



نام و نام خانوادگی :

نام درس :

نام دبیر :

نام آموزشگاه :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی سال دهم

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

ریاضی (فصل ۳ توان های گویا و عبارت های

جبری) حاصل عبارت زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.

$$A = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{\sqrt{7} + \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{9 - 2\sqrt{14}}$$

۲ حاصل $(2 - \sqrt{3})^2 (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ کدام است؟

- ۱ $2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ۲ $4 - 2\sqrt{3}$ ۳ $4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ۴ $8 - 4\sqrt{3}$

۳ حاصل عبارت $(2 - \sqrt{2})^2$ را به صورت $a - b\sqrt{2}$ نوشته ایم، مقدار $2a + b$ کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)

- ۱ ۴۸ ۲ ۵۰ ۳ ۵۲ ۴ ۵۴

۴ درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) مقدار $\sqrt{8} - \sqrt{50}$ برابر $3\sqrt{2}$ است.

ب) جذر ۲۵ برابر ± 5 است.

ج) اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ است.

د) ساده شده $\frac{x^3 - 1}{x - 1}$ برابر $x^2 + 2x + 1$ است.

۵ مقایسه کنید:

اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه: $\sqrt[3]{a} \square a$

۶ اگر $\frac{m}{3} - 6$ و $m - 6$ ریشه های n ام عدد $81m$ باشند، حاصل $\sqrt[3]{mn + m + 1}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ $\sqrt[3]{6}$

۷ تجزیه کنید.

$$a^5 + a + 1$$

۸ هرگاه $3 = \sqrt{x+3} + \sqrt{2+x}$ باشد، مقدار $\sqrt{x+3} - \sqrt{2+x}$ چه عددی است؟

- ۱ $\frac{2}{3}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $\frac{3}{2}$

۹ عبارت $6^4 a^6 - b^6$ مضرب کدامیک از گزینه های زیر نیست؟

- ۱ $16a^4 + b^4 + 4a^2 b^2$ ۲ $a - 2b$ ۳ $2a + b$ ۴ $2a - b$

۱۰ اگر $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{a^2-1} = 2$ باشد، حاصل $\left(\frac{1}{a^2 - \sqrt{a^2+1}} + \frac{1}{a^2 + \sqrt{a^2+1}} \right)^{1401}$ چقدر است؟

- ۱ ۲ -۲ ۳ ۱ ۴ -۱

۱۱) اگر حاصل $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{20+k\sqrt{2}}$ عددی گویا باشد، k کدام است؟

- ۱) -۱۲ ۲) -۱۴ ۳) -۱۶ ۴) -۱۸

۱۲) اگر $A = \frac{\sqrt[3]{2}\sqrt[5]{4}}{\sqrt{2}}$ باشد، به ازای کدام مقدار n حاصل A^n برابر $\frac{5}{5}$ است؟

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۳۰

۱۳) اگر مجموع دو عدد برابر ۶ و حاصل ضرب آن‌ها ۷ باشد، مجموع مکعبات این دو عدد چقدر است؟

- ۱) ۴۵ ۲) $58\sqrt{2}$ ۳) ۹۰ ۴) صفر

۱۴) فرض کنید $a = \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}$. مقدار $\left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2$ ، کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۶ ۳) ۲۵ ۴) ۴۹

۱۵) کدام عامل در تجزیه عبارت $6x^2 - 13x^2 + 6x$ وجود ندارد؟

- ۱) $2x - 3$ ۲) $2x + 2$ ۳) x ۴) $2x - 2$

۱۶) ساده شدهی $\frac{x^2 + 125}{x + 5}$ کدام گزینه است؟

- ۱) $x^2 + 25$ ۲) $x^2 + 5x + 25$ ۳) $x^2 - 5x + 25$ ۴) $x^2 - 10x + 25$

۱۷) ساده شدهی $\frac{y^2 + 8}{y^2 + 5y + 6}$ کدام گزینه است؟

- ۱) $\frac{y^2 - 2y + 4}{y + 3}$ ۲) $\frac{y^2 + 2y + 4}{y + 3}$ ۳) $\frac{y^2 - 4y + 4}{y + 3}$ ۴) $\frac{y^2 + 4y + 4}{y + 3}$

۱۸) اگر $A = \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $A^2 - 2A$ برابر است با:

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۱۹) ضرب زیر را انجام دهید. $\sqrt[3]{5} \times \sqrt{2}$

