



زمان آزمون :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی سال دهم
ریاضی (فصل ۷مار و احتمال)
تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

۱ در پرتاب دو تاس آبی و قرمز اعداد رو شده را به ترتیب m و n در نظر می‌گیریم. اگر بدانیم معادلهٔ $x^2 - mx + n = 0$ دو ریشهٔ حقیقی دارد، با کدام احتمال $x = 2$ ریشهٔ معادله است؟

- ۱ $\frac{1}{8}$ ۲ $\frac{2}{17}$ ۳ $\frac{3}{17}$ ۴ $\frac{1}{4}$

۲ A و B دو پیشامد از فضای نمونه S هستند. می‌دانیم $P(A) = \frac{2}{3}$ ، $P(B) = \frac{3}{4}$ ، $P(A' \cup B') = \frac{4}{5}$ ، اگر $A \cup B$ پیشامد حتمی باشد، احتمال اینکه فقط پیشامد A اتفاق بیفتد، کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{11}$ ۲ $\frac{7}{13}$ ۳ $\frac{12}{13}$ ۴ $\frac{5}{13}$

۳ همهٔ اعداد طبیعی دو رقمی را روی کارتهایی نوشته و در کیسه‌ای ریخته‌ایم. احتمال آن‌که با انتخاب یک کارت، عدد روی آن مضرب ۳ یا بزرگ‌تر از ۵۰ باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{0}{75}$ ۲ $\frac{31}{45}$ ۳ $\frac{32}{45}$ ۴ $\frac{0}{7}$

۴ اگر $P(A \cup B') + P(B \cup A') = \frac{14}{11}$ ، آنگاه حاصل $P(A \cup B) - P(A \cap B)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{8}{11}$ ۲ $\frac{3}{11}$ ۳ $\frac{3}{22}$ ۴ $\frac{4}{11}$

۵ ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. احتمال آنکه دو نفر خاص پشت هم سخنرانی کنند، چقدر است؟

- ۱ $\frac{1}{5}$ ۲ $\frac{2}{5}$ ۳ $\frac{2}{7}$ ۴ $\frac{3}{7}$

۶ اگر حروف کلمه‌ی «سخت‌مند» را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد که دو حرف «س» و «م» در کنار هم باشند؟

- ۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{2}{7}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۴ $\frac{1}{2}$

۷ در ظرفی ۵ مهره با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ وجود دارد. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم؛ با کدام احتمال مجموع شماره‌های ۳ مهره کمتر از ۸ نیست؟

- ۱ $\frac{0}{3}$ ۲ $\frac{0}{7}$ ۳ $\frac{0}{8}$ ۴ $\frac{0}{9}$

۸ هریک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۶ است؟

- ۱ $\frac{1}{10}$ ۲ $\frac{3}{10}$ ۳ $\frac{2}{15}$ ۴ $\frac{4}{15}$

۹ از مجموعه $\{۸۰۰, ۲۰۳, ۲۰۲, ۲۰۱\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد بر ۳ بخش‌پذیر است ولی مضرب ۵ نیست یا بر ۳ بخش‌پذیر نیست ولی مضرب ۵ است؟

- ۱ $\frac{7}{15}$ ۲ $\frac{2}{5}$ ۳ $\frac{3}{5}$ ۴ $\frac{2}{15}$

۱۰ یکی از زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$ را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد ۱ عضو این مجموعه باشد و اعداد ۲ و ۳ عضو این مجموعه نباشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{7}$ ۲ $\frac{1}{8}$ ۳ $\frac{2}{7}$ ۴ $\frac{3}{8}$

۱۱ از میان ده نقطه‌ی شکل زیر، چهار نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این چهار نقطه، رؤس یک چهارضلعی باشند، کدام است؟



- ۱ $\frac{23}{42}$ ۲ $\frac{25}{42}$ ۳ $\frac{29}{42}$ ۴ $\frac{31}{42}$

۱۲ از میان ۵ جفت کفش، ۴ لنگه را به تصادف برمی‌داریم. احتمال آن‌که فقط یک جفت کفش میان آن‌ها باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{42}$ ۲ $\frac{1}{42}$ ۳ $\frac{3}{7}$ ۴ $\frac{4}{7}$

