



نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

عنوان آزمون : بانک تست هندسه سال دهم

ریاضی (فصل ۲ قضیه تالس و تشابه و کاربرد آن)

۱ در چهارضلعی ABCD، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

۱ دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

۲ دو قطر عمود برهم‌اند.

۳ دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.

۴ دو ضلع غیرمجاور دیگر، موازی‌اند.

۲ در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH و میانه AM را رسم کرده‌ایم. اگر طول پاره‌خط‌های HB و HC به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشد، آنگاه مساحت مثلث AMH کدام است؟

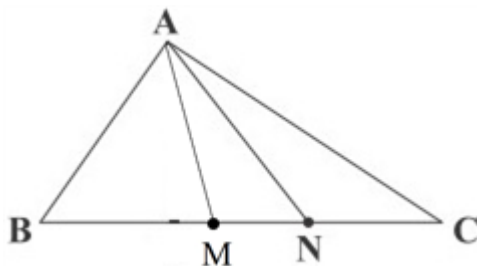
۱ ۴/۵

۲ ۵

۳ ۶

۴ ۷/۵

۳ در مثلث ABC مقابل، مساحت $\triangle ABM$ ، $\frac{3}{4}$ مساحت $\triangle ANC$ است. اگر $MN = \frac{1}{4} BC$ باشد، کدام رابطه لزوماً صحیح نیست؟



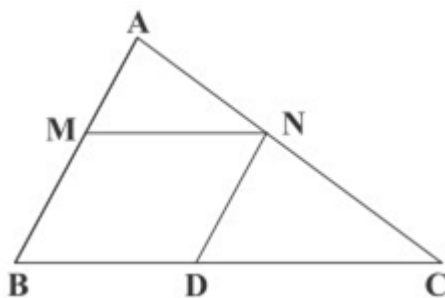
۴ $BM = \frac{1}{4} BC$

۳ $CN = \frac{3}{4} BC$

۲ $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{4} S_{\triangle BCA}$

۱ $BM = \frac{1}{4} CN$

۴ در شکل زیر، $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ است. مساحت مثلث AMN چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع MNDB است؟



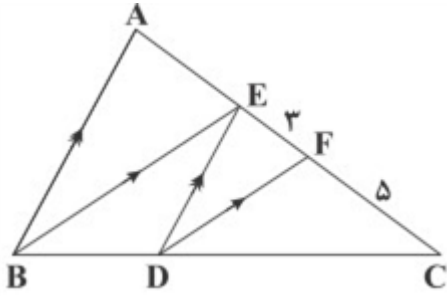
۴ $\frac{3}{4}$

۳ $\frac{2}{3}$

۲ $\frac{1}{3}$

۱ $\frac{1}{2}$

۵ در مثلث ABC داریم $DE \parallel AB$ و $DF \parallel BE$ ، طول AE کدام است؟



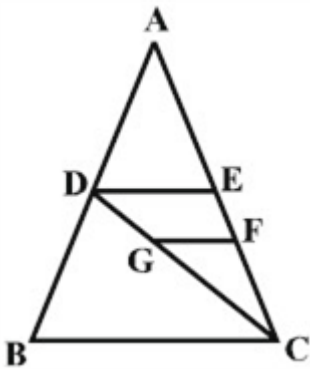
۵/۲ (۴)

۴/۸ (۳)

۳/۲ (۲)

۳/۶ (۱)

۶ در شکل مقابل $DE \parallel FG \parallel BC$ و $FC = ۶$ است. اگر G محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC باشد، طول AC کدام است؟



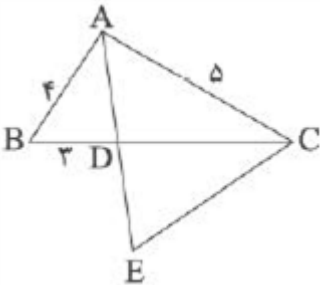
۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۷ در شکل زیر $\widehat{BAD} = \widehat{CAD}$ و $CD = CE$ است. نسبت محیط مثلث ABD به محیط مثلث ACE برابر کدام است؟



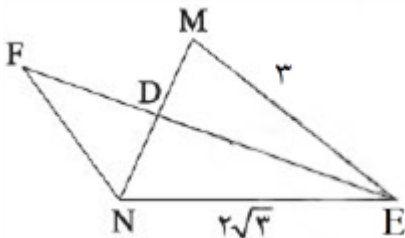
۵/۹ (۴)

۵/۸ (۳)

۵/۷ (۲)

۵/۶ (۱)

۸ در شکل مقابل، $ND = NF$ و EF نیمساز زاویه E است. نسبت مساحت‌های دو مثلث MDE و NEF برابر کدام است؟



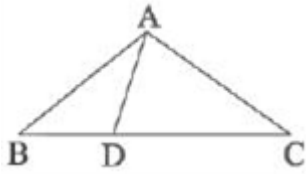
۵/۶ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۵/۵ (۲)

۵/۷۵ (۱)

۹ در شکل زیر $AB = AC$ ، $AD = CD$ و $BD = ۴$. اگر نصف طول ضلع AB واسطه هندسی بین اضلاع BD و CD باشد، طول AC کدام است؟



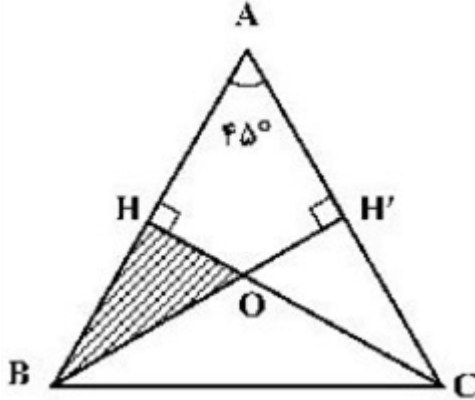
۴ $۱۲\sqrt{۳}$

۳ ۱۲

۲ $۸\sqrt{۳}$

۱ ۸

۱۰ در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB ، کدام است؟



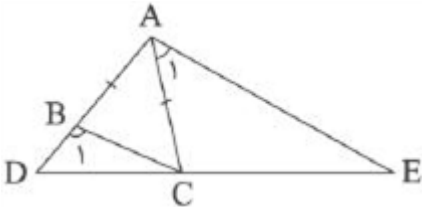
۴ $\frac{۱۶}{۳+۲\sqrt{۳}}$

۳ $\frac{۱۲}{۳+۲\sqrt{۳}}$

۲ $\frac{۸}{۲+\sqrt{۳}}$

۱ $\frac{۶}{۲+\sqrt{۳}}$

۱۱ در شکل زیر مثلث ABC متساوی الاقین است و زوایای $\hat{A}_1$ و $\hat{B}_1$ مکمل یکدیگر هستند. اگر $AC = ۲BD$ باشد، حاصل $\frac{EC}{ED}$ کدام است؟



