



نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

نام درس :

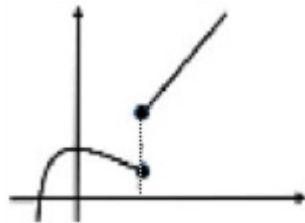
نام دبیر :

نام آموزشگاه :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی سال دهم
ریاضی (فصل ۵ تا ۸)

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

۱ کدام یک از نمایش‌های زیر بیانگر یک تابع نیست؟

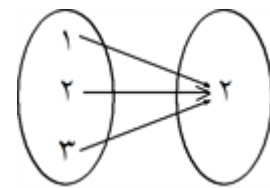


۲

۱ $\{(2, 1), (3, 5), (-1, 1)\}$

x	۱	۲	۳
y	۱	۲	۳

۴



۳

۲ اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، $f(5) = 25$ و $f(6) = 36$ و $a \neq 1$ مقدار $\frac{c-b}{a-1}$ کدام است؟

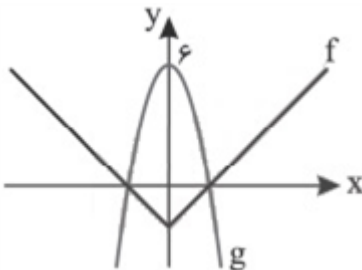
۴۱ ۴

۵۱ ۳

۱۱ ۲

۶۱ ۱

۳ نمودار تابع قدرمطلق $f(x) = |x| - 2$ و سهمی $g(x) = ax^2 + bx + c$ در شکل مقابل رسم شده است. حاصل $4a + b - c$ کدام است؟



-۱۴ ۴

-۱۰ ۳

-۱۸ ۲

-۱۲ ۱

۴ در تابع خطی f داریم: $f(2x-1) + f(-x) = 4x-2$ و g تابعی همانی و h تابعی ثابت است، اگر $f(2) + g(3) = h(1000)$ باشد، حاصل $f(x) + g(x) + h(x)$ کدام است؟

$5x-2$ ۴

$-3x-3$ ۳

$3x+7$ ۲

$5x+13$ ۱

۵ به ازای چند مقدار x رابطه $f = \{(x, x^2 - x^2), (x, -2), (-1, 4), (2, 8)\}$ یک تابع است؟

سه ۴

دو ۳

یک ۲

صفر ۱

۶ حداقل چند عضو از مجموعه $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{30}{1+|y|}\}$ حذف شود تا f، یک تابع باشد؟

۴ ۴

۵ ۳

۶ ۲

۷ ۱

۷) نمودار توابع $y = x^2 - 2|x|$ و $y = -|x|$ در نقاط A، B و C همدیگر را قطع می‌کنند. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) ۱

۸) اشتراک دامنه و بُرد تابع $f = \{(1, 2), (-3, 5), (2, -1), (3, -10)\}$ کدام است؟

- ۱) $\{3, -3\}$ ۲) $\{2\}$ ۳) $\{1, -1\}$ ۴) $\emptyset$

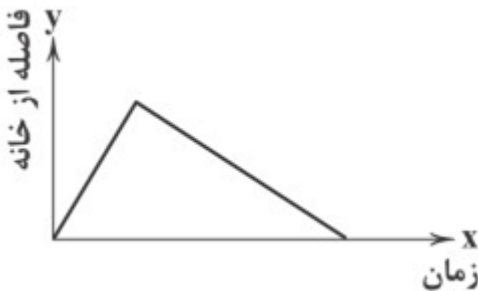
۹) کدام شکل نشان‌دهنده یک تابع خطی است؟



۱۰) مساحت مثلث حاصل از تلاقی $y = 6$ و تابع $g(x) = |x|$ کدام است؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۴۸ ۴) ۷۲

۱۱) نمودار زیر به کدام عبارت توصیفی مربوط است؟



- ۱) علی با سرعت از خانه به سمت پارک نزدیک منزل رفت و بدون توقف با سرعت کمتری به سمت خانه برگشت.
 ۲) علی از تپه‌ی مقابل خانه بالا رفته و از سمت دیگر به پایین سرازیر شد.
 ۳) علی در حال دویدن از خانه به سمت مدرسه حرکت کرد. هنگام دویدن با دوست خود برخورد کرد و به آهستگی به مسیر خود ادامه داد.
 ۴) علی برای خرید از منزل خارج شد و با سرعت زیاد به بازارچه نزدیک منزل رفت.

۱۲) زوج مرتب $(n^2 + 4n, 2 - n)$ روی نیمساز ناحیه‌ی اول قرار دارد، معکوس کوچک‌ترین مقدار n کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) ۳ ۴) -۲

۱۳) رابطه $f = \{(m + 3n, 2t^2), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. اگر m و n عضوی از اعداد طبیعی باشند، مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟

- ۱) ۲۳ ۲) ۲۱ ۳) ۵ ۴) ۳

۱۴ اگر داشته باشیم $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & x \geq -3 \\ 2x + 1 & x < -3 \end{cases}$ ، حاصل $f\left(-\frac{5}{2}\right) - f\left(-\frac{7}{2}\right)$ کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ -۳ ۳ ۹ ۴ -۹

۱۵ اگر دو زوج مرتب $(0, a + 2b)$ ، $(10, 5a - 4b - 4)$ روی نیمساز ربع اول و سوم باشند، مقدار $a \times b$ کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ -۲ ۳ -۴ ۴ -۴

