



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی سال دهم

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

ریاضی (فصل ۴ معادله و نامعادله)

۱) مجموعه جواب‌های نامعادله $(x+1)(x^2+ax^2+b) \geq 0$ برابر R است. حاصل ab کدام نمی‌تواند باشد؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

-۳ (۲)

-۱۲ (۱)

۲) در حل معادله $3x^2 - 7x + 4 = 0$ به روش مربع کامل‌سازی به معادله $3(x-a)^2 + b = 0$ رسیده‌ایم. حاصل $a+b$ کدام است؟

$\frac{5}{7}$ (۴)

$\frac{39}{36}$ (۳)

$\frac{12}{13}$ (۲)

$\frac{14}{12}$ (۱)

۳) مجموعه جواب نامعادله $2 < \frac{3x-1}{x+2} < -1$ شامل چند عدد صحیح است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۴) اگر $x=2$ یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + (2a-1)x - 6a = 0$ باشد، ریشه بزرگتر معادله $ax^2 + (3a-1)x - 24 = 0$ چند برابر ریشه کوچکتر آن است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۵) در حل نامعادله $(x^2 - 3|x| + 2)(x|x| - 5x + 6) > 0$ جواب نامعادله شامل چند عدد صحیح در بازه $(-10, 10)$ می‌باشد؟

۱۲ (۴)

۷ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۶) شیب خط $y = ax + b$ ، $1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = \left(\frac{c}{y}x + d\right)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

$x = -\frac{7}{4}$ (۴)

$x = -\frac{3}{2}$ (۳)

$x = -3$ (۲)

$x = -2$ (۱)

۷) می‌خواهیم دورتادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به طوری‌که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصور شده، $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

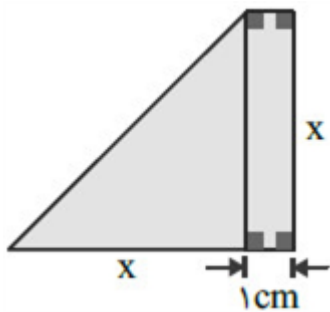
۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۸ اگر مساحت شکل مقابل، ۱۲۰۰ سانتی متر مربع باشد، x چند سانتی متر است؟



۶۰ (۴)

۴۸ (۳)

۵۶ (۲)

۳۲ (۱)

۹ معادله‌ی سهمی به رأس $(-1, 3)$ که فاصله‌ی دو نقطه‌ی تلاقی آن با محور x ها از هم، ۶ واحد باشد، کدام است؟

$-\frac{2}{9}(x^2 + 2x - 8)$ (۲)

$-\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8)$ (۱)

$-\frac{1}{3}(x^2 - 2x + 8)$ (۴)

$\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 8)$ (۳)

۱۰ معادله $0 = x^2 - 6x + k$ به ازای مقدار مشخصی از k ریشه‌ی مضاعف دارد. مقدار این ریشه‌ی مضاعف چند است؟

$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{9}{7}$ (۳)

$\frac{7}{3}$ (۲)

$\frac{7}{9}$ (۱)

۱۱ در عبارت $11 = |3y + 1| + |5 - 2x|$ حدود x کدام است؟

$[-3/5, -8/5]$ (۴)

$[-3, 9]$ (۳)

$[-3, 8]$ (۲)

$[-4, 8]$ (۱)

۱۲ سهمی $y = -x^2 + mx + m$ فقط از دو ناحیه مختصات می‌گذرد و برخوردی با محور x ها ندارد، حدود m کدام است؟

$(4, +\infty)$ (۴)

$(-4, 4)$ (۳)

$(-4, 0)$ (۲)

$(0, 4)$ (۱)

۱۳ اگر $x = 2$ جواب معادله‌ی $x - \frac{x(x+1)}{2} = kx + 7$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

-2 (۴)

-7 (۳)

7 (۲)

-3 (۱)

۱۴ جواب کوچک‌تر معادله‌ی $0 = (\sqrt{2} + 1)x - \sqrt{2}x^2 + 1$ کدام است؟

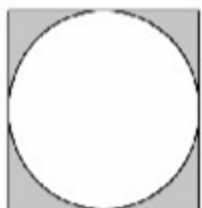
$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

1 (۲)

-1 (۱)

۱۵ مساحت قسمت سایه‌خورده، در شکل زیر برابر ۲۵ واحد مربع است. طول ضلع مربع چقدر است؟