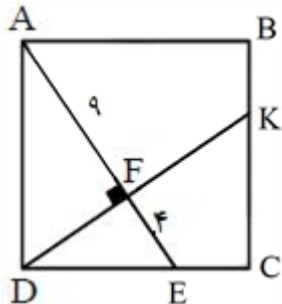
۴ $\frac{۴}{۷}$

۳ $\frac{۲}{۳}$

۲ $\frac{۳}{۴}$

۱ $\frac{۱}{۲}$

۱۲ در شکل مقابل، $ABCD$ مربع است، طول پاره خط DE کدام است؟



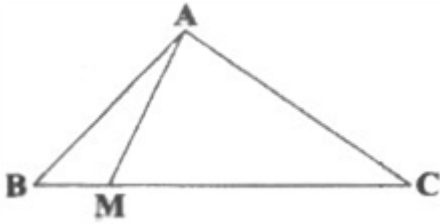
۴ $\sqrt{۵۲}$

۳ $\sqrt{۵۴}$

۲ $\sqrt{۵۵}$

۱ $\sqrt{۵۶}$

- ۱۳) نقطه M روی ضلع BC طوری قرار گرفته که آن را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم کرده است. مساحت $\triangle ABM$ چند درصد مساحت $\triangle ABC$ است؟



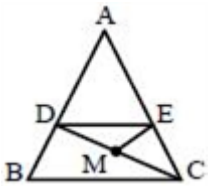
۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

- ۱۴) در شکل زیر $DE \parallel BC$ و M وسط DC است. اگر $S_{\triangle DEM} = \frac{1}{4} S_{\triangle ADE}$ ، آن گاه مساحت ذوزنقه DECB چند برابر مساحت مثلث ADE است؟



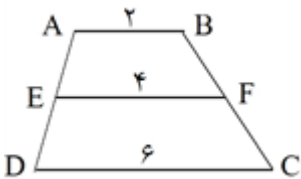
$\frac{6}{5}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

- ۱۵) در ذوزنقه ABCD خط EF موازی AB رسم شده است. مساحت ذوزنقه ABCD چند برابر ذوزنقه ABFE است؟



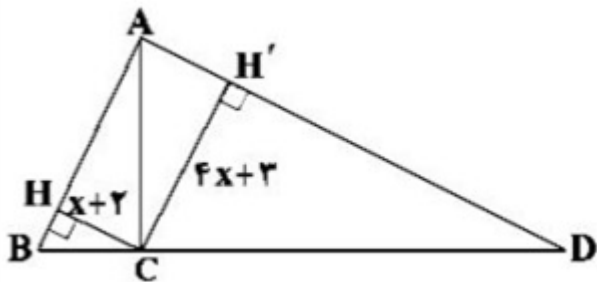
$\frac{8}{3}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

- ۱۶) با توجه به شکل زیر، $\frac{S(\widehat{ACD})}{S(\widehat{ABC})} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = 4$ ، مقدار x چقدر است؟ (مثلث‌های ABC, ACD متشابهند).



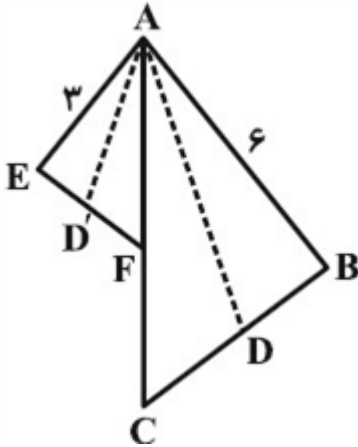
۲ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۷ در شکل زیر AC نیمساز زاویه $\widehat{BAE}$ ، $AC = ۸$ و $AF = ۴$ است. اگر $AD = ۴m + ۴$ و $AD' = m + ۳$ به ترتیب نیمسازهای دو زاویه $\widehat{BAF}$ و $\widehat{BAC}$ باشند، مقدار m کدام است؟



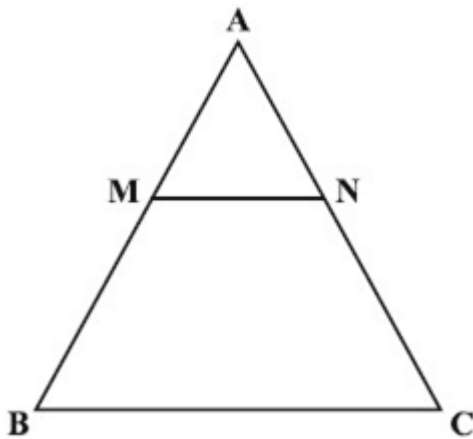
۴ $\frac{۱}{۳}$

۳ $\frac{۱}{۲}$

۲ ۳

۱ ۲

۱۸ در شکل روبه‌رو $BC \parallel MN$ و مساحت دوزنقه MNCB هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ کدام است؟



۴ $\frac{۱}{۵}$

۳ ۲

۲ ۳

۱ ۴

۱۹ در مثلث ABC، $a = ۸$ ، $b = ۶$ و c واسطه‌ی هندسی بین a و b است. حاصل $\frac{h_c}{h_a}$ کدام است؟

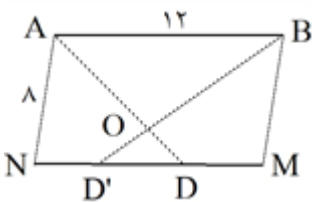
۴ $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳ $۲\sqrt{۳}$

۲ $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۱ $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۲۰ اگر AD و BD' نیمساز زوایای A و B از متوازی‌الاضلاع ABMN با ابعاد ۸ و ۱۲ واحد باشند، مساحت $\triangle OAB$ چند برابر مساحت $\triangle ODD'$ می‌باشد؟



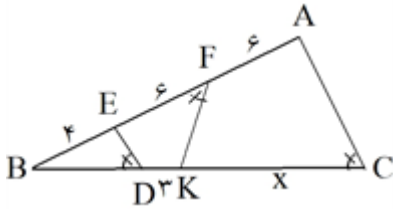
۴ $\frac{۹}{۴}$

۳ $\frac{۲۵}{۴}$

۲ ۹

۱ ۳

۲۱ در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۱۱ (۱)

۲۲ در یک ذوزنقه به طول قاعده‌های ۹ و ۱۲ و ارتفاع ۳، فاصله‌ی نقطه‌ی تقاطع امتداد دو ساق از قاعده‌ی کوچک‌تر کدام است؟

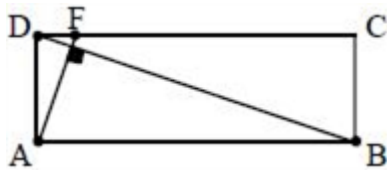
۹ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۲۳ در شکل روبه‌رو چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. F نقطه‌ای است روی ضلع DC به طوری که $AF \perp DB$. اگر $AB = 2DA$ ، آن‌گاه DC چند برابر DF است؟



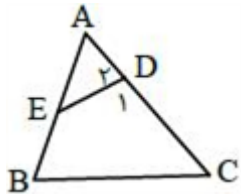
۶ (۴)

۴ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۲۴ در چهارضلعی BCDE دو زاویه‌ی روبه‌رو مکمل‌اند. اگر $DE = ۱۲$ و $BC = ۲۰$ ، آن‌گاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



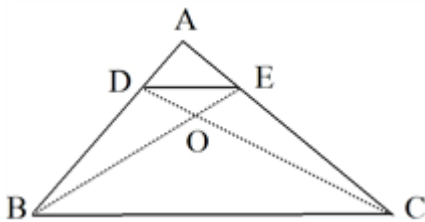
۵/۸۰ (۴)

۵/۷۲ (۳)

۵/۶۴ (۲)

۵/۵۶ (۱)

۲۵ در شکل زیر اگر $DE \parallel BC$ و $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{5}$ ، آن‌گاه مساحت مثلث ADE چند برابر مساحت مثلث DEO است؟



۱/۵ (۴)

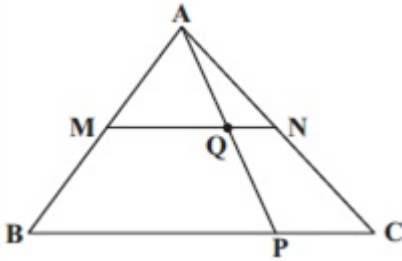
۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

۲۶ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ، $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{2}$ می‌باشد.