۱۳ ابتدا یک تاس را پرتاب کرده و به تعداد عدد نمایش داده شده سکه پرتاب می‌کنیم، احتمال آن‌که دقیقاً ۵ بار رو آمده باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{64}$ ۲ $\frac{1}{48}$ ۳ $\frac{5}{48}$ ۴ $\frac{9}{64}$

۱۴ در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ نسبت می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد رو شده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال این‌که شخص صاحب شماره‌ی ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{10}$ ۲ $\frac{1}{9}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۴ $\frac{1}{7}$

۱۵ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه‌ی فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عضو انتخاب شده بر ۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{13}{21}$ ۲ $\frac{4}{7}$ ۳ $\frac{3}{7}$ ۴ $\frac{1}{5}$

۱۶ یک جفت تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر اعداد ظاهر شده متفاوت باشند، احتمال آن‌که مجموع آن دو عدد فرد باشد کدام است؟

- ۱ $\frac{2}{3}$ ۲ $\frac{2}{5}$ ۳ $\frac{3}{5}$ ۴ $\frac{1}{3}$

۱۷ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ یک عدد سه رقمی با ارقام متمایز نوشته‌ایم، احتمال آنکه در این عدد «یکان» < دهگان < صدگان باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{10}$ ۲ $\frac{10}{5 \times 6^2}$ ۳ $\frac{15}{5 \times 6^2}$ ۴ $\frac{15}{6^3}$

۱۸ مدرسه‌ای می‌خواهد ۳ درس اختصاصی متفاوت و ۲ درس عمومی متفاوت را در ۵ روز از هفته (شنبه تا چهارشنبه) امتحان بگیرد، به طوری‌که در هر روز فقط امتحان یک درس برگزار شود. اگر این برنامه‌ریزی به صورت تصادفی انجام شود با چه احتمالی هیچ دو درس اختصاصی در دو روز متوالی نخواهد بود؟

- ۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{1}{10}$ ۳ $\frac{1}{5}$ ۴ $\frac{1}{6}$

۱۹ سکه‌ای را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که تعداد روها از پشت‌های ظاهر شده بیش‌تر باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $\frac{9}{16}$ ۳ $\frac{7}{16}$ ۴ $\frac{15}{32}$

۲۰ در یک کارخانه تولید ماشین، ۲۰۰۰ دستگاه ماشین تولید شده است. برای بررسی وضعیت ترمزهای این ماشین‌ها، ۱۵۰ ماشین انتخاب و مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. در این صورت کدام گزینه به‌ترتیب بیانگر جامعه، اندازه‌ی جامعه، نمونه و اندازه‌ی نمونه می‌باشد؟

- ۱ ماشین‌های انتخاب شده - ۱۵۰ - ماشین‌های تولیدی - ۲۰۰۰
۲ ماشین‌های انتخاب شده - ۲۰۰۰ - کارخانه - ۱۵۰
۳ ماشین‌های تولیدی - ۱۵۰ - ماشین‌های انتخاب شده - ۲۰۰۰
۴ ماشین‌های تولیدی - ۲۰۰۰ - ماشین‌های انتخاب شده - ۱۵۰

۲۱ اگر $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ باشد و یک زیرمجموعه‌ی شش‌عضوی از M انتخاب کنیم، با کدام احتمال این مجموعه شامل ۵ و ۶ می‌باشد، اما ۳ را شامل نمی‌شود؟

- ۱ $\frac{1}{10}$ ۲ $\frac{4}{15}$ ۳ $\frac{1}{6}$ ۴ $\frac{1}{3}$

۲۲ تاسی ساخته‌ایم که روی آن اعداد ۱، ۱، ۲، ۳ و ۴ حک شده است. اگر این تاس را دو بار پرتاب کنیم، با چه احتمالی مجموع دو عدد رو شده مضرب ۳ است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{6}$ ۴ $\frac{1}{4}$

۲۳ از هر کدام از کلمات season و paris یک حرف به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال حروف منتخب یکسان هستند؟