۲۰) اگر $a = 3 + \sqrt{5}$ باشد، حاصل $\sqrt{a-2} + \frac{4}{a}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱) ساده شدهی عبارت تعریف شدهی $\frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{x^2 + 5x - 6}{2x - 6}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{x-2}$ ۲) $\frac{2}{x-1}$ ۳) $\frac{1}{x-1}$ ۴) $\frac{2}{x-2}$

۲۲) در تجزیه عبارت $(a-b)^2 + (b-c)^2 - (a-c)^2$ کدام عامل وجود ندارد؟ ($a \neq b, b \neq c$)

- ۱) $a-b$ ۲) $b-c$ ۳) $c-a$ ۴) $a+b$

۲۳ کدام یک از نامساوی‌های زیر صحیح نیست؟

- ۱ $(-0/5)^2 < (0/5)^2$ ۲ $(-2)^5 < (-2)^2$
 ۳ $(0/5)^4 < (-0/5)^2$ ۴ $2^2 < (-2)^4$

۲۴ در سال نهم دیدید که:

برای هر دو عدد مثبت a و b : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

برای هر دو عدد a و b : $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$

الف) آیا رابطه‌ی بالا درباره‌ی $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ نیز برقرار می‌باشد؟ مثال بزنید.

ب) با توجه به این که ۴ یک عدد زوج است، باید a و b باشند.

$$\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{81} = 2 \times 3 = \dots$$

$$\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{\dots} = 6$$

پ) درباره‌ی $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$ چه می‌توان گفت؟

ت) آیا a و b حتماً باید نامنفی باشند؟ مثالی a و b نامنفی و مثالی از a و b منفی ارائه کنید و نشان دهید تساوی همواره برقرار است.

۲۵ اگر $\alpha = \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ و $\beta = \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$

آن‌گاه حاصل $A = (\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta)$ کدام است؟

- ۱ $10\sqrt{2} + 2$ ۲ $10\sqrt{2}$ ۳ $10\sqrt{2} - 2$ ۴ $10\sqrt{2} + 1$

۲۶ اگر $x = \sqrt[3]{9 - 3xy}$ و $y = \sqrt[3]{18 - 3xy}$ مقدار $x + y$ چه عددی است؟

- ۱ ۲۷ ۲ ۹ ۳ ۳ ۴ ۶

۲۷ اگر $x^2 - 3x^2 = -1 - 3x, x \neq 0$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $\left(\frac{-1}{x} - \sqrt{2} - 1\right)^2$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۱ ۳ ۴ ۴ ۳

۲۸ اگر $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^{m-2}}$ باشد، مقدار $\sqrt[3]{2^m}$ کدام است؟

- ۱ ۵ ۲ ۴ ۳ ۳ ۴ ۲

۲۹ اگر $A = \left(\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2(-3)^{-2}}\right)^{-\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{48}$ مقدار A^2 کدام است؟

- ۱ ۲۵ ۲ ۴۸ ۳ ۲۷ ۴ ۷۵

۳۰ در تجزیه‌ی عبارت $a^4 + ba^2 - 2b^2 - 4a^2b^2$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ۱ $2a - b$ ۲ $a + 2b$ ۳ $a - 2b$ ۴ $a^2 + b$

۳۱ اگر $x + y = 5$ و $xy = 1$ باشد، حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟

- ۱ ۱۱۲ ۲ ۱۲۰ ۳ ۱۱۱ ۴ ۱۱۰

۳۲ مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} - 4\sqrt[3]{x} + 16}$$

۳۳ اگر مساحت دایره‌ای $\pi(\sqrt[3]{500} - \sqrt[3]{4})$ باشد، شعاع آن چقدر است؟

- ۱ $\sqrt[3]{2}$ ۲ $\sqrt[3]{16}$ ۳ $\sqrt[3]{4}$ ۴ ۲

۳۴ برای اعداد حقیقی a و b ، اگر تساوی $a^3 + 13a^2 + 2ab + b^2 + 2a + 1 = 0$ برقرار باشد، حاصل $2a + 2b$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۱۹ ۳ -۱ ۴ -۱۹

۳۵ اگر $x + y = 3k$ و $xy = k^2$ باشد، $x^2 + y^2$ همواره کدام است؟

- ۱ $18k^2$ ۲ $27k^2$ ۳ $18k^2 + 9k$ ۴ $9k^2$

۳۶ حاصل عبارت $\sqrt{\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ $\sqrt{2}$ ۳ ۴ ۴ $\sqrt{3}$

۳۷ از یک رشته سیم به طول ۳۰ متر، یک مستطیل به مساحت ۵۴ مترمربع می‌سازیم. قطر مستطیل چند متر است؟

- ۱ $2\sqrt{17}$ ۲ $5\sqrt{6}$ ۳ $3\sqrt{13}$ ۴ $4\sqrt{11}$

۳۸ آ حاصل عبارت‌های $(2x-1)^2$ و $(4x^2-2x+1)(x+1)$ را به کمک اتحادها به دست آورید.
ب) عبارت $x^2 + y^2 + x^2y + xy^2$ را تجزیه کنید.