نسبت مساحت مثلث AQN به مساحت ذوزنقه‌ی MQPB کدام است؟



۱/۱۰ (۴)

۳/۲۰ (۳)

۲/۲۱ (۲)

۲/۱۵ (۱)

۲۷ اگر داشته باشیم $\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n}$ ، آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_n}$ کدام است؟

$\frac{n(n+1)}{5}$ (۴)

$5(n)(n+1)$ (۳)

$\frac{n(n+1)}{10}$ (۲)

$n(n+1)$ (۱)

۲۸ در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 70^\circ$ ، $\hat{B} = 50^\circ$ و $AB = 6$. همچنین در مثلث MNP داریم: $\hat{M} = 70^\circ$ و $\hat{N} = 60^\circ$. اگر

نسبت مساحت دو مثلث $\frac{9}{4}$ باشد، طول MP کدام می‌تواند باشد؟

۹ (۴)

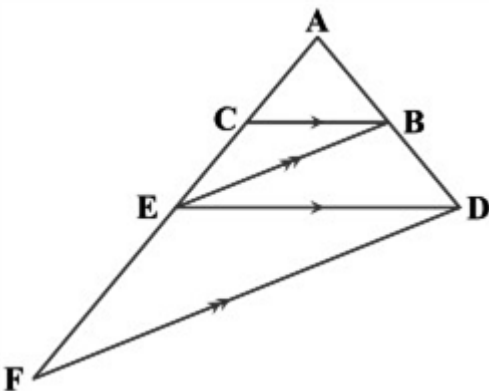
۳ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۲۹ در شکل مقابل، $BC \parallel ED$ و $BE \parallel FD$.

اگر $AC = CE = 2$ ، طول EF کدام است؟



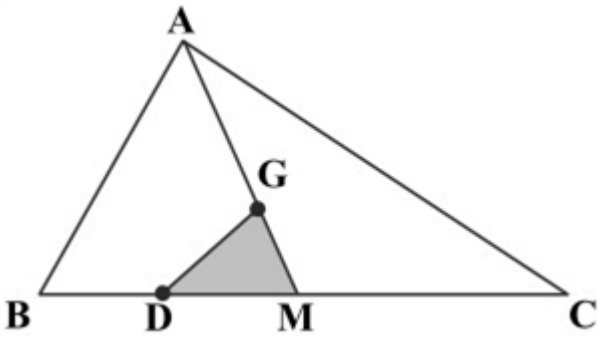
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{6}$ (۱)

۳۰ در مثلث ABC، نقطه G مرکز ثقل مثلث و نقطه D وسط پاره خط BM است. مساحت مثلث DGM چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



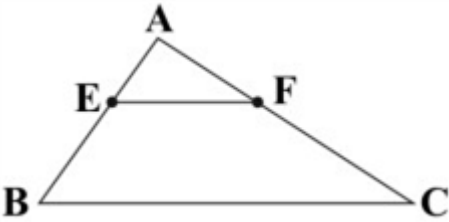
$\frac{1}{18}$ (۴)

$\frac{1}{12}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۳۱ در شکل زیر، $AE = \frac{2}{3} BE$ و $AC = 2CF$ می‌باشد، نسبت مساحت چهارضلعی BEFC به مساحت مثلث ABC چقدر است؟



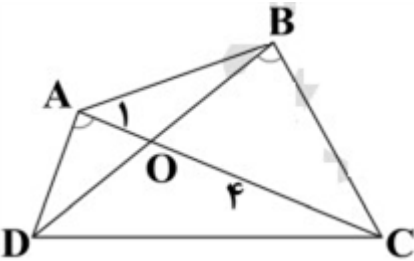
$\frac{21}{25}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{4}{25}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

۳۲ در شکل مقابل $\widehat{DAC} = \widehat{DBC}$ و $OA = OC = 4$ است. اگر مساحت $\triangle OAD$ ، $\frac{4}{9}$ مساحت $\triangle OBC$ باشد، طول قطر BD کدام است؟



$\frac{145}{36}$ (۴)

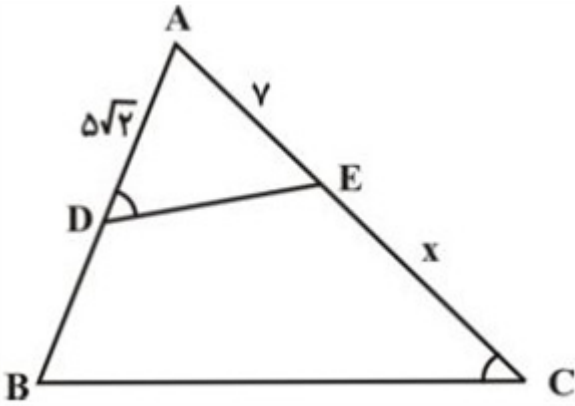
$\frac{25}{6}$ (۳)

$\frac{13}{6}$ (۲)

$\frac{97}{36}$ (۱)

۳۳ در شکل مقابل، $\widehat{ADE} = \widehat{C}$ و $\frac{S_{ADE}}{S_{BECB}} = \frac{2}{7}$ است.