$\frac{5}{4 - \pi}$ (۴)

$\frac{10}{4 - \pi}$ (۳)

$\frac{5}{\sqrt{4 - \pi}}$ (۲)

$\frac{10}{\sqrt{4 - \pi}}$ (۱)

۱۶ مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آنگاه حاصل ضرب پول‌های باقیمانده آن‌ها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه‌ی اکرم، کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) ۸۵ ۴) ۹۱

۱۷ جواب نامعادله‌ی $\frac{x-1}{\sqrt{x}} < 0$ کدام گزینه است؟

- ۱) $(-7, -1)$ ۲) $(1, 7)$
۳) $(-\infty, -7) \cup (-1, +\infty)$ ۴) $(-\infty, 1) \cup (7, +\infty)$

۱۸ اگر معادله‌ی $3x^2 + 5x = 3$ را به صورت $(x+a)^2 = b$ بنویسیم، حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۱) $\frac{65}{16}$ ۲) $\frac{69}{16}$ ۳) $\frac{35}{8}$ ۴) $\frac{33}{8}$

۱۹ شکل جواب نامعادله‌ی $4 < |x-1| < 2$ روی محور کدام است؟

- ۱) یک خط ۲) دو پاره‌خط ۳) دو نیم‌خط ۴) تهی

۲۰ به‌ازای چند مقدار صحیح m ، نمودار سهمی $y = (m-1)x^2 - x + (3-m)$ از ناحیه‌ی سوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۱ اگر رأس سهمی $y = 3x^2 + ax + b$ نقطه‌ی $S(1, -4)$ باشد، $a-b$ برابر با کدام گزینه است؟

- ۱) ۷ ۲) ۵ ۳) -۷ ۴) -۵

۲۲ اگر معادله‌ی $-2x^2 + kx - 8 = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد، کوچک‌ترین مقدار طبیعی برای k کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۲۳ نمودار تابع $f(x) = mx^2 + 4(m+2)x + 3$ همواره بالای خط $y = 1$ قرار دارد. حدود m کدام است؟

- ۱) $m > 4$ ۲) $0 < m < 4$ ۳) $m > 0$ ۴) هیچ مقدار m

۲۴ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 2x + 8}{x^2 - |x| - 6} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

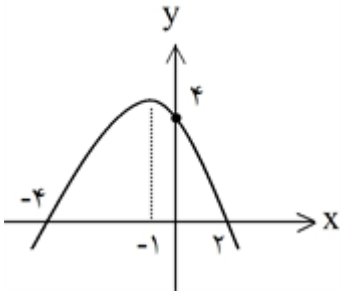
۲۵ سهمی $y = -mx^2 + 3x - n$ محور x ها را در نقاط به طول ۱ و ۵ قطع می‌کند. این سهمی محور عرض‌ها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- ۱) $\frac{5}{2}$ ۲) $-\frac{7}{2}$ ۳) $\frac{7}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$

۲۶ اگر یکی از جواب‌های معادله‌ی $(m^2+1)x^2 - x - (m-1) = 0$ برابر ۲- باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) ۱

۲۷ معادله سهمی شکل مقابل کدام است؟



$y = \frac{1}{4}(x+4)(2-x)$ (۲)

$y = \frac{1}{4}(x+4)(x-2)$ (۱)

$y = -\frac{1}{4}(2+x)(x-4)$ (۴)

$y = \frac{1}{4}(2+x)(x-4)$ (۳)

۲۸ چند عدد طبیعی در نامعادله $\frac{1}{2x-1} + \frac{2}{x-1} > \frac{1}{3}$ صدق می‌کند؟

(۴) ۹

(۳) ۷

(۲) ۸

(۱) ۶

۲۹ جدول تعیین علامت عبارت $A = (a-3)x + 3b - 2$ به صورت زیر است. حاصل $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

($a \in \mathbb{N}$)

X	۴
A	+ -

$\frac{16}{3}$ (۴)

$\frac{14}{3}$ (۳)

$\frac{13}{3}$ (۲)

$\frac{11}{3}$ (۱)

۳۰ اگر رأس سهمی $y = -\sqrt{3}x^2 + 4x - \sqrt{3}$ و دو نقطه A و B محل تلاقی این سهمی با محور طول‌ها باشد، مساحت مثلث ASB کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۱ به ازای کدام مقدار m ، سهمی $y = mx^2 - \sqrt{3}x + m + 1$ همواره زیر محور x ها قرار دارد؟

