 - 7x + 9$$

۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $D_f = R$ در تابع g لازم است:

$$x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g = [0, 1]$$

$$D_{g \circ f} = \left\{x | x \in R, 0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1\right\}$$

بنابراین طبق تعریف داریم:

نامساوی‌های اخیر را حل می‌کنیم:

$$1) \frac{1-x^2}{1+x^2} \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$2) \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq 1 \Rightarrow 1-x^2 \leq 1+x^2 \Rightarrow 2x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in R$$

$$D_{g \circ f} = [-1, 1] \quad \text{بنابراین:}$$

۱۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه f اعداد منفی است، در ضمن برد f نیز منفی است. فقط گزینه (۳) به این صورت است. دقت کنید که $x \neq 0$ است.

۱۴

$$f - g = \{(1, 5-2), (4, 7-1)\} = \{(1, 3), (4, 6)\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{f(x - \tau)}_t = x^\tau + \tau x$$

$$x - \tau = t \Rightarrow x = t + \tau \Rightarrow f(t) = (t + \tau)^\tau + \tau(t + \tau) \Rightarrow f(t) = t^\tau + \tau t + \tau + \tau t + \tau$$

$$\Rightarrow f(t) = t^\tau + \tau t + \tau \xrightarrow{t=\tau x + 1} f(\tau x + 1) = (\tau x + 1)^\tau + \tau(\tau x + 1) + \tau$$

$$\Rightarrow f(\tau x + 1) = \tau x^\tau + \tau x + 1 + \tau \tau x + \tau + \tau \Rightarrow f(\tau x + 1) = \tau x^\tau + \tau \cdot x + \tau$$

$$\text{الف}) f(x) = x^\tau - \delta \quad g(x) = \sqrt{x + \tau}$$

$$D_f = R \quad D_g = [-\tau, +\infty) \Rightarrow D_{\text{fog}} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \left\{x \in [-\tau, +\infty) \mid \sqrt{x + \tau} \in R\right\} = \sqrt{x + \tau} \in R \Rightarrow D_{\text{fog}} = [-\tau, +\infty) \cap R = [-\tau, +\infty)$$

$$(\text{fog})_{(x)} = f(g(x)) = (g(x))^\tau - \delta = (\sqrt{x + \tau})^\tau - \delta = x + \tau$$

$$\text{ب}) f(x) = \sqrt{\tau - \tau x} \quad g(x) = \frac{\tau}{\tau x - \delta}$$

$$D_f = \left(-\infty, \frac{\tau}{\tau}\right] \quad D_g = R - \left\{\frac{\delta}{\tau}\right\}$$

$$D_{\text{fog}} = \left\{x \in R - \left\{\frac{\delta}{\tau}\right\} \mid \frac{\tau}{\tau x - \delta} \in \left(-\infty, \frac{\tau}{\tau}\right]\right\} = \left(-\infty, \frac{\delta}{\tau}\right) \cup \left[\tau, +\infty\right)$$

$$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = \sqrt{\tau - \tau g(x)} = \sqrt{\tau - \tau \left(\frac{\tau}{\tau x - \delta}\right)} = \sqrt{\frac{\tau x - \tau \tau}{\tau x - \delta}}$$

$$\text{ج}) f(x) = \sqrt{x + \tau} \quad g(x) = \sqrt{x^\tau - \tau \tau}$$

$$D_f = [-\tau, +\infty) \quad D_g = (-\infty, -\tau] \cup [\tau, +\infty)$$

$$D_{\text{gof}} = \left\{x \in [-\tau, +\infty) \mid \sqrt{x + \tau} \in (-\infty, -\tau] \cup [\tau, +\infty)\right\} = [\tau, +\infty)$$

$$\sqrt{x + \tau} \leq -\tau \vee \sqrt{x + \tau} \geq \tau \Rightarrow x + \tau \geq \tau^2 \Rightarrow x \geq \tau^2 - \tau \Rightarrow x \in [\tau^2 - \tau, +\infty)$$

همواره نادرست است.

$$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = \sqrt{(f(x))^\tau - \tau \tau} = \sqrt{x - \tau^2}$$

$$\text{د}) f(x) = \sin x \quad g(x) = \sqrt{x}$$

$$D_f = R \quad D_g = [\cdot, +\infty)$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in R \mid \sin x \in [\cdot, +\infty)\} = R \cap [\tau k\pi, \tau k\pi + \pi] (k \in \mathbb{Z})$$