طول $CE = x$ کدام است؟



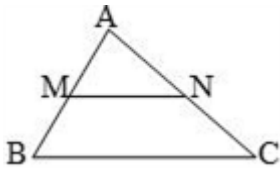
۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۳۴ در شکل مقابل مساحت مثلث AMN با مساحت دوزنقه‌ی MNCB برابر است. نسبت $\frac{AM}{MB}$ کدام است؟



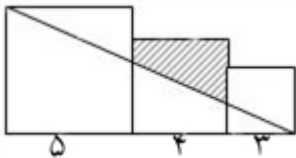
$\sqrt{2} + 1$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۳۵ در شکل زیر سه مربع به اضلاع ۳ و ۴ و ۵ در کنار هم قرار دارند. مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



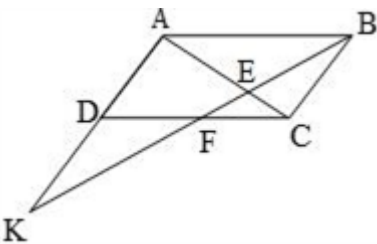
$\frac{17}{4}$ (۴)

$\frac{12}{5}$ (۳)

۶ (۲)

$\frac{23}{3}$ (۱)

۳۶ در متوازی‌الاضلاع ABCD شکل مقابل اندازه‌ی EB برابر کدام است؟



$\sqrt{EF \times EK}$ (۴)

$\sqrt{EF \times FK}$ (۳)

$EF \times FK$ (۲)

$EF \times EK$ (۱)

۳۷ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($A = 90^\circ$)، $AB = 6$ ، $AC = 8$ ، AM میانه و AD نیم‌ساز است. مساحت مثلث ADM کدام است؟

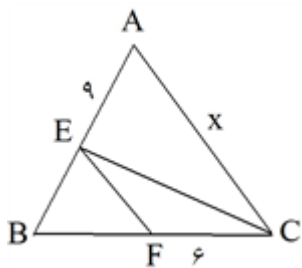
$\frac{13}{5}$ (۴)

$\frac{11}{6}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{12}{7}$ (۱)

۳۸ در شکل مقابل، CE نیمساز زاویه ی C ، $AB = AC$ و $EF \parallel AC$ است. مقدار x کدام است؟



۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۹ در مثلث قائم‌الزاویه ی ABC ، مجموع مربعات میانه‌ها برابر ۹۶ است. طول وتر این مثلث کدام است؟

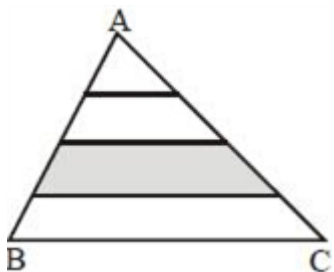
۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

۴۰ در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC برابر 32cm^2 است و خطوط رسم شده همگی موازی قاعده ی BC هستند و ضلع AC را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. مساحت ناحیه ی سایه خورده کدام است؟



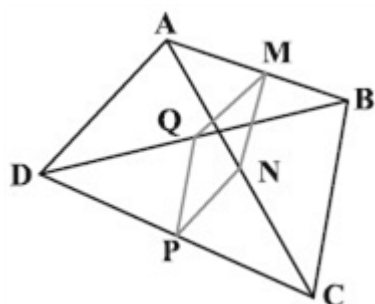
۵ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل داریم:



$$\triangle ABC : \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow MN = \frac{BC}{4} \quad (1)$$

$$\triangle ADC : \frac{CN}{NA} = \frac{CP}{PD} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} NP \parallel AD$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{NP}{AD} = \frac{CN}{CA} = \frac{1}{4} \Rightarrow NP = \frac{AD}{4} \quad (2)$$

$$MN = NP \xrightarrow{(1), (2)} \frac{BC}{4} = \frac{AD}{4} \Rightarrow BC = AD$$

یعنی دو ضلع غیرمجاور دیگر چهارضلعی ABCD، با هم برابرند.

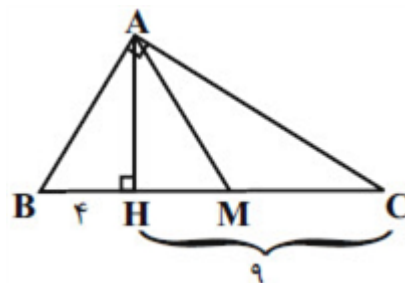
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. AH ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

$$AH^2 = BH \times HC = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

از طرفی چون $BC = 4 + 9 = 13$ و AM میانه وارد بر وتر است، پس $BM = MC = \frac{13}{2}$ و در نتیجه داریم:

$$HM = BM - BH = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

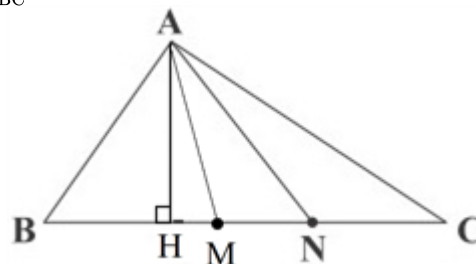
$$S_{\triangle AHM} = \frac{1}{2} AH \times HM = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{2} = 7.5$$



۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث‌های ABC، ABN، AMC، AMN، ABM و ANC ارتفاع AH یکسان است پس نسبت مساحت‌ها برابر با نسبت قاعده‌های روی ضلع BC است.

با توجه به $MN = \frac{1}{4} BC$ ، $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{4}$ است. (درستی گزینه ۲)



$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ANC}} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{BM}{NC} = \frac{2}{4} \Rightarrow BM = \frac{1}{2} NC \quad (1) \text{ (درستی گزینه ۱)}$$

$$MN = \frac{1}{4} BC \Rightarrow BM + NC = \frac{2}{4} BC \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} NC + NC = \frac{1}{2} BC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} NC = \frac{1}{4} BC \Rightarrow NC = \frac{1/2}{1/4} BC = \frac{2}{1} BC \quad (3) \text{ (درستی گزینه ۳)}$$

$$MB = \frac{1}{2} NC = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} BC \neq \frac{1}{4} BC \quad (4) \text{ (نادرستی گزینه ۴)}$$

۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{AM}{MB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AM = 2a \\ MB = 3a \end{cases}$$

با توجه به قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle MNB}} = \frac{\frac{1}{2} \times AM \times MN \times \sin(\widehat{M})}{\frac{1}{2} \times MB \times BN \times \sin(\widehat{B})} = \frac{\frac{1}{2} \times AM}{\frac{1}{2} \times MB} = \frac{\frac{1}{2} \times 2a}{\frac{1}{2} \times 3a} = \frac{1}{3}$$

۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \triangle CBE : DF \parallel BE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CF}{FE} = \frac{CD}{DB} \\ \triangle CAB : DE \parallel BA \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CE}{EA} = \frac{CD}{DB} \end{cases} \Rightarrow \frac{CF}{FE} = \frac{CE}{EA}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{8}{EA} \Rightarrow AE = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$$

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی G محل هم‌رسمی میانه‌های مثلث است، پس CD میانه‌ی نظیر ضلع AB و D وسط

این ضلع است. بنابراین $\frac{CG}{GD} = 2$ و داریم:

$$\triangle DEC : GF \parallel DE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CF}{EF} = \frac{CG}{GD} \Rightarrow \frac{6}{EF} = 2 \Rightarrow EF = 3 \Rightarrow EC = 9$$

$$\triangle ABC : DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow 1 = \frac{AE}{9} \Rightarrow AE = 9$$

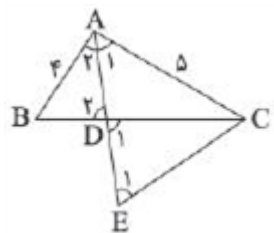
$$AC = AE + EC = 9 + 9 = 18$$

و در نتیجه:

۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مثلث CDE متساوی الساقین است داریم:

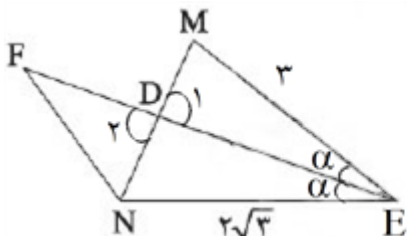


$$\left. \begin{aligned} \widehat{D}_\lambda = \widehat{E}_\lambda, \widehat{D}_\lambda = \widehat{D}_\lambda \Rightarrow \widehat{D}_\lambda = \widehat{E}_\lambda \\ \widehat{A}_\lambda = \widehat{A}_\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACE$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال، شکل مقابل را خواهیم داشت:



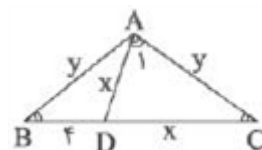
$$\left. \begin{aligned} \widehat{D}_\lambda = \widehat{D}_\lambda \\ ND = NF \Rightarrow \widehat{D}_\lambda = \widehat{F}_\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{D}_\lambda = \widehat{F}_\lambda$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{D}_\lambda = \widehat{F}_\lambda \\ \widehat{MED} = \widehat{NEF} = \alpha \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{زج}} \triangle DME \sim \triangle FNE$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle DME}}{S_{\triangle NEF}} = \left(\frac{ME}{NE} \right)^2 = \left(\frac{3}{2\sqrt{3}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4} = 0.75$$

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} AB = AC = \widehat{B} = \widehat{C} \\ AD = CD \Rightarrow \widehat{A}_\lambda = \widehat{C}_\lambda \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{زج}} \triangle ACD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{x+y} \Rightarrow y^2 = x^2 + 4x$$

از طرفی نصف y واسطه هندسی x و ۴ است پس:

$$\left(\frac{y}{x} \right)^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4x^2 \Rightarrow x^2 + 4x = 4x^2 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$y^2 = 4x^2 \Rightarrow y^2 = 4 \times 4 \Rightarrow y = 4$$

۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در صورت سؤال مشخص نشده ساق بعدی مثلث متساوی الساقین ABC کدام است. فرض کنیم: $AB = AC = ۸$. در این صورت مثلث‌های قائم‌الزاویه ABH و ACH متساوی الساقین هم خواهند بود. بنابراین:

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 \xrightarrow{AH=CH} ۸^2 = ۲AH^2$$

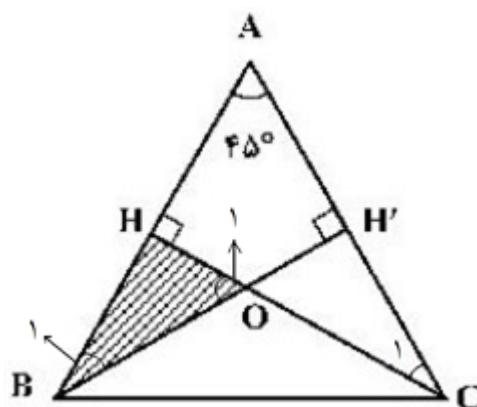
$$\Rightarrow AH^2 = ۳۲ \Rightarrow AH = ۴\sqrt{۲}$$

$$BH = AB - AH \Rightarrow BH = ۸ - ۴\sqrt{۲}$$

در ضمن در مثلث قائم‌الزاویه OBH چون $\widehat{B}_1 = ۴۵^\circ$ پس $\widehat{O}_1 = ۴۵^\circ$ در نتیجه $OH = BH = ۸ - ۴\sqrt{۲}$ داریم:

$$S_{OBH} = \frac{1}{2} BH \times OH = \frac{1}{2} (۸ - ۴\sqrt{۲})^2 = \frac{۱۶}{۲} (۲ - \sqrt{۲})^2 = ۸(۶ - ۴\sqrt{۲})$$

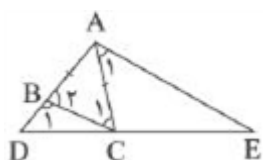
$$= ۱۶(۳ - ۲\sqrt{۲}) = \frac{۱۶(۳ - ۲\sqrt{۲})(۳ + ۲\sqrt{۲})}{۳ + ۲\sqrt{۲}} = \frac{۱۶}{۳ + ۲\sqrt{۲}}$$



۱۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مثلث ABC متساوی الساقین است، بنابراین $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$ است. همچنین بدیهی است که $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = ۱۸۰^\circ$ پس $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = ۱۸۰^\circ$ و از طرف دیگر $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 = ۱۸۰^\circ$ در نتیجه $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ و بنابراین AE و BC موازی هستند، پس طبق قضیه تالس خواهیم داشت:



$$AE \parallel BC \Rightarrow \frac{EC}{ED} = \frac{AB}{AD} \quad (۱)$$

چون طبق فرض $AC = ۲BD$ و $AB = AC$ ، پس می‌توان نتیجه گرفت $AB = ۲BD$ و بنابراین:

$$AD = ۳BD$$

حال با جای‌گذاری این روابط در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{EC}{ED} = \frac{۲BD}{۳BD} = \frac{۲}{۳}$$

۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر رابطه‌های طولی در مثلث قائم‌الزاویه ADE داریم:

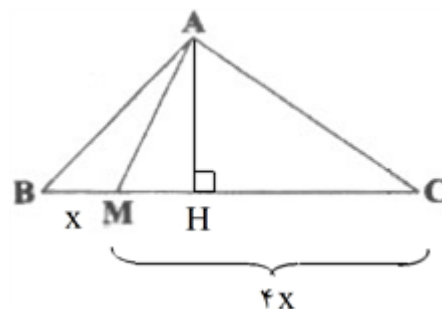
$$DF^2 = FE \times FA \Rightarrow DF^2 = ۴ \times ۹ = ۳۶ \Rightarrow DF = ۶$$

حال قضیه فیثاغورس را در مثلث DFE می‌نویسیم:

$$DE^2 = DF^2 + FE^2 \Rightarrow DE^2 = ۳۶ + ۱۶ = ۵۲ \Rightarrow DE = \sqrt{۵۲}$$

۱۳

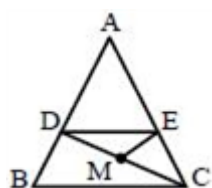
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $BM = x$ نتیجه می‌گیریم $MC = 4x$ ، با رسم ارتفاع AH داریم:



$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BM}{\frac{1}{2}AH \times BC} = \frac{x}{5x} = \frac{1}{5} = 20\%$$

۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون M میانه $\triangle DEC$ است پس:



$$S_{\triangle DEM} = S_{\triangle EMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle DEC} \Rightarrow S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADE}$$

چون ارتفاع مثلث‌های ADE و DEC برابر است، پس نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌های نظیر یعنی $\frac{EC}{AE}$ است،

بنابراین $\frac{EC}{AE} = \frac{1}{2}$. حال چون $DE \parallel BC$ ، پس طبق قضیه تالس $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ متشابه هستند، پس داریم:

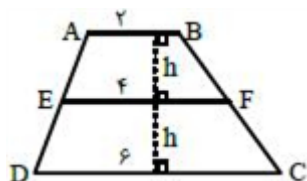
$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE} + S_{DECB}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{S_{DECB}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{5}{4}$$

۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون طول پاره‌خط EF میانگین طول قاعده‌ها است، پس وسط ساق‌ها را به هم وصل کرده

است، بنابراین ارتفاع‌های دوزنقه‌های $ABFE$ و $EFCD$ هم با هم برابرند، پس:



$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABFE}} = \frac{\frac{(2+6) \times 16}{2}}{\frac{(2+6) \times 6}{2}} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون دو مثلث متشابهند و نسبت مساحت‌ها برابر ۴ است، پس نسبت ارتفاع‌ها برابر ۲

خواهد بود:

$$\frac{4x+3}{x+2} = 2 \Rightarrow 4x+3 = 2x+4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو مثلث ABC و EAF در حالت تناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه بین این دو ضلع

متشابه‌اند، زیرا $\widehat{EAF} = \widehat{BAC}$ است و داریم:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه است.