$m < 0$ (۴)

$-\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{3}{2} < m < 0$ (۲)

$m < -\frac{3}{2}$ (۱)

۳۲ اگر تمام جواب‌های نامعادله $|4x^2 - 3x| < |2x^2 + x|$ به صورت $a < x < b$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{5}{6}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

۳۳ اگر $-3 < x < 5$ باشد، کمترین مقدار a که در نامساوی $\left| \frac{1}{x+5} \right| < a$ صدق کند، کدام است؟

$\frac{1}{10}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۳۴ اگر به ازای هر عدد حقیقی x نامعادله $\frac{-x^2 - mx + m}{x^2 - 4x + 5} < 0$ برقرار باشد، حدود m کدام است؟

$-4 < m < 2$ (۴)

$-2 < m < 2$ (۳)

$0 < m < 4$ (۲)

$-4 < m < 0$ (۱)

۳۵ اگر $m + 1$ و $m - 1$ و m سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه کدام معادله‌ی زیر ریشه‌ی مضاعف دارد؟

$x^2 + 3mx + 6m = 0$ (۱) $x^2 + 6mx - 3m = 0$ (۲)

$x^2 - 3mx + 6m = 0$ (۳) $x^2 - 6mx + 3m = 0$ (۴)

۳۶ چند عدد صحیح در نامعادله‌ی $x^2 \leq x + 8$ صدق می‌کند؟

۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۳۷ نامعادله‌ی $\frac{6 - x^2}{x} > 1$ در بازه‌ی $(-\infty, \alpha)$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار α کدام است؟

۲ (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

۳۸ نمودار تابع $y = |x^2 - x|$ در بازه‌ی (a, b) زیر خط $y = 2$ قرار دارد. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۹ اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $x - 1 < 2 - 2x < x - 1$ به‌صورت بازه‌ی (a, b) نوشته شود، کدام گزینه در این بازه قرار دارد؟

$\frac{4}{3}$ (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۴۰ مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{(2 + \sqrt{x-1})(|x-2|-3)}{|x^3 - 4x^2 + x - 4|} \leq 0$ به صورت $[a, b] - \{c\}$ است. $a + b + c$ کدام است؟

۹ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حالت‌های زیر مجموعه جواب‌های نامعادله R است:

الف) $x^2 + ax + b$ مکعب $x + 1$ باشد که امکان‌پذیر نیست.ب) $x^2 + ax + b$ حاصل‌ضرب $(x + 1)(x - x_0)$ باشد.

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x + 1) \left(x^2 - x_0 x + x_0^2 \right) = x^2 + (1 - x_0)x + \left(x_0^2 - x_0 \right)x + x_0^2$$

با متحد قرار دادن دو عبارت داریم:

$$x_0^2 - x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \text{ یا } x_0 = 1 \xrightarrow{x=0} a = 1, b = 0 \Rightarrow ab = 0 \xrightarrow{x=1} a = -2, b = 4 \Rightarrow ab = -8$$

پ) $x^2 + ax + b$ به صورت حاصل‌ضرب $x + 1$ در یک عبارت درجه دوم باشد که Δ عبارت درجه دوم منفی

$$\xrightarrow{b=1-a} x^2 + ax + b = (x + 1)(x^2 + (a - 1)x + 1 - a)$$

باشد: دقت کنید که $x = -1$ ریشه $x^2 + ax + b$ است، پس $-1 + a + b = 0$ است.

$$\Rightarrow \Delta = (a - 1)^2 - 4(1 - a) = (a - 1)(a + 3) < 0 \Rightarrow -3 < a < 1$$

حاصل‌ضرب a و b در این شرایط $a(1 - a)$ است:

$$ab = a(1 - a) = a - a^2 = \frac{1}{4} - \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 \xrightarrow{-3 < a < 1} -8 < a - a^2 \leq \frac{1}{4}$$

در نهایت حدود ab بازه $\left[-8, \frac{1}{4} \right]$ خواهد شد.

۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow 3 \left(x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{4}{3} \right) = 0 \Rightarrow 3 \left(\left(x - \frac{7}{6} \right)^2 - \frac{49}{36} + \frac{4}{3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 3 \left(\left(x - \frac{7}{6} \right)^2 - \frac{1}{36} \right) = 0 \Rightarrow 3 \left(x - \frac{7}{6} \right)^2 - \frac{1}{12} = 0 \Rightarrow a = \frac{7}{6}, b = -\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{7}{6} - \frac{1}{12} = \frac{13}{12} = \frac{29}{24}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{x+2} > -1 \Rightarrow \frac{4x+1}{x+2} > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > -\frac{1}{4} \\ \frac{3x-1}{x+2} < 2 \Rightarrow \frac{x-5}{x+2} < 0 \Rightarrow -2 < x < 5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} -\frac{1}{4} < x < 5 \Rightarrow x \cap Z \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 2$ باید در معادله صدق کند:

$$a(2)^2 + (2a - 1)(2) - 6a = 0 \Rightarrow 4a + 4a - 2 - 6a = 0 \Rightarrow 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\frac{\text{ریشه بزرگتر}}{\text{ریشه کوچکتر}} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵

$$x \geq 0 : (x^2 - 3x + 2)(x^2 - 5x + 6) > 0 \Rightarrow (x-1)(x-2)(x-2)(x-3) > 0$$

$$(x-1)(x-2)^2(x-3) > 0 \Rightarrow [0, 1) \cup (3, +\infty)$$

$$x \leq 0 : (x^2 + 3x + 2)(-x^2 - 5x + 6) > 0$$

$$(x+1)(x+2)(x+6)(1-x) > 0$$

$$(-6, -2) \cup (-1, 0]$$

$$x \in (-10, 10) \Rightarrow \{-5, -4, -3, 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به اطلاعات همه پارامترها را بر حسب a می‌نویسیم: ۶

$$a = -1/5c \Rightarrow a = -\frac{3}{5}c \Rightarrow c = -\frac{5}{3}a \xrightarrow[y=0]{x=-2} 0 = -2a + b \Rightarrow b = 2a$$

$$\xrightarrow[y=0]{x=-2} 0 = -2c + d \Rightarrow d = 2c \Rightarrow d = -\frac{10}{3}a$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(-\frac{1}{3}ax - \frac{10}{3}a\right)^2 - (ax + 2a)^2$$

در سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ محور تقارن خط $x = -\frac{b'}{2a'}$ است پس در ضابطه $f(x)$ کافی است ضرایب a' و b' را به

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a'}{9}x^2 - a'x^2 + \frac{10}{9}a'x - 4a'x + c' \quad \text{دست آوریم:}$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\frac{a'}{9} - a'\right)x^2 + \left(\frac{10}{9}a' - 4a'\right)x + c'$$

$$\text{محور تقارن } x = \frac{-\left(\frac{10}{9} - 4\right)a'}{2\left(\frac{1}{9} - 1\right)a'} = \frac{\frac{28}{9}}{2 \times \frac{-8}{9}} = -\frac{28}{16} = -\frac{7}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه طول ۲ برابر عرض است پس طول را $2x$ و عرض را x فرض می‌کنیم. چون ۷

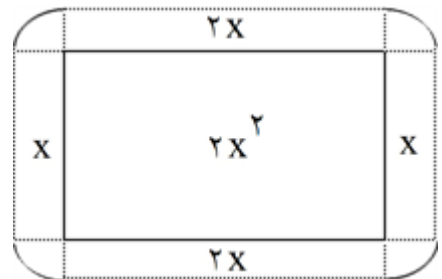
دسترسی به باغچه یک متر است شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. (از رأس باغچه کمانی به شعاع یک رسم می‌کنیم که مساحت ۴ ربع دایره برابر یک دایره با شعاع ۱ است.)

$$S_{\text{باغچه}} = 2x^2, S_{\text{کل}} = 2x^2 + 2x + \pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{باغچه}} + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)S_{\text{باغچه}}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)2x^2 \Rightarrow 2x + \pi = \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)2x^2 \Rightarrow \frac{2x + \pi}{2x^2} = \frac{18 + \pi}{18}$$

با توجه به گزینه‌ها $x = 3$ را انتخاب می‌کنیم که در معادله فوق صدق می‌کند. پس طول باغچه $2x = 6$ است.