- ۱ $0/1$ ۲ $0/12$ ۳ $0/18$ ۴ $0/08$

۲۴

۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه در کیسه‌ای موجود است. یک مهره از این کیسه به تصادف خارج می‌کنیم و بعد از مشاهده رنگ آن، آن مهره را به همراه دو مهره از رنگ دیگر به کیسه برمی‌گردانیم. اگر مجدداً سه مهره از کیسه خارج کنیم، احتمال این که فقط دو مهره از این سه مهره، سفید باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{7} \quad (1)$$

$$\frac{9}{28} \quad (2)$$

$$\frac{11}{28} \quad (3)$$

$$\frac{13}{28} \quad (4)$$

۲۵

چه تعداد از متغیرهای «مدت‌زمان تأثیر دارو - شدت جریان عبوری از یک سیم - تعداد کلاس‌ها مدرسه - تعداد فرزندان یک خانواده» گسسته هستند؟

$$1 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۲۶

هر یک از کشورهای A, B, C, D دارای ۵ شناگر می‌باشند، با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می‌شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

$$\frac{200}{969} \quad (1)$$

$$\frac{200}{323} \quad (2)$$

$$\frac{50}{969} \quad (3)$$

$$\frac{50}{323} \quad (4)$$

۲۷

۷ مهره یکسان با شماره‌های ۱، ۲، ... و ۷ در کیسه‌ای وجود دارند اگر سه مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره‌ها عددی زوج است؟

$$\frac{16}{35} \quad (1)$$

$$\frac{17}{35} \quad (2)$$

$$\frac{18}{35} \quad (3)$$

$$\frac{19}{35} \quad (4)$$

۲۸

تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که در هیچ دو پرتاب متوالی، اعداد زوج ظاهر نشود، چه قدر است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{8} \quad (4)$$

۲۹

در کیسه‌ای ۸ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل ۱ مهره سیاه خارج شده است؟

$$\frac{492}{501} \quad (1)$$

$$\frac{164}{455} \quad (2)$$

$$\frac{81}{455} \quad (3)$$

$$\frac{11}{12} \quad (4)$$

۳۰

سه تاس را با هم می‌اندازیم احتمال آن که مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۱۶ بوده و سه تاس عدد یکسان نیابند؟

$$\frac{1}{54} \quad (1)$$

$$\frac{1}{72} \quad (2)$$

$$\frac{1}{96} \quad (3)$$

$$\frac{1}{81} \quad (4)$$

۳۱

نوع کدام متغیر با بقیه تفاوت دارد؟

$$1 \quad (1) \text{ سرعت شناگران}$$

$$2 \quad (2) \text{ درجه‌ی حرارت بدن انسان}$$

$$3 \quad (3) \text{ تعداد تابلوهای راهنمایی و رانندگی در یک خیابان}$$

$$4 \quad (4) \text{ محیط مستطیل‌هایی که طول آن‌ها } a \text{ و عرض آن‌ها } b \text{ بوده و } a, b \in R \text{ باشند.}$$

۳۲

سه تاس متمایز را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که حداقل یکی از تاس‌ها عدد ۱ ظاهر شود، کدام است؟

$$\frac{91}{216} \quad (1)$$

$$\frac{31}{216} \quad (2)$$

$$\frac{33}{216} \quad (3)$$

$$\frac{17}{216} \quad (4)$$

۳۳ کدام متغیر کیفی ترتیبی است؟

- ۱ گروه خونی ۲ جمعیت ۳ غذای مورد علاقه ۴ تحصیلات

۳۴ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ اولین اقدام در رسیدن به اطلاعات عددی، اندازه‌گیری است.
۲ انتخاب معیار مناسب برای اندازه‌گیری در مواردی مشکل است، ولی اندازه‌گیری موضوعاتی که دسترسی به آن‌ها مشکلاتی دارد، از انتخاب معیار دشوارتر است.
۳ اطلاعات کمی قابل تفسیر هستند، ولی اطلاعات کیفی دارای چنین صفتی نیستند.
۴ ارزش مدل‌سازی به سادگی مفاهیم به کار برده شده و نزدیکی مدل به پدیده‌ی مورد نظر است.