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m+3}{6m+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به اینکه مساحت ذوزنقه MNCB هشت برابر مساحت مثلث AMN است، می‌توان نوشت:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AMN} + S_{MNCB} = S_{\triangle AMN} + 8S_{\triangle AMN} = 9S_{\triangle AMN}$$

با توجه به اینکه $BC \parallel MN$ است، می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند. پس:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMN}} = \left(\frac{AB}{AM}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{AB}{AM} = 3 \Rightarrow AB = 3AM$$

$$\Rightarrow AM + MB = 3AM \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$$

۱۹

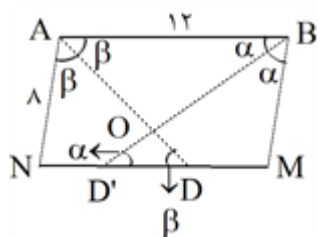
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. c واسطه‌ی هندسی a و b است، در نتیجه:

$$c^2 = ab = 6 \times 8 = 48 \Rightarrow c = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2S_{ABC} = ah_a = ch_c \rightarrow \frac{h_c}{h_a} = \frac{a}{c} = \frac{8}{4\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۲۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\triangle AND : \widehat{A} = \widehat{D} = \beta \Rightarrow ND = AN = 8$$

$$\xrightarrow{DD' = x} ND' = 8 - x \quad (1)$$

$$\triangle BMD' : \widehat{B} = \widehat{D'} = \alpha \Rightarrow MB = MD' = 8 \xrightarrow{NM=12} ND' = 12 - 8 = 4 \quad (2)$$

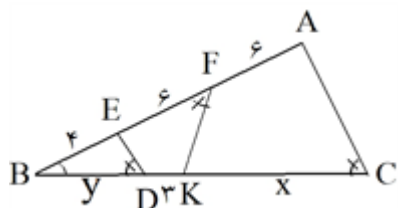
$$(1), (2) \Rightarrow 8 - x = 4 \Rightarrow x = DD' = 4$$

از طرفی:

$$\triangle ODD' \sim \triangle OAB \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{DD'} = \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle ODD'}} = 3^2 = 9$$

۲۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو مثلث BDE و BKF متشابه‌اند، بنابراین داریم:



$$\frac{BK}{BE} = \frac{BF}{BD} \Rightarrow \frac{y+3}{4} = \frac{10}{y} \Rightarrow y(y+3) = 40 \Rightarrow y = 5$$

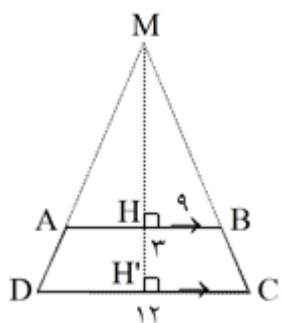
$$\downarrow$$

$$5 \times 8$$

حال کافی است نسبت تشابه را در دو مثلث متشابه BKA و BCA بنویسیم:

$$\frac{BA}{BK} = \frac{BC}{BF} \Rightarrow \frac{16}{y+3} = \frac{y+3+x}{10} \xrightarrow{y=5} \frac{16}{8} = \frac{8+x}{10} \Rightarrow 8(8+x) = 160$$

$$\Rightarrow 8+x = 20 \Rightarrow x = 12$$

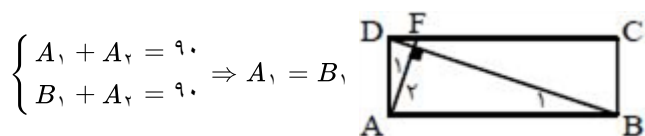


$$MH' : CH' \parallel BH \parallel MH \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MH}{MH'} = \frac{BM}{MC} \quad (۱)$$

$$M'DC : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{BM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{9}{۱۲} \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \frac{MH}{MH'} = \frac{9}{۱۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۴MH = ۳MH'$$

$$۴MH = ۳(۳ + MH) \Rightarrow ۴MH = ۹ + ۳MH \Rightarrow MH = ۹$$

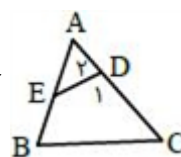


$$\triangle ABD, \triangle ADF : \begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ADF$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{DA}{DF} = ۳ \Rightarrow DA = ۳DF$$

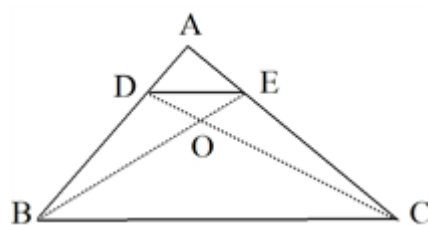
$$AB = ۳DA = ۳(۳DF) = ۹DF \Rightarrow CD = ۹DF$$

$$\triangle ADE, \triangle ABC : \begin{cases} \widehat{D}_1 = \widehat{B} \\ \widehat{A} \text{ در هر دو مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۳}{۵} = K$$



$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = K^2 = \frac{9}{۲۵} \Rightarrow S_{ADE} = \frac{9}{۲۵} S_{ABC}$$

$$\frac{S_{BCDE}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - \frac{9}{۲۵} S_{ABC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{۱۶}{۲۵} S_{ABC}}{S_{ABC}} = \frac{۱۶}{۲۵} = ۰/۶۴$$



$$\triangle ABC : DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{1}{4}$$

$$\text{از طرفی: } \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{\frac{1}{2} \times DH \times AE}{\frac{1}{2} \times DH \times EC} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_{\triangle DEO}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{\frac{1}{2} \times EH \times OD}{\frac{1}{2} \times EH \times CD} = \frac{OD}{CD} \\ \triangle ODE \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{OE}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{OD}{CD} = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

نیز

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle DEO}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEO}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{4} = 1/5$$

توجه: H و H' پای عمودهای رسم شده از رئوس D و E هستند.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{AQ}{AP} = \frac{MQ}{BP} \\ \frac{AQ}{AP} = \frac{QN}{PC} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{MQ}{BP} = \frac{QN}{PC} \Rightarrow \frac{PC}{BP} = \frac{QN}{MQ} \Rightarrow \frac{QN}{MQ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} = \frac{QN}{MQ} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$MQ \parallel BP \Rightarrow \triangle AMQ \sim \triangle ABP$$

$$k = \frac{AM}{AB} \xrightarrow{\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}} k = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP}} = \frac{4}{25} \xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}}$$

$$\frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle ABP} - S_{\triangle AMQ}} = \frac{4}{25 - 4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle MQPB}} = \frac{4}{21} \quad (2)$$

از ضرب طرفین رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle AMQ}} \times \frac{S_{\triangle AMQ}}{S_{\triangle MQPB}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AQN}}{S_{\triangle MQPB}} = \frac{2}{21}$$

$$\frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{2} = \frac{a_3}{3} = \dots = \frac{a_n}{n} \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = \frac{a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_n} = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n(n+1)}{2n} = \frac{n+1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشد، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند.