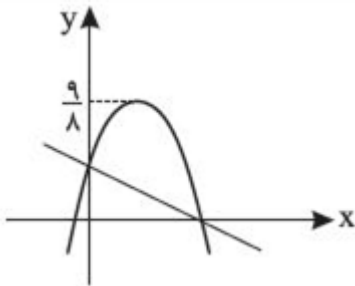
۱۶ اگر $f: A \rightarrow B$ طوری باشد که $f(x) = x^2 - x$ با فرض $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq |x| < 5\}$ ، تعداد اعضای برد f کدام است؟

- ۱ ۸ ۲ ۶ ۳ ۴ ۴ ۵

۱۷ اگر $f(x) = (2 - x)|x| + \frac{2}{x}$ باشد، مقدار $f(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟ (||، علامت قدرمطلق است.)

- ۱ $-(1 + 2\sqrt{2})$ ۲ $2 + 2\sqrt{2}$ ۳ $-1 - \sqrt{2}$ ۴ $\sqrt{2} - 2$

۱۸ نمودار سهمی $y = f(x)$ در شکل زیر آورده شده است. اگر خط $2y + x = 2$ در شکل زیر رسم شده باشد، $f(5)$ چه عددی است؟



- ۱ -۱۲ ۲ -۹ ۳ -۶ ۴ -۸

۱۹ نمودار $f(x) = x^2 + 5x + 1$ را ۵ واحد به طرف راست و ۴ واحد به طرف بالا منتقل می‌کنیم. تابع جدید در بازه (a, b) پایین نیمساز ربع اول قرار دارد. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

۲۰ برد تابع $f = \{(-1, a), (0, b - a), (1, 2 - b)\}$ ، تک‌عضوی است. مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{9}$ ۲ ۴ ۳ $\frac{4}{3}$ ۴ $\frac{20}{9}$

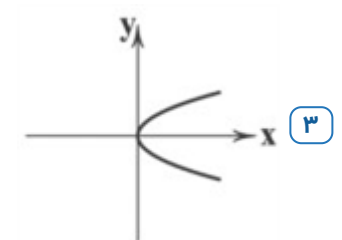
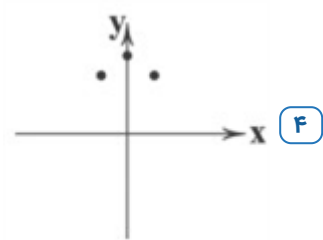
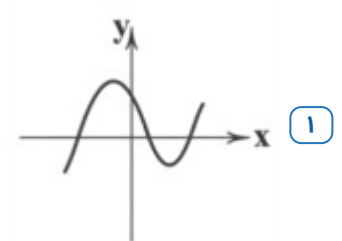
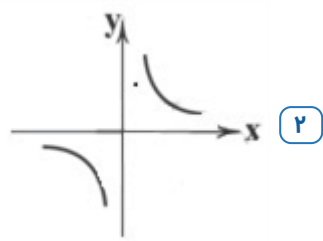
۲۱ اگر دامنه‌ی تابع $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$ به صورت $-2 \leq x \leq 4$ باشد، حاصل جمع بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟

- ۱ $\frac{9}{2}$ ۲ $-\frac{9}{2}$ ۳ $\frac{7}{2}$ ۴ $-\frac{7}{2}$

۲۲ تابع f یک تابع قطعه‌ای به صورت $f(x) = \begin{cases} -3x + 5, & x \geq 3 \\ 2, & -3 \leq x < 3 \\ -\frac{1}{2}x + 2, & x \leq -4 \end{cases}$ است. حاصل $\sqrt{\frac{-2f(0) - f(4)}{f(-4)}}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{2}$ ۲ $\frac{4}{3}$ ۳ $\frac{3}{4}$ ۴ ۱

۲۳ کدام نمودار زیر معرف تابع نیست؟



۲۴ اگر f یک تابع ثابت با دامنه‌ی دو عضوی باشد، مقدار $m + t$ کدام نمی‌تواند باشد؟

$$f = \{(-1, n^2 - 4n), (2m - 3, 5), (m + n, t)\}$$

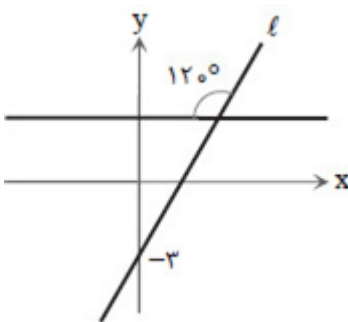
۷ (۴)

۸ (۳)

-۱ (۲)

۱۳ (۱)

۲۵ با توجه به شکل مقابل، معادله‌ی خط L کدام است؟



$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$ (۴)

$y = -\sqrt{3}x - 3$ (۳)

$y = \sqrt{3}x - 3$ (۲)

$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ (۱)

۲۶ اگر $f(x) = 4 - 2^x$ باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{xf^{-1}(x)}$ ، کدام است؟

$[0, 4)$ (۴)

$[0, 3]$ (۳)

$[3, 4)$ (۲)

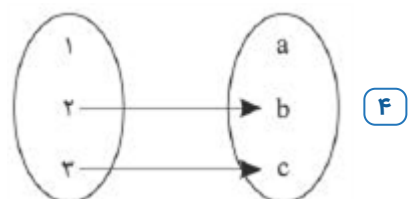
$[2, 3]$ (۱)