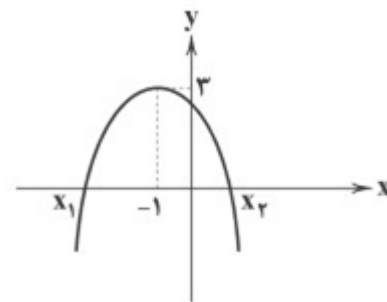
مساحت مثلث + مساحت مستطیل = مساحت شکل

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$1200 = x \times 1 + \frac{1}{4}x \times x \Rightarrow \frac{x^2}{4} + x = 1200 \Rightarrow x^2 + 4x - 4800 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 50)(x - 48) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 48$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول: x_1 و x_2 هم‌عرض‌اند. پس:

$$\begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} = x_s \Rightarrow x_1 + x_2 = 2(-1) = -2 & (1) \\ x_2 - x_1 = 4 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)} 2x_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 1 \Rightarrow x_1 = x_2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$\Rightarrow y = a(x - (-3))(x + 1) \xrightarrow{(-1, 3)} 3 = a(-1 - (-3))(-1 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 3 = a(-3)(1) \Rightarrow a = -\frac{3}{3} = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 3)$$

روش دوم: اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشد:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a(1)$$

$$f(-1) = 3 \Rightarrow a - b + c = 3 \quad (2)$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{x_1 - x_2 = 4} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4 \Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} = 4|a| \quad (3)$$

$$a - 2a + c = 3 \Rightarrow c - a = 3 \Rightarrow c = 3 + a$$

$$\sqrt{4a^2 - 4ac} = 4|a| \xrightarrow{a < 0} \sqrt{4a^2 - 4a(3+a)} = -4a$$

با توجه به نمودار

$$\Rightarrow \sqrt{4a^2 - 12a - 4a^2} = -4a \Rightarrow \sqrt{-12a} = -4a$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} -12a = 16a^2 \Rightarrow 3a^2 + 3a = 0 \Rightarrow 3a(a + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} 3a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \begin{cases} b = 2a \\ c = 3 + a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{2}{3} \\ c = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

پاسخ‌های معادله درجه ۲ از رابطه $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ به دست می‌آیند. وقتی ریشه مضاعف باشد مقدار دلتا صفر است،

بنابراین مقدار ریشه برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

با توجه به معادله $x^2 - 6x + k = 0$ ، مقدار b برابر ۶- و مقدار a برابر ۱ است (نیازی به پیدا کردن k نیست):

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-6)}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$|5 - 2x| + |3y + 1| = 11 \Rightarrow |3y + 1| = 11 - |5 - 2x|$$

چون $|3y + 1| \geq 0$ بنابراین:

$$11 - |5 - 2x| \geq 0 \Rightarrow |5 - 2x| \leq 11 \Rightarrow -11 \leq 5 - 2x \leq 11$$

$$\xrightarrow{-5} -16 \leq -2x \leq 6 \xrightarrow{\div (-2)} -3 \leq x \leq 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $a < 0$ است پس دهانه‌ی سهمی رو به پایین است، در نتیجه فقط از ناحیه‌ی سوم و

چهارم می‌گذرد یعنی همواره زیر محور x هاست.

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 + 4m < 0 \Rightarrow -4 < m < 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$kx + 7 = \frac{x(x+1)}{2} - x \xrightarrow{x=2} 2k + 7 = \frac{2 \times (3)}{2} - 2 \Rightarrow 2k = -7 + 1 \Rightarrow 2k = -6 \Rightarrow k = -3$$

به ازای $k = -3$ معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم.

$$-3x + 7 = \frac{x^2 + x}{2} - x \xrightarrow{\times 2} -6x + 14 = x^2 + x - 2x \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در این معادله داریم: ۱۴

$$\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$$

$$a = \sqrt{2}, b = -(\sqrt{2} + 1), c = 1$$

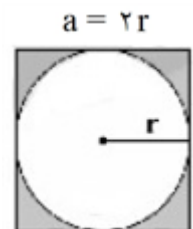
پس $a + b + c = 0$ ، لذا یکی از جواب‌ها ۱ است و یکی دیگر $\frac{c}{a}$. بنابراین:

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ریشه‌ی دوم } (x_2) \text{ کوچک‌تر است. اگر گویا کنیم داریم:}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