نکته: نسبت مساحت دو مثلث متشابه، مربع نسبت تشابه آن‌هاست.

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال داریم:

$$\widehat{C} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

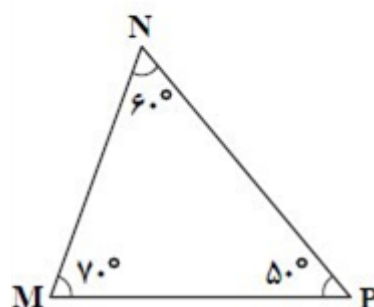
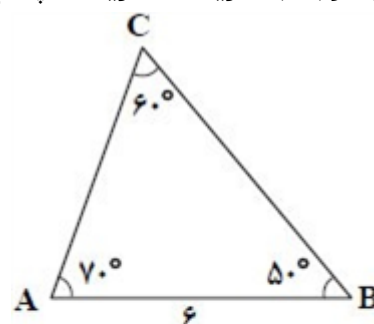
$$\begin{cases} \widehat{C} = \widehat{N} = 60^\circ \\ \widehat{A} = \widehat{M} = 70^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

با توجه به اینکه نسبت مساحت‌ها $d^2 = \frac{9}{4}$ می‌باشد، پس نسبت تشابه این دو مثلث $k = \frac{3}{2}$ است.

حال دو حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} \frac{AB}{MP} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6}{MP} = \frac{3}{2} \Rightarrow MP = 4 \\ \frac{MP}{AB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{MP}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow MP = 9 \end{cases}$$

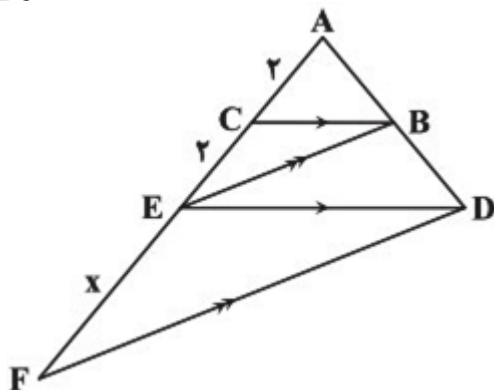
با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ پاسخ است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، آن‌گاه:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



$$\begin{cases} \triangle AED : BC \parallel ED \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \quad (1) \\ \triangle AFD : BE \parallel FD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD} \quad (2) \end{cases}$$

سمت راست تناسب‌های (۱) و (۲) با هم برابر است، پس:

$$\begin{aligned} \frac{AC}{AE} &= \frac{AE}{AF} \Rightarrow AE^2 = AC \times AF \Rightarrow (2 + 2)^2 = 2(2 + 2 + x) \\ \Rightarrow 4^2 &= 2(4 + x) \Rightarrow 16 = 8 + 2x \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

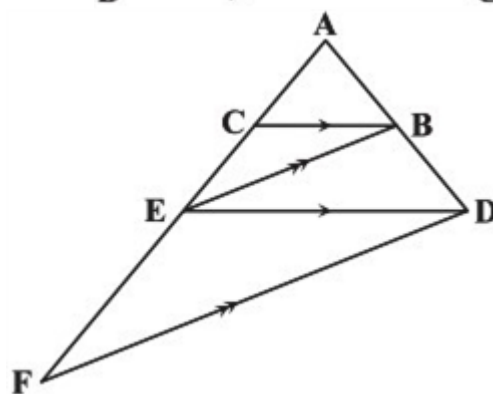
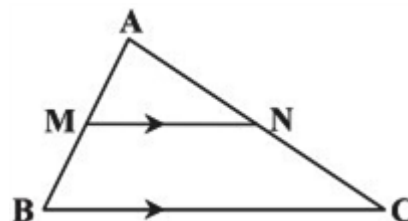
راه حل دوم:

نکته: در شکل مقابل، اگر $ED \parallel BC$ و $BE \parallel FD$ ، آن‌گاه AE واسطه هندسی AC و AF است، یعنی:

$$AE^2 = AC \times AF$$

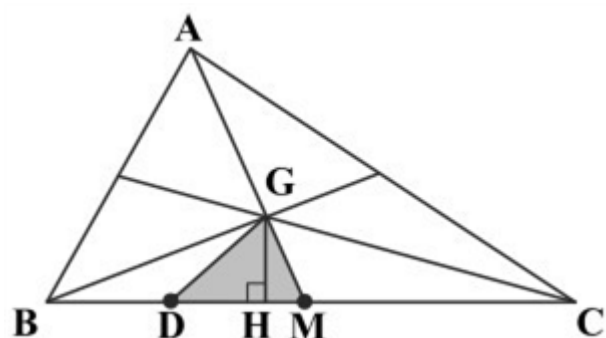
با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{aligned} AE^2 &= AC \times AF \Rightarrow (2 + 2)^2 = 2 \times (2 + 2 + x) \\ \Rightarrow 16 &= 2(4 + x) \Rightarrow 16 = 8 + 2x \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$



۳۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: میانه در هر مثلث، آن را به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کند، بنابراین اگر هر سه میانه یک مثلث را رسم کنیم، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.
با توجه به نکته بالا داریم:



$$S_{BGM} = \frac{1}{6} S_{ABC} \quad (*)$$

$$\frac{S_{DGM}}{S_{BGM}} = \frac{\frac{1}{2} \times GH \times DM}{\frac{1}{2} \times GH \times BM} = \frac{DM}{BM}$$

$$BM - \frac{1}{2} = D \Rightarrow S_{DGM} = \frac{1}{2} S_{BGM} \quad (**)$$

$$S_{DGM} = \frac{1}{12} S_{ABC} \text{ داریم: } (*) \text{ و } (**)$$

۳۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{AE}{BE} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} \\ \frac{CF}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow EF \parallel BC, \frac{EF}{BC} = \frac{2}{5}, \Delta AEF \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta_{AEF}}{\Delta_{ABC}} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{\Delta_{ABC} - \Delta_{AEF}}{\Delta_{ABC}} = \frac{25 - 4}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta_{BEFC}}{\Delta_{ABC}} = \frac{21}{25}$$

۳۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \widehat{DAC} = \widehat{BC} \\ \widehat{AOD} = \widehat{BOC} \end{cases} \xrightarrow{\text{از}} \Delta AOD \sim \Delta BOC \Rightarrow \begin{cases} \frac{OD}{OC} = \frac{OA}{OB} \\ \frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta BOC}} = \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{4} = \frac{1}{OB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} OB = \frac{8}{3} \\ OD = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$BD = OB + OD = \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A} \\ \widehat{ADE} = \widehat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