۲۷ کدام رابطه تابع می‌باشد؟

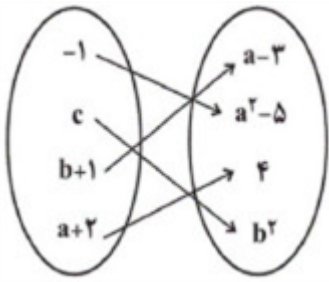
(۱) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

(۲) $2x - 1 = 0$

(۳) $R = \{(2, 2), (3, 1), (2, -\sqrt{4}), (1, 1)\}$



۲۸ اگر نمودار پیکانی زیر مربوط به یک تابع همانی باشد، در این صورت حاصل $a^x + b^x + c^x$ کدام است؟



۳۰ (۴)

۱۲ (۳)

۲۴ (۲)

۱۶ (۱)

۲۹ اگر تابع $f = \{(1, a^x + 3), (2, 4), (3, a + b), (-a, 4)\}$ تابع ثابت با سه عضو باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

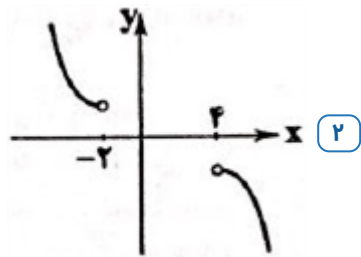
-۶ (۴)

-۵ (۳)

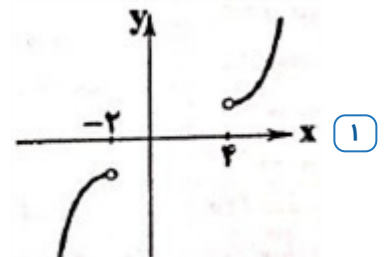
-۳ (۲)

-۲ (۱)

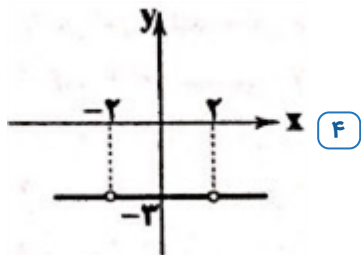
۳۰ نمودار تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 12}{4 - x^2}$ کدام است؟



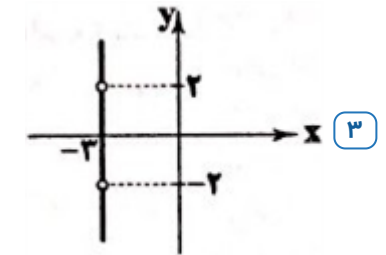
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۳۱ چند تا از روابط زیر تابع هستند؟

الف- رابطه‌ای که به هر فرد گروه خونی وی را نسبت می‌دهد.

ب- رابطه‌ای که به هر فرد، نام کوچک عموییش را نسبت می‌دهد.

ج- رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۲ برد تابع چند ضابطه‌ای زیر کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x - 3 & ; x < 0 \\ \frac{1}{x} & ; 0 < x < 4 \\ 4 & ; x \geq 4 \end{cases}$$

$(-3 + \infty)$ (۲)

$(-\infty, -3) \cup (0, 4)$ (۱)

$(-\infty, 2) \cup \{4\}$ (۴)

$(-\infty, 4]$ (۳)

۳۳ اگر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت پایین منتقل کنیم، ضابطهٔ تابع حاصل کدام خواهد بود؟

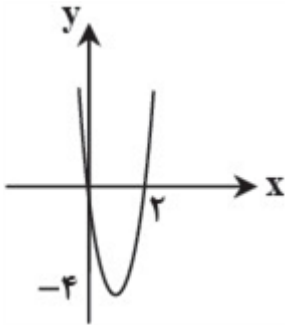
۲ $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & x \geq 3 \\ 3x - 12 & x < 3 \end{cases}$

۱ $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 6 & x \geq 1 \\ 3x - 7 & x < 1 \end{cases}$

۴ $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & x \geq 1 \\ 3x & x < 1 \end{cases}$

۳ $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & x \geq 3 \\ 3x & x < 3 \end{cases}$

۳۴ شکل روبه‌رو نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. مقدار $f(3)$ کدام است؟



۶ ۴

۳ ۳

۱۰ ۲

۱۲ ۱

۳۵ اگر $f = \{(x, y) | x, y \in A, |x| + |y| = 1\}$ باشد، به‌ازای کدام مجموعه‌ی A ، f یک تابع است؟

۴ $A = [-1, +\infty)$

۳ $A = [0, 1]$

۲ $A = [-1, 1]$

۱ $A = Z$

۳۶ اگر نقاط $A(a, 2)$ و $B(b, 2)$ روی نمودار تابع $y = x^2 + 1$ قرار داشته باشند، فاصله‌ی این دو نقطه از هم چقدر است؟