۳۵ در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی سفید وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر x تعداد مهره‌های سیاه خارج شده باشد، حاصل $P(X \geq 2)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{7}$ ۲ $\frac{5}{7}$ ۳ $\frac{6}{7}$ ۴ $\frac{3}{7}$

۳۶ با ارقام ۲، ۳، ۵، ۶، ۸ و ۹، اعداد سه رقمی بدون رقم‌های تکراری می‌سازیم. احتمال آن که دو رقم از عدد سه رقمی ساخته شده زوج باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{5}$ ۲ $\frac{5}{45}$ ۳ $\frac{5}{5}$ ۴ $\frac{5}{35}$

۳۷ در جعبه‌ی A، ۲ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی آبی و در جعبه‌ی B، ۱ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی داریم. یکی از دو جعبه را انتخاب می‌کنیم و ۲ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم. چه‌قدر احتمال دارد این دو مهره غیرهم‌رنگ باشند؟

- ۱ $\frac{5}{6}$ ۲ $\frac{7}{30}$ ۳ $\frac{7}{12}$ ۴ $\frac{5}{12}$

۳۸ A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S می‌باشند به‌طوری‌که $P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A - B) = \frac{1}{2}P(A)$ ، حاصل $\frac{P(A - B)}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{3}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{1}{9}$ ۴ $\frac{4}{9}$

۳۹ یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر A پیشامد آن باشد که هر دو عدد رو شده اول و B پیشامد آن باشد که جمع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۹ باشد، مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ چه‌قدر است؟

- ۱ $\frac{8}{3}$ ۲ ۲ ۳ ۱ ۴ $\frac{3}{2}$

۴۰ پنج نفر در یک صف ایستاده‌اند. چه‌قدر احتمال دارد که علی دقیقاً پشت سر رضا ایستاده باشد؟

- ۱ $\frac{4}{5}$ ۲ $\frac{3}{5}$ ۳ $\frac{2}{5}$ ۴ $\frac{1}{5}$

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله $x^2 - mx + n = 0$ دو ریشه حقیقی دارد. پس داریم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow m^2 - 4n > 0 \Rightarrow m^2 > 4n$$

قرمز
آبی

$$\Rightarrow S = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), \dots, (5, 6), (6, 1), \dots, (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 17$$

$$4 - 2m + n = 0 \quad \text{اگر } x = 2 \text{ ریشه معادله باشد، داریم:}$$

زوج مرتبهایی از فضای نمونه که در این رابطه صدق می‌کنند (مطلوب‌ها) عبارت‌اند از:

$$(3, 2), (5, 6) \Rightarrow P(\text{مطلوب}) = \frac{2}{17}$$

۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید $x = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ باشد. داریم:

$$P(A) = \frac{x}{2}, P(B) = \frac{x}{3}, P(A \cup B) = \frac{x}{4} \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - \frac{x}{4}$$

چون $A \cup B$ پیشامد حتمی است. پس $P(A \cup B) = 1$ می‌باشد.

$$1 = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - 1 + \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{24}{13}$$

$$A \text{ احتمال وقوع فقط } A = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{x}{2} - \left(1 - \frac{x}{4}\right) = \frac{12}{13} - \frac{7}{13} = \frac{5}{13}$$

۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = 90 = \text{تعداد اعداد دو رقمی}$$

$$n(A) = 3 = \text{تعداد اعداد مضرب } 3 = \frac{90}{3} = 30$$

$$n(B) = 50 = \text{تعداد اعداد بزرگتر از } 50 = 99 - 50 + 1 = 99 - 50 = 49$$

$$n(A \cap B) = 50 = \text{تعداد اعداد مضرب } 3 \text{ و بزرگتر از } 50 = \left\lfloor \frac{99}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{50}{3} \right\rfloor = 17$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 49 - 17 = 62$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{62}{90} = \frac{31}{45}$$

۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cup B') + P(B \cup A') = \frac{14}{11}$$

$$1 - P((A \cup B')') + 1 - P((B \cup A')') = \frac{14}{11}$$

$$1 - P(A' \cap B) + 1 - P(B' \cap A) = \frac{14}{11}$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B) + P(B' \cap A) = 2 - \frac{14}{11}$$

$$\Rightarrow P(B - A) + P(A - B) = \frac{8}{11}$$

$$\Rightarrow P(B) - P(A \cap B) + P(A) - P(A \cap B) = \frac{8}{11}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B) = \frac{8}{11}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{8}{11}$$

۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2! \times 4!}{5!} = \frac{2}{5}$$

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای: $n(S) = 8!$

تعداد حالت‌هایی که «س» و «م» در کنار هم باشند:

$$\underbrace{\boxed{\text{سم}} \text{ د ن ت و ا خ}}_{7!} \Rightarrow 7! \times 2! = n(A)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7! \times 2!}{8!} = \frac{1}{4}$$

۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حالت‌هایی که مجموع اعداد کمتر از ۸ است را نمی‌خواهیم:

$$n(S) = \binom{5}{3}$$

$$A' = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}\} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{\binom{5}{3}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = \binom{5}{3} \times 3! = 60, A = \underbrace{\{132, 312, 432, 234, 324, 534, 524\}}_{\substack{2 \\ 4 \\ 2}} \Rightarrow n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{8}{60} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{15}$$

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر پیشامد A پخش‌پذیر بودن بر ۳ و پیشامد B مضرب عدد ۵ بودن در مجموعه داده شده باشد:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$P(A) = \frac{\left[\frac{800}{3}\right] - \left[\frac{200}{3}\right]}{600} = \frac{266 - 66}{600} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{\left[\frac{800}{5}\right] - \left[\frac{200}{5}\right]}{600} = \frac{160 - 40}{600} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5}$$

پیشامد $(A \cap B)$ یعنی عددی از مجموعه که مضرب ۱۵ است:

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{800}{15}\right] - \left[\frac{200}{15}\right]}{600} = \frac{53 - 13}{600} = \frac{40}{600} = \frac{1}{15}$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{5 + 3 - 2}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی وقتی یک مجموعه‌ی ۸ عضوی داریم، برابر است با:

$$n(S) = \binom{8}{4}$$

برای به دست آوردن تعداد اعضای پیشامد خواسته شده، کافی است زیرمجموعه‌های سه عضوی را از بین ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ انتخاب کنیم و به هریک از آن‌ها عدد ۱ را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌های چهار عضوی به دست آید که شامل ۱ است و ۲ و ۳ ندارد؛ بنابراین:

$$n(A) = \binom{5}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{\frac{5!}{3! \times 2!}}{\frac{8!}{4! \times 4!}} = \frac{\frac{5 \times 4}{2}}{\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2}} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$$

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر چهار نقطه بخواهند تشکیل چهارضلعی دهند، نباید از نقاط روی پاره خط، بیش از ۲ نقطه انتخاب شود. پس:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{0}\binom{5}{4} + \binom{5}{1}\binom{5}{3} + \binom{5}{2}\binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{1 \times 5 + 5 \times 10 + 10 \times 10}{210} = \frac{31}{42}$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \quad \text{تذکر:}$$

۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $n(S) = \binom{10}{4} = 210$ تعداد اعضای فضای نمونه

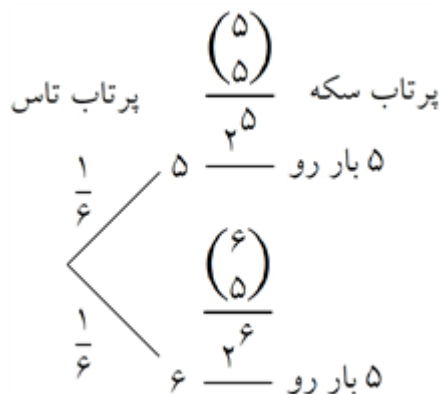
برای یافتن تعداد حالات پیشامد A به طوری که یک جفت در میان ۴ لنگه کفش باشد، ابتدا یک جفت از ۵ جفت انتخاب می‌کنیم، سپس از ۴ جفت باقی مانده دو جفت دیگر انتخاب و از هر جفت انتخابی، یک لنگه برمی‌داریم.

$$n(A) = \binom{5}{1} \binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 120 \quad \text{یعنی:}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{210} = \frac{4}{7}$$

۱۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{احتمال دقیقاً ۵ بار رو آمدن} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{64} \right) + \left(\frac{1}{64} \right) = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{64} \right) = \frac{1}{48}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول: ۱۴

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

$$A: 10 \text{ مجموع} \Rightarrow \begin{cases} 1, 3, 6 \Rightarrow 3! = 6 \\ 1, 4, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 4, 4 \Rightarrow 3 \\ 2, 2, 6 \Rightarrow 3 \\ 3, 3, 4 \Rightarrow 3 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 27$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

روش دوم: جدول

	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مجموع ۳ تاس	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱
تعداد حالات	$\binom{2}{2}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{5}{2}$	$\binom{6}{2}$	$\binom{7}{2}$	۲۵	۲۷