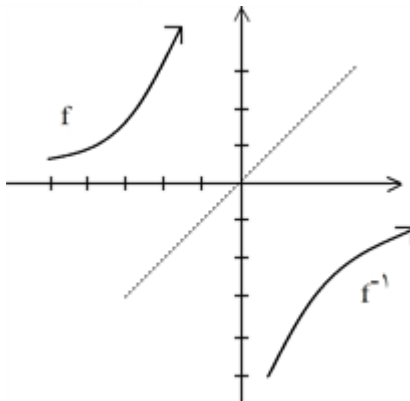
$$= [\tau k\pi, \tau k\pi + \pi]_{k \in \mathbb{Z}}$$

$$\sin x \geq \cdot \xrightarrow{\text{ناحیه اول و دوم}} x \in [\tau k\pi, \tau k\pi + \pi] (k \in \mathbb{Z})$$

$$(\text{fog})(x) = g(f(x)) = \sqrt{(f(x))} = \sqrt{\sin x}$$

الف) $f(x) = (x + 5)^5$

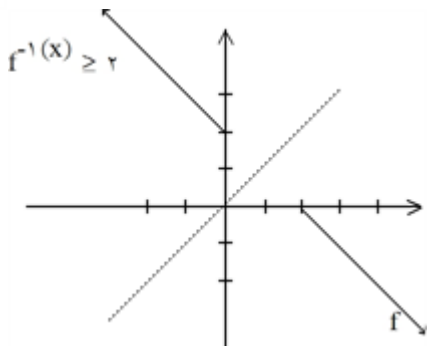
-۵	-۴	-۳
۰	۱	۴



$$\begin{aligned} y &= (x + 5)^5 \\ y^5 &= x + 5 \\ y^5 - 5 &= x \\ f^{-1}(y) &= y^5 - 5 \\ f^{-1}(x) &= x^5 - 5 \end{aligned}$$

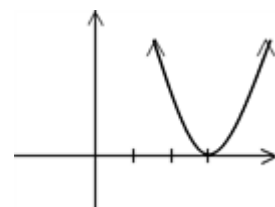
ب) $f(x) = -|x - 1| + 1$

۲	۳	۴
۰	-۱	-۲



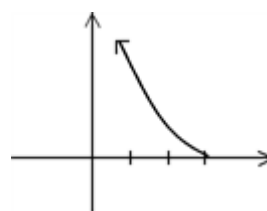
$$\begin{aligned} y &= -|x - 1| + 1 \\ y - 1 &= -|x - 1| \\ 1 - y &= |x - 1| \\ 1 - y &= x - 1 \\ 2 - y &= x \\ f^{-1}(y) &= 2 - y \\ f^{-1}(x) &= 2 - x \end{aligned}$$

این تابع وارون پذیر نمی باشد چون یک به یک نیست. $f(x) = (x - 3)^2$

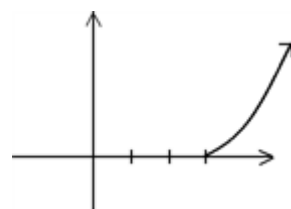


این نمودار وارون پذیر نمی باشد ولی با دامنه محدود شده وارون پذیر می شود که این دامنه باید قبل از رأس سهمی یا بعد از آن باشد.

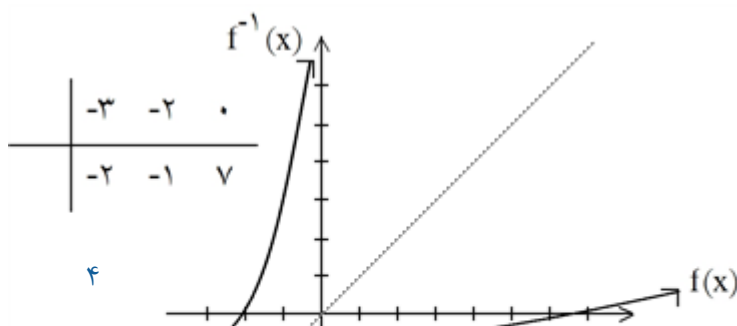
تابع f روی $[3, \infty)$ وارون پذیر



تابع f روی $(-\infty, 3]$ وارون پذیر



ت) $f(x) = \sqrt{x + 2} - 3$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ضابطه معکوس تعیین شود.

۱۸

$$y = \sqrt{x-2} \Rightarrow x = \frac{y+2}{2}$$

$$y = \sqrt{x+2} \Rightarrow \frac{y+2}{2} = \sqrt{x+2} \Rightarrow (y+2)^2 = 4(x+2) \Rightarrow y^2 + 4y + 4 = 4x + 8 \Rightarrow y^2 + 4y - 4 = 4x + 4 \Rightarrow y^2 + 4y - 8 = 4x \Rightarrow x = \frac{y^2 + 4y - 8}{4}$$

$$f^{-1}(y) = (y+2)^2 - 2$$

$$f^{-1}(x) = (x-2)^2 - 2$$

$$\frac{2}{2} + \frac{13}{4} = \frac{19}{4}$$

مجموع آنها

$$f(x) = 25 - \sqrt{x} \Rightarrow y = 25 - \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = 25 - y \Rightarrow x = \frac{25-y}{\sqrt{}} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{25-x}{\sqrt{}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{25-x}{\sqrt{}}$$

$$h(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)} = \frac{1}{\frac{25-x}{\sqrt{}}} \Rightarrow h(x) = \frac{\sqrt{}}{25-x} \Rightarrow 25-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 25$$

$$D_h = R - \{25\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۰

$$f(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$$

$$D_f = R_{f^{-1}} = [1, +\infty), R_f = D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