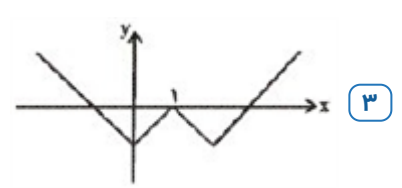
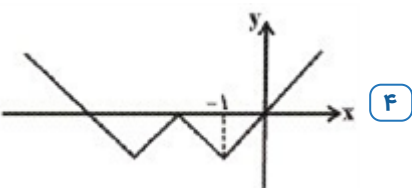
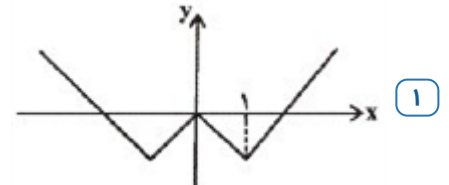
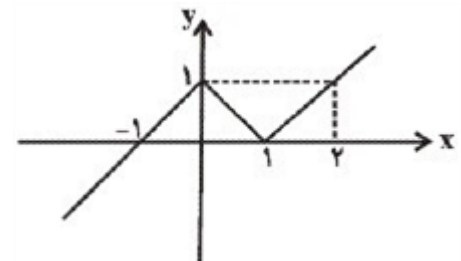
۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۳۷ نمودار تابع f به صورت زیر می‌باشد. نمودار تابع $g(x) = |f(-x + 2)| - 1$ کدام است؟



۳۸ اگر برد تابع $g(x)$ ، اعداد حقیقی کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد، برد تابع $f(x) = \frac{g(x)}{g(x)-2}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ صفر

۳ ۱

۲ ۳

۱ ۲

۳۹ با فرض $g(x) = -x^2 + x$ ، حاصل عبارت $g(2x) - g(-2x)$ برابر است با:

۴ $-4x$

۳ $-4x^2$

۲ $4x^2$

۱ $4x$

۴۰ با فرض $(a-b, a^2-b^2) = (2, 16)$ ، مقدار $a.b$ کدام است؟

۴ ۲۱

۳ ۱۸

۲ ۱۵

۱ ۱۲

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه ۲ اگر یک خط قائم رسم کنیم، نمودار تابع را در دو نقطه قطع می‌کند.

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 + (a-1)(x-5)(x-6) = ax^2 - 11(a-1)x + 30(a-1)$$

$$\Rightarrow \frac{c-b}{a-1} = \frac{30(a-1) + 11(a-1)}{a-1} = 41$$

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |x| - 2 \xrightarrow{f(x)=0} |x| - 2 = 0 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2$$

پس سهمی g ، محور y ها را در نقاط ± 2 قطع می‌کند، داریم:

$$g(x) = a(x-2)(x+2) = a(x^2 - 4)$$

رأس سهمی نقطه‌ی $S(0, 6)$ است، پس:

$$g(0) = 6 \Rightarrow -4a = 6 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow g(x) = -\frac{3}{2}(x^2 - 4) \Rightarrow g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6$$

$$\Rightarrow b = 0, c = 6$$

$$4a + b - c = 4\left(-\frac{3}{2}\right) + 0 - 6 - 6 = -12$$

۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $f(x) = ax + b$ داریم:

$$f(2x-1) + f(-x) = 4x-2 \Rightarrow a(2x-1) + b - ax + b = 4x-2 \Rightarrow ax + (2b-a)$$

$$= 4x-2 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 4x + 1$$

$$f(2) + g(2) = h(1000) \Rightarrow 9 + 2 = k \Rightarrow k = 11$$

$$f(x) + g(x) + h(x) = 4x + 1 + x + 11 = 5x + 12$$

بنابراین:

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - x = -2 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - 2x + 2) = 0 \Rightarrow x = -1$$

اما به ازای $x = -1$ رابطه به صورت $f = \{(-1, -2), (-1, 4), (2, 8)\}$ تبدیل می‌شود که تابع نیست.

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + |y| \in \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$|y| \in \{0, 1, 2, 4, 5, 9, 14, 29\} \Rightarrow y \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 9, \pm 14, \pm 29\}$$

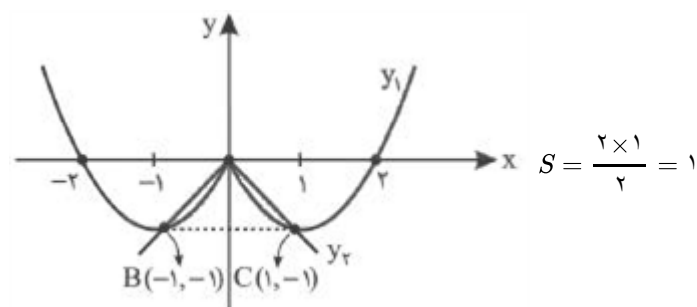
پس ۷ عضو باید حذف شود تا به ازای هر x فقط یک y وجود داشته باشد.

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y_1 = x^2 - 2|x| = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ x^2 + 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$y_2 = -|x|$$

نمودار دو تابع را دقیق رسم می‌کنیم:



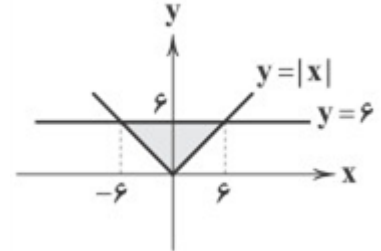
۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f = \{(1, 2), (-3, 5), (2, -1), (3, -10)\}$$

$$\left. \begin{aligned} D &= \{1, -3, 2, 3\} \\ R &= \{2, 5, -1, -10\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow D \cap R = \{2\}$$

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گزینه ۲ داریم: $f(x) = 3x - 2$ ، بقیه گزینه‌ها تابع خطی نیستند.