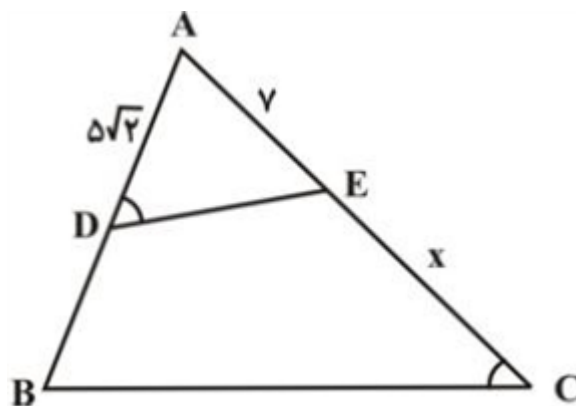
$$\frac{S_{ADE}}{S_{DECB}} = \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت در مخرج}} \frac{S_{ADE}}{S_{DECB} + S_{ADE}} = \frac{2}{7+2}$$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{2}{9} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{AD}{AC} = k \Rightarrow \frac{5\sqrt{2}}{x+7} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$x+7 = 15 \Rightarrow x = 8$$



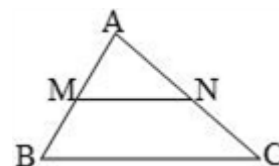
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC, k = \frac{AM}{AB}$$

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{AM^2}{AB^2} \xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{S_{AMN}}{S_{MNCB}} = \frac{AM^2}{AB^2 - AM^2}$$

طبق فرض $S_{AMN} = S_{MNCB}$ پس $\frac{AM^2}{AB^2 - AM^2} = 1$ ، در نتیجه $AM^2 = AB^2 - AM^2$ ، پس $AM^2 = AB^2$ در نتیجه

$$\frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ، یعنی: } \sqrt{2} AM = AB$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{AM}{MB} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$$



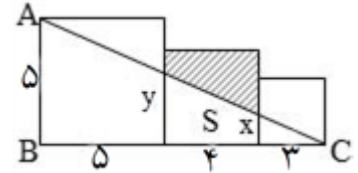
گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$y \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{y}{5} = \frac{7}{12} \Rightarrow y = \frac{35}{12}$$

$$x \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{x}{5} = \frac{3}{12} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4(x + y) = 2 \left(\frac{35}{12} + \frac{5}{4} \right) = \frac{25}{3}$$

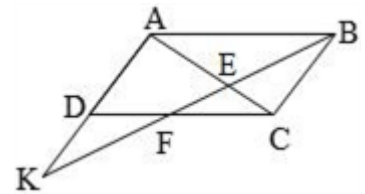
پس مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با : $16 - \frac{25}{3} = \frac{23}{3}$



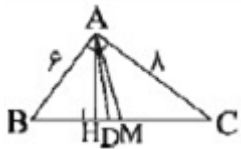
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\left. \begin{aligned} AB \parallel FC &\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle EFC \Rightarrow \frac{BE}{EF} = \frac{AE}{EC} \\ BC \parallel AK &\Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle EAK \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{EK}{BE} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{EF} = \frac{EK}{BE} \Rightarrow BE^2 = EK \times EF$$



گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷



$$BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow BM = \frac{BC}{2} = 5, AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}$$

$$\text{نیمساز } AD = \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{BD}{\underbrace{BD + DC}_{BC}} = \frac{3}{3+4} \Rightarrow \frac{BD}{10} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = \frac{30}{7}$$

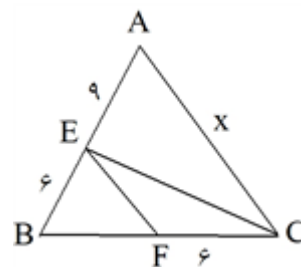
$$DM = BM - BD = 5 - \frac{30}{7} = \frac{5}{7} \quad S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2} (DM)(AH) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} \times \frac{24}{5} = \frac{12}{7}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $\widehat{FCE} = \widehat{ECA} = \alpha$ در این صورت:

$$EF \parallel AC \Rightarrow EC \text{ مورب و } AC \Rightarrow \widehat{FEC} = \widehat{ACE} \Rightarrow \widehat{FEC} = \alpha$$

حال مثلث EFC متساوی الساقین است ($\widehat{FEC} = \widehat{FCE} = \alpha$) بنابراین $EF = FC = \epsilon$

حال:

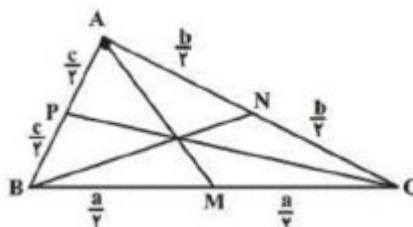


$$\triangle ABC : EF \parallel AC \xrightarrow{\text{نتیجه قضیه تالس}} \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{AB} \xrightarrow{AB=AC} BE = EF = \epsilon$$

$$AC = AB = AE + BE = 9 + \epsilon = 15 \Rightarrow x = 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میانه‌های AM، BN و CP را رسم می‌کنیم، داریم:

$$\begin{cases} \triangle ABC : AM = \frac{BC}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow AM^2 = \frac{a^2}{9} \\ \triangle ABN : BN^2 = AB^2 + AN^2 = c^2 + \frac{b^2}{9} \\ \triangle ACP : CP^2 = AC^2 + AP^2 = b^2 + \frac{c^2}{9} \end{cases}$$

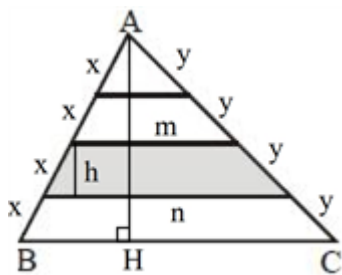


$$\Rightarrow AM^2 + BN^2 + CP^2 = \frac{a^2}{9} + (b^2 + c^2) + \left(\frac{b^2}{9} + \frac{c^2}{9} \right) = \frac{a^2}{9} + a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{2a^2}{3}$$

$$\frac{2a^2}{3} = 96 \Rightarrow a^2 = 144 \Rightarrow BC = a = 12$$

مجموع مربعات میانه‌ها برابر ۹۶ است، پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\text{قضیه تالس} \Rightarrow \frac{n}{BC} = \frac{h}{3h} \Rightarrow n = \frac{1}{3}BC$$

$$\text{قضیه تالس} \Rightarrow \frac{m}{BC} = \frac{2h}{3h} \Rightarrow m = \frac{2}{3}BC$$

$$\text{قضیه تالس} \Rightarrow \frac{h}{AH} = \frac{h}{3h} \Rightarrow h = \frac{1}{3}AH$$

$$\text{مساحت ناحیه هاشور خورده} = \frac{1}{2}h(m+n) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}AH \right) \left(\frac{1}{3}BC + \frac{2}{3}BC \right)$$

$$= \frac{1}{2}AH \left(\frac{1}{3}BC \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2}AH \times BC \right) = \frac{1}{6} \times 32 = 16$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