گزینه (۱): دامنه $[-1, +\infty) \cap [1, +\infty) = [1, +\infty)$

گزینه (۲): دامنه $[1, +\infty) \cap [1, +\infty) = [1, +\infty)$

گزینه (۳): دامنه $D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$

گزینه (۴): دامنه $D_f = [1, +\infty)$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید زیر رادیکال، بزرگتر یا مساوی صفر باشد:

۲۱

$$\frac{-x+1}{x-3} \geq 0$$

$$-x+1=0 \Rightarrow x=1$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$

	۱	۳
$-x+1$	$+$	$-$
$x-3$	$-$	$+$
	$-$	$-$

ت ن

پس جواب، بازه‌ی $[1, 3)$ است.

۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا توابع داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \\ x & x \geq 2 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \\ x & x \geq 2 \end{cases}$$

اکنون داریم:

$$f(x) - g(x) = \begin{cases} x - x & x < 1 \\ x - x & 1 \leq x < 2 \\ x - x & x \geq 2 \end{cases} = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x \geq 2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$f(x) - g(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \\ 0 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

۲۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون fog از درجه اول است، پس f و g توابعی از درجه اول هستند. اگر فرض کنیم

 $f(x) = ax + b$ خواهیم داشت:

$$f(x) + g(x) = 4 \Rightarrow g(x) = 4 - ax - b$$

$$f(g(x)) = 4 - 4x \Rightarrow ag(x) + b = 4 - 4x$$

$$\Rightarrow a(4 - ax - b) + b = 4 - 4x$$

$$\Rightarrow -a^2x + 4a - ab + b = 4 - 4x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a^2 = -4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ 4a - ab + b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow g(x) = -2x + 3 \Rightarrow g(2) = -1 \\ a = -2 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow g(x) = 2x - 1 \Rightarrow g(2) = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2$$

۲۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x+1) = 2x^2 + 5x - 1$$

$$f(x+1) \xrightarrow{x=2} f(2+1) = f(3) = 2(2)^2 + 5 \times 2 - 1 = 17$$

۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$h(2) = 3|2 \times 2 - 7| = 3|4 - 7| = 3|-3| = 3 \times 3 = 9$$

$$g(3) = \sqrt{-3^2 + 13} = \sqrt{-9 + 13} = \sqrt{4} = 2$$

$$h(2) - g(3) = 9 - 2 = 7$$

۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از رابطه $g^{-1}(f(a)) = 4$ خواهیم داشت $f(a) = g(4)$ یا $f(a) = 6$ با توجه به دوتایی ها درتابع f خواهیم داشت. $a = 3$

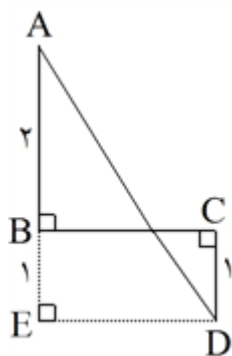
۲۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(m) = f(-1) \Rightarrow m = -1$$

$$f(-2) = 2 = k + 1 \Rightarrow k + 1 = 2 \quad k = 1$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر AB را به اندازه‌ی CD امتداد دهیم، طبق رابطه‌ی فیثاغورس خواهیم داشت:



$$(AE)^2 + (ED)^2 = (AD)^2 \Rightarrow y^2 + x^2 = y^2 \Rightarrow y = \sqrt{x^2 + 9}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x}{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

$$A = \left[\frac{x}{2} - 4 \right] + \left[6 - \frac{x}{2} \right] = \left[\frac{x}{2} \right] - 4 + 6 + \left[-\frac{x}{2} \right] \Rightarrow A = \left[\frac{x}{2} \right] + \left[-\frac{x}{2} \right] + 2$$

$$\frac{x}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\frac{x}{2} \right] + \left[-\frac{x}{2} \right] = -1 \Rightarrow A = (-1) + 2 = 1$$

$$[t] + [-t] = \begin{cases} 0, & t \in \mathbb{Z} \\ -1, & t \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{نکته:}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + ax - 3b \\ y = -x + b \end{cases} \xrightarrow[\text{تابع قرار می دهیم}]{\text{نقطه } (-1, 0) \text{ را در هر دو}} \begin{cases} 0 = 1 - a - 3b \\ 0 = 1 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 4 \end{cases}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴