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{12 \times 6}{2} = 36$$

۱۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق نمودار، فاصله از خانه تابعی از زمان شروع حرکت از خانه می‌باشد. در قسمت اول نمودار که خطی با شیب مثبت را نمایش می‌دهد، متحرک با گذشت زمان در حال دور شدن از خانه است (فاصله از خانه زیاد می‌شود). در قسمت دوم نمودار که خطی با شیب منفی را نمایش می‌دهد، متحرک در حال نزدیک شدن به خانه است (فاصله از خانه کم می‌شود) و در نهایت به خانه می‌رسد. بر این اساس، داستان گزینه ۱ می‌تواند مربوط به این نمودار باشد.

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر زوج مرتب روی نیمساز ناحیه‌ی اول، دارای مؤلفه‌های اول و دوم مساوی می‌باشد.

$$3n^2 + 4n = 2 - n \Rightarrow 3n^2 + 5n - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 5^2 - 4(3)(-2) = 25 + 24 = 49$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(3)} = \frac{-5 \pm 7}{6} \Rightarrow n = \frac{1}{3}, n = -2$$

کوچک‌ترین مقدار به دست آمده برای n برابر با -2 است که معکوس آن $-\frac{1}{2}$ می‌باشد.

۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f = \{(m + 3n, 2t^2), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$$

چون تابع f ثابت است پس:

$$n^2 + 2n = 8 \Rightarrow n^2 + 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n + 4)(n - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -4 & \text{غ ق} \\ n = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

چون n عددی طبیعی است، پس فقط $n = 2$ قابل قبول است.

$$2t^2 = 8 \Rightarrow f = \{(m + 6, 8), (-2, 8), (1 - 3m, 8)\}$$

دو تا از زوج مرتب‌های بالا با هم برابرند.

$$m + 6 = 1 - 3m \Rightarrow m = -\frac{5}{4} \text{ (طبیعی باید باشد) غ ق}$$

$$m + 6 = -2 \Rightarrow m = -8 \text{ (طبیعی باید باشد) غ ق}$$

$$1 - 3m = -2 \Rightarrow 3 = 3m \Rightarrow m = 1 \text{ ق ق} \Rightarrow f = \{(7, 8), (-2, 8)\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع اعضای دامنه} = 7 - 2 = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x = -\frac{5}{4}$ در دامنه‌ی $x \geq -3$ قرار دارد، بنابراین:

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$x = -\frac{7}{4}$ در دامنه‌ی $x < -3$ قرار دارد، بنابراین:

$$f\left(-\frac{7}{4}\right) = 2\left(-\frac{7}{4}\right) + 1 = -\frac{7}{2} + 1 = -\frac{5}{2}$$

اکنون می‌توانیم حاصل عبارت مورد نظر را به دست آوریم.

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) - f\left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تمامی نقاطی که روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارند، دارای طول و عرض برابرند. (تابع همانی $y = x$ پس مؤلفه‌های اول و دوم زوج‌مرتبه‌های داده شده با هم برابرند.

$$\begin{cases} 0 = a + 2b \\ 10 = 5a - 4b - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 0 \\ 5a - 4b = 14 \end{cases}$$

برای حل دستگاه، معادله‌ی بالا را در ۵- ضرب می‌کنیم و با جمع طرفین معادله‌ها داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -5a - 10b = 0 \\ 5a - 4b = 14 \end{cases} \quad \text{۱} \\ -14b = 14 \Rightarrow b = -1 \\ a + 2b = 0 \Rightarrow a + 2(-1) = 0 \Rightarrow a = 2 \\ a \times b = 2 \times (-1) = -2 \end{aligned}$$

در نهایت $a \times b$ برابر است با:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1 \leq |x| < 5 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} D_f = \{-1, -2, -3, -4, 1, 2, 3, 4\}$$

با فرض $f(x) = x^2 - x$ داریم:

$$\begin{aligned} f &= \{(-1, 2), (-2, 6), (-3, 12), (-4, 20), (1, 0), (2, 2), (3, 6), (4, 12)\} \\ \Rightarrow R_f &= \{2, 6, 12, 20, 0\} \Rightarrow \text{عضو دارد. ۵} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن مقدار تابع داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= (2-x)|x| + \frac{2}{x} \\ f(1-\sqrt{2}) &= (2-(1-\sqrt{2}))|1-\sqrt{2}| + \frac{2}{(1-\sqrt{2})} \\ &= (1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1) + \frac{2}{1-\sqrt{2}} \times \frac{(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})} = (2-1) + \frac{2+2\sqrt{2}}{1-2} = 1-2-2\sqrt{2} \\ &= -1-2\sqrt{2} = -(1+2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل داریم:

$$2y + x = 2 \Rightarrow A \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right|, B \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right|$$

$$y = a(x - \alpha)(x - 2) \quad y(0) = 1$$

$$\Rightarrow 2a\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2a}, a = \frac{1}{2\alpha}$$

چون ریشه‌ها را α و ۲ فرض کرده‌ایم پس:

$$f\left(\frac{\alpha+2}{2}\right) = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{1}{2\alpha} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \left(\frac{\alpha}{2} - 1\right) = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow (2 - \alpha)(\alpha - 2) = -9\alpha \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 4 + 9\alpha = 0$$

$$\alpha^2 + 5\alpha + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \alpha = -4 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)(x-2) \Rightarrow f(5) = -9$$

۱۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{تابع جدید: } g(x) = (x - 5)^2 + 5(x - 5) + 1 + 4$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 10x + 25 + 5x - 25 + 1 + 4 \Rightarrow g(x) = x^2 - 5x + 5$$

تابع $g(x)$ باید پایین نیمساز ربع اول $y = x$ باشد، بنابراین داریم:

$$g(x) < x \Rightarrow x^2 - 5x + 5 < x \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$\Rightarrow 1 < x < 5 \Rightarrow \text{Max}(b - a) = 5 - 1 = 4$$

۲۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون برد f تک‌عضوی است، داریم:

$$\text{برد تابع} = \{f(-1) = f(0) = f(1)\} \Rightarrow \boxed{a = b - a = 2 - b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = b - a \Rightarrow b = 2a \\ b - a = 2 - b \Rightarrow 2b = 2 + a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(2a) = 2 + a \Rightarrow 4a = 2 + a \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \xrightarrow{b=2a} b = \frac{4}{3}$$

$$a^2 + b^2 = \frac{4}{9} + \frac{16}{9} = \frac{20}{9}$$

و بنابراین:

۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مختصات رأس تابع را به دست می‌آوریم:

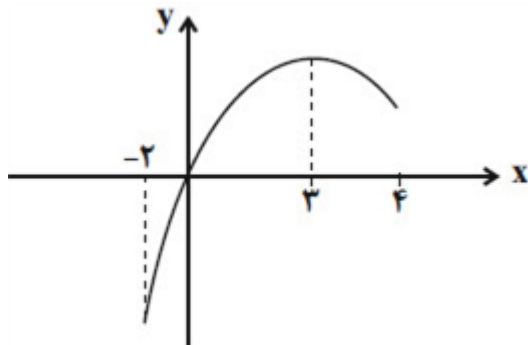
$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{-1} = 3$$

با توجه به این‌که عدد ۳ در دامنه‌ی تعریف شده‌ی صورت سؤال قرار دارد:

$$\Rightarrow y_S = -\frac{9}{2} + 9 = \frac{9}{2}$$

با توجه به این‌که $a < 0$ است، $y = \frac{9}{2}$ بیش‌ترین مقدار تابع است. کم‌ترین مقدار تابع با توجه به شکل در نقطه‌ی

$x = -2$ به دست می‌آید.



$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x \xrightarrow{x=-2} y = -\frac{1}{2}(4) - 6 = -8$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} - 8 = -\frac{7}{2}$$

۲۲

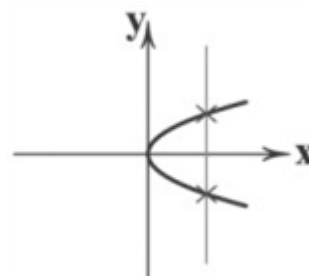
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به ضابطه‌ی تابع f داریم:

$$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(6) = -3 \times 6 + 5 = -13 \\ f(-4) = -\frac{1}{2}(-4) + 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{-2f(0) - f(6)}{f(-4)}} = \sqrt{\frac{-4 + 13}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نمودار گزینه‌ی (۳) اگر در قسمت $x > 0$ خطی موازی محور y ها رسم شود، نمودار تابع را

در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.



بنابراین این نمودار معرف تابع نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون f یک تابع ثابت است در نتیجه برد تابع، تنها شامل یک عضو است و آن ۵ است.

$$t = 5$$

$$n^2 - 4n = 5 \Rightarrow n^2 - 4n - 5 = 0 \Rightarrow (n - 5)(n + 1) = 0$$

$$\begin{cases} n - 5 = 0 \Rightarrow n = 5 \\ n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$$

حال به ازای $n = 5$ و $n = -1$ شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم، دقت کنید دامنه‌ی تابع، تنها شامل دو عضو است، در

$$n = -1 \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2m - 3, 5), (m - 1, 5)\}$$

نتیجه داریم:

$$\begin{cases} 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ m - 1 = -1 \Rightarrow m = 0 \\ 2m - 3 = m - 1 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

$$n = 5 \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2m - 3, 5), (m + 5, 5)\}$$

$$\begin{cases} 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ m + 5 = -1 \Rightarrow m = -6 \\ 2m - 3 = m + 5 \Rightarrow m = 8 \end{cases}$$

در نتیجه مقادیر m به صورت $m \in \{1, 0, 2, 8, -6\}$ می‌باشد.

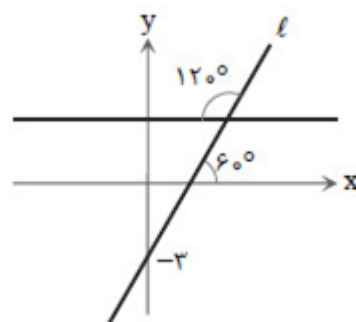
پس مقادیر $m + t$ به صورت $m + t \in \{6, 5, 7, 13, -1\}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به زاویه‌ی مشخص شده در شکل می‌توان نتیجه گرفت، زاویه‌ای که خط L با قسمت مثبت محور x می‌سازد، برابر 60° است.

پس شیب خط L برابر است با $m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ از این‌رو می‌خواهیم معادله‌ی خطی را بنویسیم که شیب آن برابر $\sqrt{3}$

است و از نقطه‌ی $(0, -3)$ می‌گذرد. معادله‌ی این خط به صورت زیر است:

$$y + 3 = \sqrt{3}(x - 0) \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 3$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید $xf^{-1}(x) \geq 0$ باشد، برای تعیین علامت $xf^{-1}(x)$ باید ریشه $f^{-1}(x) = 0$ را بیابیم. فرض

$$f^{-1}(a) = 0 \Rightarrow a = f(0) \Rightarrow a = 4 - 1 = 3$$

کنید a ریشه‌ی این معادله است. در این صورت:

ضمناً تابع $2^{2x} = 4^x$ اکیداً صعودی است؛ در نتیجه تابع f اکیداً نزولی است. در این صورت داریم:

	۰	۳	
x	-	+	+
$f^{-1}(x)$	+	+	-
$xf^{-1}(x)$	-	+	-

$$xf^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 3] \Rightarrow D_g = [0, 3]$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) $f(x) = \sqrt{x}$ یک تابع است.

(۲) $x = \frac{1}{p}$ تابع نیست، خط موازی محور عرض‌ها می‌باشد.

(۳) تابع نیست.

(۴) تابع نیست. (باید از هر عضو مجموعه دامنه، یک فلش خارج شود).

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نمودار پیکانی تابع همانی را به صورت زوج مرتب نمایش دهیم، می‌بایست مؤلفه‌های اول و دوم زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابر باشند، در این صورت داریم:

$$f = \{(-1, a^2 - 5), (c, b^2), (b + 1, a - 3), (a + 2, 4)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 = a^2 - 5 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 & (1) \\ c = b^2 & (2) \\ b + 1 = a - 3 \Rightarrow b = a - 4 & (3) \\ a + 2 = 4 \Rightarrow a = 2 & (4) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{4, 1} a = 2 \xrightarrow{3} b = 2 - 4 = -2 \xrightarrow{2} c = (-2)^2 = 4$$

پس $a = 2$ ، $b = -2$ و $c = 4$ به دست می‌آید. حال داریم:

$$a^2 + b^2 + c^2 = (2)^2 + (-2)^2 + (4)^2 = 4 + 4 + 16 = 24$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برد تابع ثابت یک عضوی است. با توجه به زوج مرتب $(2, 4)$ ، برد تابع مجموعه‌ی $\{4\}$ است.

$$a^2 + 3 = 4 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 & \text{غ ق} \\ a = -1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

چون تابع f سه عضوی است، پس $a = 1$ قابل قبول نیست.

$$a + b = 4 \xrightarrow{a=-1} b = 5 \Rightarrow a - b = -1 - 5 = -6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{3x^2 - 12}{4 - x^2} = \frac{3(x^2 - 4)}{-(x^2 - 4)} = \frac{3}{-1} = -3$$

بنابراین $f(x)$ به‌جز در نقاط به طول ۲ و -۲ که ریشه‌های مخرج‌اند، تابع ثابت $y = -3$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

الف: تابع است چون هر فرد دقیقاً یک گروه خونی دارد.

ب: تابع نیست چون ممکن است کسی عمو نداشته باشد یا بیش از یک عمو داشته باشد.

ج: تابع است چون هر عدد حقیقی دقیقاً یک ریشه سوم دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برد هر قسمت از تابع را به دست آورده و اجتماع آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$-x - 3; x < 0 \Rightarrow -x > 0 \Rightarrow -x - 3 > -3$$

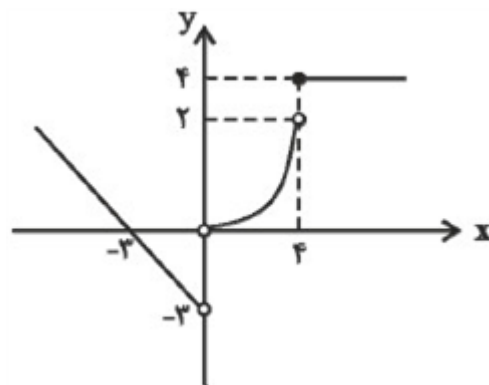
$$\Rightarrow R_1 = (-3, +\infty)$$

$$\frac{1}{\lambda} x^2; 0 < x < 4 \Rightarrow 0 < x^2 < 16 \Rightarrow 0 < \frac{1}{\lambda} x^2 < 2$$

$$\Rightarrow R_2 = (0, 2)$$

$$4; x \geq 4 \Rightarrow R_3 = \{4\}$$

$$\Rightarrow R_{\mathcal{K}} = R_1 \cup R_2 \cup R_3 = (-3, +\infty) \cup (0, 2) \cup \{4\} = (-3, +\infty)$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$x \Rightarrow x - 2$: انتقال تابع با ۲ واحد به سمت راست

$y \Rightarrow y - 5$: انتقال تابع با ۵ واحد به سمت پایین

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 - 10 - 5 & x-2 \geq 1 \\ 3(x-2) - 1 - 5 & x-2 < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & x \geq 3 \\ 3x - 12 & x < 3 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $x = \alpha$ و $x = \beta$ صف‌های یک سهمی باشند، آنگاه معادله سهمی به صورت $f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$ است.

نکته: اگر $x = \alpha$ و $x = \beta$ صف‌های یک سهمی باشند، آنگاه طول رأس این سهمی $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ است.

راه حل اول:

با توجه به نمودار، ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ عبارتند از $x = 0$ و $x = 2$ ، پس از نکات بالا نتیجه می‌گیریم:

طول رأس این سهمی برابر $x = \frac{0+2}{2}$ و ضابطه سهمی به صورت $f(x) = ax(x - 2)$ است.

اکنون با توجه به اینکه عرض رأس سهمی برابر -4 است، خواهیم داشت:

$$f(1) = -4 \Rightarrow a(-1) = -4 \Rightarrow a = 4$$

$$f(3) = 12 \quad \text{پس } f(x) = 4x(x - 2) \text{ در نتیجه:}$$

راه حل دوم:

نکته: طول رأس سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ است.

با توجه به نمودار $f(0) = f(2) = 0$ ، پس:

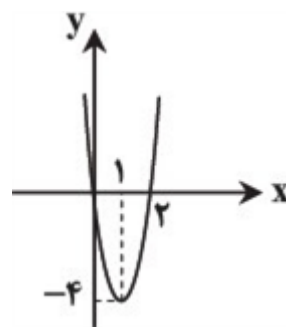
$$\begin{cases} f(0) = c = 0 \\ f(2) = 4a + 2b + c = 0 \xrightarrow{c=0} 4a + 2b = 0 \Rightarrow b = -2a \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases}$$

بنابراین طول رأس سهمی برابر $x = 1$ است. با توجه به نمودار، عرض رأس سهمی برابر -4 است، پس:

$$f(1) = -4 \Rightarrow a + b + c = -4 \xrightarrow{c=0} a + b = -4 \xrightarrow{b=-2a} a - 2a = -4$$

$$\Rightarrow a = 4 \xrightarrow{b=-2a} b = -8$$

$$\text{پس } f(x) = 4x^2 - 8x \quad \text{در نتیجه } f(3) = 36 - 24 = 12$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) تابع نیستند. $x = 0 \Rightarrow 0 + |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

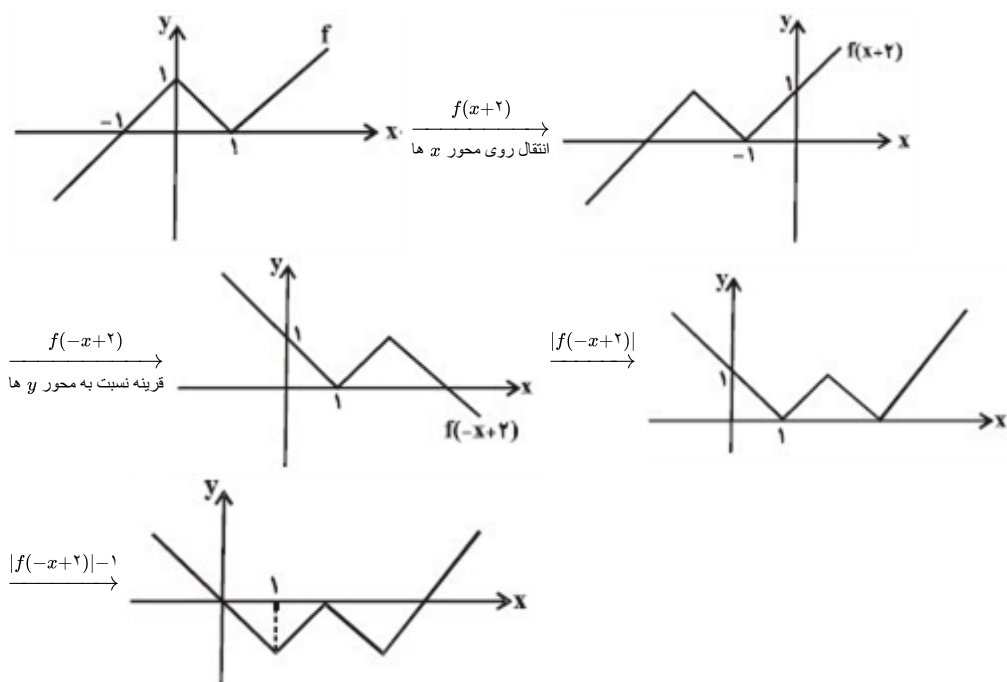
اما در گزینه‌ی (۳) داریم:

$$x, y \in [0, 1] \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x \\ 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq \underbrace{1 - x}_y \leq 1 \end{cases} \checkmark$$

$$f(a) = f(b) = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow A(1, 2), B(-1, 2) \Rightarrow \text{فاصله ی } A \text{ تا } B = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (2 - 2)^2} = 2$$



$$f(x) = \frac{2g(x)}{g(x)-2} = \frac{2(g(x)-2)+4}{g(x)-2} = 2 + \frac{4}{g(x)-2}$$

$$g(x) \leq 0 \Rightarrow g(x)-2 \leq -2$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{g(x)-2} < 0 \Rightarrow 0 \leq 2 + \frac{4}{g(x)-2} < 2 \Rightarrow 0 \leq f(x) < 2$$

برد تابع $f(x)$ ، شامل دو عدد صحیح صفر و یک است.

$$g(x) = -x^2 + x \Rightarrow \begin{cases} g(2x) = -(2x)^2 + 2x = -4x^2 + 2x \\ g(-2x) = -(-2x)^2 - 2x = -4x^2 - 2x \end{cases}$$

عبارت $g(2x) - g(-2x) = -4x^2 + 2x - (-4x^2 - 2x) = 4x$

$$(a-b, a^2-b^2) = (2, 16) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a-b=2 \\ a^2-b^2=16 \Rightarrow (a-b)(a+b)=16 \Rightarrow 2(a+b)=16 \Rightarrow a+b=8 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} a-b=2 \\ a+b=8 \end{cases} \xrightarrow{\text{از جمع طرفین}} 2a=10 \Rightarrow a=5$$

$$* 5-b=2 \Rightarrow b=3 \Rightarrow ab=5 \times 3 = 15$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