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

یک رقمی $\begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = 1 \end{cases}$

دو رقمی $\begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 = 20 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \{12, 24, 32, 52\} \Rightarrow \text{تعداد} = 4 \end{cases}$

سه رقمی $\begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \boxed{\text{صدگان}} \boxed{\text{دو رقم}} = 3 \times 4 = 12 \end{cases}$

$\downarrow$ انتخاب ۳ $\downarrow$ $\{12, 24, 32, 52\}$

چهار رقمی $\begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \boxed{\text{هزارگان}} \boxed{\text{صدگان}} \boxed{\text{دو رقم}} = 3 \times 2 \times 4 = 24 \end{cases}$

$\downarrow$ انتخاب ۳ $\downarrow$ انتخاب ۲ $\downarrow$ $\{12, 24, 32, 52\}$

پنج رقمی $\begin{cases} \text{تعداد کل} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \\ \text{تعداد مضرب ۴} = \boxed{\text{ده هزارگان}} \boxed{\text{هزارگان}} \boxed{\text{صدگان}} \boxed{\text{دو رقم}} = 3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24 \end{cases}$

$\downarrow$ انتخاب ۳ $\downarrow$ انتخاب ۲ $\downarrow$ انتخاب ۱ $\downarrow$ $\{12, 24, 32, 52\}$

$$P(A) = \frac{24 + 24 + 12 + 4 + 1}{120 + 120 + 60 + 20 + 5} = \frac{65}{325} = \frac{1}{5}$$

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از ۳۶ حالت ممکن برای فضای نمونه‌ای، ۶ حالت اعداد مساوی هستند که باید از فضای نمونه‌ای جدید حذف شوند، یعنی داریم:

$$n(S) = 36 - 6 = 30$$

در فضای نمونه‌ای اولیه که ۳۶ عضوی است، در نصف حالات (یعنی ۱۸ حالت) مجموع اعداد ظاهر زده زوج و در نصف حالات (یعنی ۱۸ حالت) مجموع اعداد ظاهر شده فرد هستند. چون ۶ حالت حذف شده از فضای نمونه‌ای دارای مجموع زوج هستند، پس تعداد حالاتی که مجموع اعداد ظاهر شده فرد است، تغییری نکرده و همان ۱۸ حالت باقی می‌ماند. بنابراین داریم:

$$P(\text{مطلوب}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

۱۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} n(S) = 5 \times 5 \times 4 = 100 \\ n(A) = \binom{5}{3} = 10 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

در پیشامد مطلوب، رقم صفر انتخاب نمی‌شود و به ازای هر سه رقمی که از بین ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ انتخاب می‌شود فقط یک عدد سه رقمی می‌توان ساخت که «یکان < دهگان < صدگان».

۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر دروس اختصاصی را با «E» و درون عمومی را با «O» نشان دهیم، تنها حالت مطلوب به صورت EOEOE می‌باشد. بنابراین:

$$n(A) = 3! \times 2!, n(S) = 5!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 2!}{5!} = \frac{1}{10}$$

در نتیجه:

۱۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تعداد سکه‌ها فرد است جواب $\frac{1}{4}$ می‌شود. برای محاسبه دقیق هم می‌توان نوشت:

$$P = \frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{10 + 5 + 1}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

۲۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عضوهای جامعه ۲۰۰۰ ماشین تولیدی می‌باشند. یعنی اندازه‌ی جامعه ۲۰۰۰ عدد ماشین است و ۱۵۰ ماشین تست شده، نمونه‌ها می‌باشند.

۲۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \binom{10}{6} : \text{تعداد زیرمجموعه های شش عضوی مجموعه ی ده عضوی} \\ n(A) &= \binom{7}{4} : \text{زیرمجموعه های شش عضوی شامل و و فاقد ۳۶۵} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{7}{4}}{\binom{10}{6}} = \frac{\frac{7!}{4! \times 3!}}{\frac{10!}{6! \times 4!}} = \frac{\frac{7 \times 6 \times 5}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times 2}}{\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5}}{\cancel{6}! \times 4 \times 3 \times 2}} = \frac{7 \times 5}{10 \times 3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در جدول زیر خانه‌هایی که مجموع اعداد آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد را علامت زدیم:

	۱	۱	۱	۲	۳	۴
۱				✓		
۱				✓		
۱				✓		
۲	✓	✓	✓			✓
۳					✓	
۴				✓		

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو حالت مختلف وجود دارد:

(۱) حرف یکسان s باشد: $\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{30}$

(۲) حرف یکسان a باشد: $\frac{1}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$

پس جواب برابر است با: $\frac{2}{30} + \frac{1}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. احتمال سفید بودن مهری اول $\frac{2}{6}$ و احتمال سیاه بودن آن $\frac{4}{6}$ است. اگر مهری اول سفید

باشد، دو مهری سیاه به کیسه اضافه می‌شود. در این حالت ۲ مهری سفید و ۶ مهری سیاه داریم و اگر مهری اول سیاه باشد، دو مهری سفید به کیسه اضافه می‌کنیم و در این حالت ۴ مهری سفید و ۴ مهری سیاه داریم. در نتیجه با کمک نمودار درختی داریم:

$$\begin{aligned} & \begin{array}{l} \text{مهری اول سفید} \rightarrow \frac{2}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15} \\ \text{مهری اول سیاه} \rightarrow \frac{4}{6} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{6} \end{array} \\ & \Rightarrow P = \frac{1}{3} \times \frac{6}{56} + \frac{2}{3} \times \frac{6 \times 4}{56} = \frac{9}{28} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری‌اند، متغیرهای کمی گوییم که بر دو نوع‌اند:

(۱) متغیر کمی پیوسته که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز می‌تواند اختیار کند.

(۲) متغیر کمی گسسته که پیوسته نیستند و عمدتاً تعداد را نشان می‌دهند.

با توجه به نکته بالا، مدت‌زمان و شدت جریان کمی پیوسته هستند؛ اما تعداد کلاس‌های مدرسه و تعداد فرزندان یک خانواده، گسسته هستند.

۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $n(S) = \binom{20}{4}$ برای یافتن تعداد اعضای پیشامد مطلوب ابتدا باید ۳

کشور انتخاب کرد و از یکی دو شناگر و از هر یک از دو کشور دیگر یک شناگر انتخاب کرد که این موضوع نیز در ۳ مرحله قابل اجرا است.

$$n(A) = \binom{4}{3} \binom{5}{2} \binom{5}{1} \binom{5}{1} \times 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 10 \times 5 \times 5 \times 3 \times 24}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{200}{323}$$

۲۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر بخواهیم مجموع سه عدد زوج باشد باید یا هر سه تای آنها زوج باشند یا دو تای آنها فرد و یکی زوج باشد. پس تعداد حالات مطلوب می‌شود:

(در بین اعداد $\{1, 2, \dots, 7\}$ تا عدد فرد و ۳ تا عدد زوج داریم).

$$n(A) = \binom{3}{3} + \binom{4}{2} \binom{3}{1} = 1 + 6 \times 3 = 19$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{19}{\binom{7}{3}} = \frac{19}{35}$$

۲۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حالات مطلوب به صورت زیر هستند:

$$\frac{3}{\text{فرد}} \times \frac{3}{\text{فرد}} \times \frac{3}{\text{فرد}} = 27$$

الف) هر سه پرتاب فرد باشند:

$$\binom{3}{1} \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

ب) دو پرتاب فرد و دیگری زوج باشد:

↑

جایگاه عدد زوج

$$\frac{3}{\text{زوج}} \times \frac{3}{\text{فرد}} \times \frac{3}{\text{زوج}} = 27$$

ج) دو پرتاب اول و سوم زوج و پرتاب دوم فرد باشد:

$$n(A) = 27 + 81 + 27 = 135$$

پس تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{135}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{8}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تا سفید ۸

مهره قرمز و حداقل مهره سیاه ۱۱ $\xrightarrow{\text{مهره ۴}}$ تا سیاه ۴

تا قرمز ۳

$$n(A) = \binom{3}{1} \left(\binom{4}{1} \binom{8}{2} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{4}{3} \right) = 3(4 \times 28 + 6 \times 8 + 4) = 492$$

$$n(s) = \binom{15}{4} = \frac{15!}{4! \times 11!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 11!} = 15 \times 13 \times 7$$

$$P(A) = \frac{492}{15 \times 13 \times 7} = \frac{164}{455}$$

۳۰

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \{(\epsilon, \epsilon, 5), (\epsilon, 5, \epsilon), (5, \epsilon, \epsilon)\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6^3} = \frac{3}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{72}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی «۳» متغیر کمی گسسته به کار رفته است، در حالی که گزینه‌های دیگر دارای متغیر کمی پیوسته هستند.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$p = 1 - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{91}{216}$$

(هر سه تاس عدد غیر از یک) $1 - p =$ (حداقل یک تاس عدد یک)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اطلاعات کمی قابل تفسیر نیستند، ولی اطلاعات کیفی قابل تفسیرند.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} + \frac{\binom{5}{3}\binom{3}{0}}{\binom{8}{3}} = \frac{30}{56} + \frac{10}{56} = \frac{40}{56} = \frac{5}{7}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای تمام اعداد سه رقمی بدون ارقام تکراری با استفاده از اعداد ۹ و ۸ و ۶ و ۵ و ۳ و ۲ می‌باشد که تعداد اعضای آن برابر با تعداد جایگشت ۳ عضو از ۶ عضو مجموعه‌ی $M = \{2, 3, 5, 6, 8, 9\}$ است.

$$n(S) = P(6, 3) = \frac{6!}{3!} = 120$$

در مجموعه‌ی M، سه عدد فرد و سه عدد زوج داریم. پس به $\binom{3}{2}$ طریق می‌توان دو عدد زوج و به $\binom{3}{1}$ طریق می‌توان یک عدد فرد انتخاب کرد که این سه عدد انتخاب شده، ۳! حالت در کنار هم جایگشت دارند. پس:

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} \times 3! = 3 \times 3 \times 3! = 54$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{54}{120} = \frac{9}{20} = 0.45$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\binom{2}{1}\binom{2}{1}}{\binom{4}{2}} + \frac{\binom{1}{1}\binom{3}{1}}{\binom{4}{2}} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{6} + \frac{3}{6} \right] = \frac{7}{12}$$

انتخاب جعبه A جعبه B جعبه

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر A و B دو پیشامد باشند، آن‌گاه:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B), P(A - B) = P(A) - P(A \cap B), P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

از رابطه‌ی $P(B - A) = \frac{2}{3}P(A \cap B)$ مقدار $P(B)$ را برحسب $P(A \cap B)$ به دست می‌آوریم.

$$\frac{2}{3}(P(B) - P(A \cap B)) = \frac{2}{3}P(A \cap B)$$

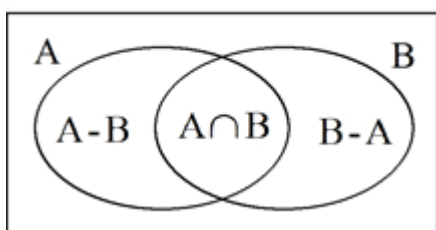
$$\Rightarrow \frac{2}{3}P(B) = \frac{5}{3}P(A \cap B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{2}P(A \cap B)$$

$$\frac{P(A - B)}{P(A \cup B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{\frac{2}{3}P(A \cap B) - P(A \cap B)}{\frac{2}{3}P(A \cap B) + \frac{5}{2}P(A \cap B) - P(A \cap B)} =$$

$$\frac{\frac{2}{3}P(A \cap B)}{\frac{9}{2}P(A \cap B)} = \frac{4}{9}$$

روش دوم:

S



$$P(A \cap B) = x$$

$$P(B - A) = \frac{2}{3}x$$

$$P(A) = \frac{2}{3}x \Rightarrow P(A - B) = \frac{2}{3}x$$

$$\Rightarrow \frac{P(A-B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{2}{3}x + x + \frac{2}{3}x} = \frac{4}{9}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس به صورت $S = \{(x, y) \mid x, y \in \{1, 2, \dots, 6\}\}$ است. مجموعه‌ی S دارای ۳۶ عضو است.

$$A = \{(x, y) \in S \mid x, y \in \{2, 3, 5\}\} \Rightarrow n(A) = 3 \times 3 = 9$$

$$B = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{n(A)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. علی و رضا را یک نفر در نظر می‌گیریم:

$$P(A) = \frac{1! \times 4!}{5!} = \frac{1}{5}$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