مساحت دایره - مساحت مربع = مساحت سایه‌خورده



$$\Rightarrow 25 = (2r)^2 - \pi r^2 = 4r^2 - \pi r^2 = (4 - \pi)r^2$$

$$\Rightarrow 25 = (4 - \pi)r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{25}{4 - \pi} \xrightarrow{r > 0} r = \frac{5}{\sqrt{4 - \pi}} \Rightarrow a = 2r = \frac{10}{\sqrt{4 - \pi}}$$

$$A(\text{علی}) + B(\text{اکرم}) = 100 \Rightarrow A = 100 - B$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$(A - 10)(B + 10) = 475 \Rightarrow AB + 10A - 10B - 100 = 475$$

$$B(100 - B) + 10(100 - B) - 10B = 575 \Rightarrow -B^2 + 100B + 1000 - 10B - 10B = 575$$

$$B^2 - 80B - 425 = 0 \Rightarrow B = 40 \pm \sqrt{1600 + 425} \Rightarrow B = 85$$

روش دوم: بررسی گزینه‌ها، اگر به گزینه‌های ۲ و ۳ دقت شود، به سادگی با بررسی گزینه ۳ به درستی آن می‌رسیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\frac{x-1}{x-7} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=7 \end{cases} \Rightarrow x < 1 \text{ یا } x > 7 \Rightarrow (-\infty, 1) \cup (7, +\infty)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$2x^2 + 5x = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{25}{16} = \frac{49}{16} \Rightarrow a = \frac{5}{4}, b = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{20}{16} + \frac{49}{16} = \frac{69}{16}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\begin{cases} |x-1| < 4 \Rightarrow -4 < x-1 < 4 \xrightarrow{+1} -3 < x < 5 \quad (1) \\ |x-1| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \Rightarrow x > 3 \\ x-1 < -2 \Rightarrow x < -1 \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

جواب به صورت دو پاره خط است. $(1) \cap (2) = (-3, -1) \cup (3, 5) \Rightarrow$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واضح است که دهانه سهمی باید روبه بالا باشد ($m-1 > 0$) در این حالت طول رأس برابر

است با $\frac{1}{2(m-1)}$ که با توجه به شرط قبلی، این مقدار نیز مثبت است، یعنی رأس سهمی در سمت راست محور y ها

قرار دارد. بنابراین برای اینکه سهمی از ربع سوم نگذرد، کافی است عرض از مبدأ سهمی نامنفی باشد ($3-m \geq 0$)

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \\ 3-m \geq 0 \Rightarrow m \leq 3 \end{cases} \Rightarrow 1 < m \leq 3 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 2 \text{ یا } 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$x_S = \frac{-b'}{2a'} = 1 \Rightarrow \frac{-a}{6} = 1 \Rightarrow a = -6$$

$$y = 3x^2 - 6x + b \xrightarrow{(1, -4) \in \text{سهمی}} 3 - 6 + b = -4 \Rightarrow b = -1$$

$$a - b = (-6) - (-1) = -5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون معادله دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است، پس $\Delta > 0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = k^2 - 4(-2)(-8) \xrightarrow{\Delta > 0} k^2 - 64 > 0$$

می‌توانیم با استفاده از گزینه‌ها مقدار موردنظر را پیدا کنیم.

$$1) k = 10 \Rightarrow 100 - 64 > 0 \quad \checkmark$$

$$2) k = 7 \Rightarrow 49 - 64 < 0 \quad \times$$

$$3) k = 8 \Rightarrow 64 - 64 = 0 \quad \times$$

$$4) k = 9 \Rightarrow 81 - 64 > 0 \quad \checkmark$$

چون کمترین مقدار k خواسته شده است، پس $k = 9$ می‌باشد.

$$f(x) > 1 \Rightarrow mx^2 + 4(m+2)x + 3 > 1 \Rightarrow mx^2 + 4(m+2)x + 2 > 0$$

برای آن که عبارت درجه دوم همواره مثبت باشد باید $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 16(m+2)^2 - 4(m)(2) < 0 \Rightarrow 16(m^2 + 4m + 4) - 8m < 0 \\ a > 0 \Rightarrow m > 0 \\ 16m^2 + 56m + 64 < 0 \\ \Rightarrow 2m^2 + 7m + 8 < 0 \end{cases}$$

$\xrightarrow{a>0} \Delta < 0$

به ازای هیچ m برقرار نیست.

$$m > 0$$

پس به ازای هیچ مقدار m برقرار نیست.

$$x^2 - 2x + 8 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = 4 - 32 = -28 < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{صورت که همواره مثبت است.}$$

$$x^2 - |x| - 6 < 0 \xrightarrow{x^2 = |x|^2} |x|^2 - |x| - 6 < 0 \Rightarrow (|x| - 3)(|x| + 2) < 0$$

همواره مثبت

$$\Rightarrow |x| - 3 < 0 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3$$

شامل پنج عدد صحیح است. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$$x_S = \frac{5+1}{2} = 3 \Rightarrow \frac{-3}{2(-m)} = 3 \Rightarrow \frac{3}{2m} = 3 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - n$$

$$\xrightarrow{(1,0)} 0 = -\frac{1}{2} + 3 - n \Rightarrow n = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \xrightarrow{x=0} y = -n = -\frac{5}{2}$$

$$x_1 = -2 \Rightarrow (m-1)(4) + 2 - m^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4m - 4 + 2 - m^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow -m^2 + 4m - 3 = 0 \Rightarrow (m-1)(m-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$$

چون معادله درجه‌ی دوم است، بنابراین $m = 1$ قابل قبول نیست زیرا به ازای آن ضریب x^2 برابر صفر می‌شود. پس:

$$m = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 80 = 81$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{1 \pm 9}{4} = \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$f(x) = a(x-2)(x-(-4)) \Rightarrow f(x) = a(x-2)(x+4)$$

از طرفی نمودار از نقطه $(0, 4)$ می‌گذرد. پس مختصات این نقطه در تابع f صدق می‌کند.

$$(0, 4) \in f \Rightarrow 4 = a(0-2)(0+4) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله سهمی} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)(x+4)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x+4)(2-x)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون x عددی طبیعی است و $x = 1$ مخرج را صفر می‌کند، پس $x > 1$ ، بنابراین $x - 1$ و $x - 2$ مثبت است.

$$\frac{1}{2x-1} + \frac{2}{x-1} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-1+2(2x-1)}{(2x-1)(x-1)} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5x-3}{(2x-1)(x-1)} > \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\times (2x-1)(x-1) > 0} 3(5x-3) > (2x-1)(x-1) \Rightarrow 2x^2 - 18x + 10 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 5 < 0$$

حال این عبارت را تعیین می‌کنیم:

$$x^2 - 9x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81-20}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{61}}{2}$$

$$x \in \left(\frac{9-\sqrt{61}}{2}, \frac{9+\sqrt{61}}{2} \right)$$

اگر $x > 1$ ، پس ۷ عدد طبیعی ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ در نامعادله‌ی موردنظر صدق می‌کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ریشه $x = 4$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$4a - 12 + 3b - 2 = 0 \Rightarrow 4a + 3b = 14$$

از طرفی با توجه به جدول، ضریب x باید منفی باشد.

چون a عضو اعداد طبیعی است، پس می‌تواند ۱ یا ۲ باشد.

$$a = 1 \Rightarrow 3b + 4 = 14 \Rightarrow b = \frac{10}{3} \Rightarrow b + a = \frac{13}{3}$$

$$a = 2 \Rightarrow 3b + 8 = 14 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b + a = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. محل تلاقی سهمی با محور طول‌ها نقاطی است که عرض آن‌ها برابر صفر است، پس در

سهمی داده شده مقدار y را برابر صفر قرار می‌دهیم تا نقاط تلاقی را پیدا کنیم:

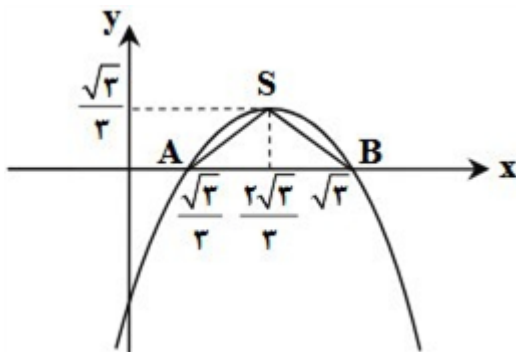
$$-\sqrt{3}x^2 + 4x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-\sqrt{3})(-\sqrt{3})}}{2(-\sqrt{3})} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{3}, x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

همچنین رأس سهمی عبارت است از:

$$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, y_{\text{رأس}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-4}{-4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

حال با داشتن مختصات نقاط A ، B ، S و به کمک شکل مقابل، مساحت مثلث ASB برابر است با:



$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همواره داریم:

$$y = mx^2 - \sqrt{3}x + m + 1 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 3 - 4m(m+1) < 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m - 3 > 0 \\ a < 0 \Rightarrow m < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (4m-1)(m+3) > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{4} \text{ یا } m < -3 \\ m < 0 \end{cases} \Rightarrow m < -\frac{3}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|4x^2 - 3x| < |2x^2 + x| \Rightarrow |x||4x - 3| < |x||2x + 1|$$

$$\xrightarrow{x \neq 0} |4x - 3| < |2x + 1|$$

طرفین به توان ۲

$$\xrightarrow{\div 4} 3x^2 - 7x + 2 < 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 2 \Rightarrow b - a = 2 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-3 < x < 5 \Rightarrow 2 < x + 5 < 10 \Rightarrow \frac{1}{10} < \frac{1}{x+5} < \frac{1}{2} \Rightarrow \left| \frac{1}{x+5} \right| < \frac{1}{2}$$

$$a < x < b \Rightarrow |x| < \max\{|a|, |b|\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ ، $\Delta < 0$ و $a > 0$ آن‌گاه عبارت $ax^2 + bx + c$ همواره

عددی مثبت است. در عبارت $x^2 - 4x + 5$ ، $a = 1 > 0$ و $\Delta = b^2 - 4ac = -4 < 0$ لذا به‌ازای هر عدد حقیقی x ،

$x^2 - 4x + 5 > 0$. اگر نامعادله‌ی $\frac{-x^2 - mx + m}{x^2 - 4x + 5} < 0$ همواره برقرار باشد باید به‌ازای هر عدد حقیقی x داشته باشیم:

$$-x^2 - mx + m < 0 \Rightarrow a = -1 < 0, \Delta < 0 \Rightarrow \Delta = m^2 + 4m < 0$$

برای حل نامعادله‌ی $m^2 + 4m < 0$ عبارت $p = m^2 + 4m$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$m^2 + 4m = 0 \Rightarrow m(m+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$$

مجموعه جواب نامعادله $-4 < m < 0$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(m-1)^2 = m^2 + m \Rightarrow -2m + 1 = m \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$x^2 - 6mx + 3m = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

گزینه ۴):

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 7x - 8 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 8$$

۱۰ عدد صحیح $x = -1, 0, 1, 2, \dots, 8$ در نامعادله صدق می‌کنند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{6-x^2}{x} > 1 \Rightarrow 1 - \frac{6-x^2}{x} < 0 \Rightarrow \frac{x^2+x-6}{x} < 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+3)}{x} < 0$$
$$\Rightarrow \max(\alpha) = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$|x^2 - x| < 2 \Rightarrow -2 < x^2 - x < 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار} \\ x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) < 0 \end{cases}$$

پس $-1 < x < 2$ و این یعنی بیشترین مقدار $b - a$ عدد $2 - (-1)$ یا ۳ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$\begin{cases} -\frac{1}{4} < 2 - 2x \Rightarrow x < \frac{5}{4} \\ 2 - 2x < x - 1 \Rightarrow x > 1 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < \frac{5}{4}$$

$x = \frac{5}{4} \rightarrow 1 < \frac{5}{4} < \frac{7}{6} < \frac{5}{4}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که $(2 + \sqrt{x-1})$ و $|x^2 - 4x^2 + x - 4|$ نامنفی هستند، برای این که نامعادله برقرار باشد، باید $|x - 2| - 3 \leq 0$ باشد و این یعنی:

$$|x - 2| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x - 2 \leq 3 \xrightarrow{+2} -1 \leq x \leq 5$$

ولی دقت کنید که به خاطر وجود رادیکال، باید $x - 1 \geq 0$ باشد. یعنی $x \geq 1$ ضمناً مخرج کسر نباید صفر باشد یعنی:

$$|x^2 - 4x^2 + x - 4| \neq 0 \Rightarrow |x^2(x - 4) + (x - 4)| \neq 0 \Rightarrow |(x - 4)(x^2 + 1)| \neq 0$$

$$\xrightarrow{x^2 + 1 \neq 0} x \neq 4$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله، اشتراک موارد بالاست:



$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموعه جواب} : [1, 5] - \{4\}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 10$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