۳۹ حاصل عبارت $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

- ۱ -۳ ۲ -۲ ۳ -۱ ۴ ۰

۴۰ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
 $(\dots + 1)^2 = x^2 + 1 + \dots$

۱

$$A = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{9 - 2\sqrt{14}} = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^3}$$

$$A = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{5 - 2}$$

$$= \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{75} = 5$$

۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با فرض $a = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ و $b = 2 - \sqrt{3}$ داریم:

$$b = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow 2b = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2 \Rightarrow b = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{2}$$

بنابراین داریم:

$$a^2 b^2 = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)^2}{4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)^2(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(2^2)(\sqrt{3} - 1)}{2} = \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{2} = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = 4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

و در نتیجه داریم:

$$(2 - \sqrt{2})^2 = 2^2 - 2(2)(\sqrt{2}) + 2(\sqrt{2})(\sqrt{2}) - (\sqrt{2})^2 = 4 - 4\sqrt{2} + 2 - 2 = 2 - 4\sqrt{2}$$

$$= 20 - 14\sqrt{2}$$

پس $a = 20$ و $b = 14$ است و داریم:

$$2a + b = 2(20) + 14 = 54$$

۴

(الف) نادرست (ب) نادرست (ج) درست (د) نادرست

۵

اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه: $\sqrt{a} > a$

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر موقع برای ریشه n ام یک عدد، دو عدد به دست آید. در نتیجه می‌توان گفت که

(۱) از یک عدد مثبت، ریشه زوج گرفته‌ایم $\leftarrow n$ زوج است در این مسأله

(۲) دو ریشه به دست آمده قرینه هم‌اند (مجموع دو ریشه $-\frac{m}{3}$ و $m - 6$ صفر است)

$$-\frac{m}{3} + m - 6 = 0 \Rightarrow m = 9 \Rightarrow \text{ریشه های } n\text{ام} = \pm 3$$

پس داریم:

$$81m = \pm \sqrt[n]{81 \times 9} = \pm \sqrt[n]{3^8} = \pm 3 \Rightarrow n = 6$$

$$\sqrt[6]{(9)(9) + 9 + 1} = \sqrt[6]{64} = 4$$

حاصل عبارت نهایی خواسته شده برابر است با:

۷

$$a^5 + a + 1 = a^5 - a^2 + a^2 + a + 1$$

$$= a^2(a^3 - 1) + a^2 + a + 1 = a^2(a - 1)(a^2 + a + 1) + a^2 + a + 1$$

$$= (a^2 + a + 1)(a^2(a - 1) + 1) = (a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1)$$

۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{2+x} = 3 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{2+x} = A \end{cases}$$

ضرب: $x + 3 - 2 - x = 3A \Rightarrow A = \frac{1}{3}$

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$64a^3 - b^3 = (4a)^3 - (b)^3 = (4a^3 - b^3)(16a^2 + 4ab^2 + b^3)$$

$$= (2a - b)(2a + b)(16a^2 + 4ab^2 + b^3)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داریم:

$$\frac{1}{a^r+1} + \frac{1}{a^r-1} = 2 \Rightarrow \frac{2a^r}{(a^r+1)(a^r-1)} = 2 \Rightarrow (a^r+1)(a^r-1) = a^r \Rightarrow a^r - 1 = a^r$$

$$\Rightarrow a^r = a^r + 1$$

$$\frac{1}{a^r - \sqrt{a^r} + 1} = \frac{1}{a^r + 1 - \sqrt{a^r}} \times \frac{a^r + 1 + \sqrt{a^r}}{a^r + 1 + \sqrt{a^r}} = \frac{a^r + 1 + \sqrt{a^r}}{(a^r + 1)^2 - a^r}$$

$$\frac{1}{a^r + \sqrt{a^r} + 1} = \frac{1}{a^r + 1 + \sqrt{a^r}} \times \frac{a^r + 1 - \sqrt{a^r}}{a^r + 1 - \sqrt{a^r}} = \frac{a^r + 1 - \sqrt{a^r}}{(a^r + 1)^2 - a^r}$$

جمع دو کسر بالا:

$$\frac{a^r + 1 + \cancel{\sqrt{a^r}}}{(a^r + 1)^2 - a^r} + \frac{a^r + 1 - \cancel{\sqrt{a^r}}}{(a^r + 1)^2 - a^r} = \frac{2(a^r + 1)}{(a^r + 1)^2 - a^r} = \frac{2(a^r + 1)}{a^r + a^r + 1} = \frac{2(a^r + 1)}{(a^r + 1) + (a^r + 1)}$$

$$= \frac{2(a^r + 1)}{2(a^r + 1)} = 1$$

حاصل داخل پرانتز یک می شود پس به توان ۱۴۰۱ همان یک می شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $3 - 2\sqrt{2}$ همان $(\sqrt{2} - 1)^2$ است. پس داریم:

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = (\sqrt{2} - 1)$$

برای گویا شدن حاصل عبارت باید جواب ریشه‌ی سوم حتماً $a - \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ باشد، بنابراین:

$$\sqrt[3]{20 + k\sqrt{2}} = a - \sqrt{2} \Rightarrow 20 + k\sqrt{2} = a^3 - 3\sqrt{2}a^2 + 6a - 2\sqrt{2}$$

$$= \underbrace{a^3 + 6a}_{20} - \underbrace{(3a^2 + 2)}_{+k}\sqrt{2}$$

$$k = -(3 \times 2^2 + 2) = -14$$

از رابطه‌ی $20 = a^3 + 6a$ با کمی دقت $a = 2$ است پس:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{3}{10} - \frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{10}}$$

اگر بخواهیم $A^n = 1/5$ باشد، داریم:

$$\left(2^{-\frac{1}{10}}\right)^n = \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{n}{10} = -1 \Rightarrow n = 10$$

۱۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول:

$$a + b = 6 \xrightarrow{\text{توان}} a^2 + b^2 + 2ab = 36 \xrightarrow{ab=7} a^2 + b^2 = 36 - 14 = 22$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) = 6(22 - 7) = 6 \times 15 = 90$$

روش دوم:

$$\begin{cases} a + b = 6 \Rightarrow b = 6 - a \\ ab = 7 \end{cases} \Rightarrow a(6 - a) = 7 \Rightarrow 6a - a^2 = 7 \Rightarrow a^2 - 6a + 7 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 36 - 4 \times 7 = 8 \Rightarrow a = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + \sqrt{2} \Rightarrow b = 3 - \sqrt{2} \\ a = 3 - \sqrt{2} \Rightarrow b = 3 + \sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین دو عدد مطلوب $3 + \sqrt{2}$ و $3 - \sqrt{2}$ اند و داریم:

$$\begin{cases} (3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2} \\ (3 + \sqrt{2})^2 = 9 + 6\sqrt{2} + 2 = 11 + 6\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (3 - \sqrt{2})^2 + (3 + \sqrt{2})^2 = 22$$

روش سوم:

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab(a+b) = 36 - 2(7)(6) = 36 - 84 = -48$$

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left(\left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2 \right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 - 2 \right)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} + 2$$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} + 2 = 9 - 4\sqrt{3} + \frac{7 + 4\sqrt{3}}{49 - 48} = 16$$

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x(6x^2 - 13x + 6) = x(3x - 2)(2x - 3)$$

$$\frac{x^2 + 125}{x + 5} = \frac{(x+5)(x^2 - 5x + 25)}{x+5} = x^2 - 5x + 25$$

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{y^2 + 8}{y^2 + 5y + 6} = \frac{(y+3)(y^2 - 2y + 4)}{(y+3)(y+2)} = \frac{y^2 - 2y + 4}{y + 2}$$

۱۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = 7 - 4\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{49 - 48}(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})$$

$$\Rightarrow A^2 = 14 + 2A \Rightarrow A^2 - 2A = 14$$

$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5^2 \times 2} = \sqrt[3]{50} = \sqrt[3]{200}$$

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا a^2 را به دست می آوریم.

$$a = 3 + \sqrt{5} \Rightarrow a - 3 = \sqrt{5} \Rightarrow (a - 3)^2 = 5 \Rightarrow a^2 = 6a - 4$$

حال در عبارت خواسته شده جایگزین می کنیم:

$$\sqrt{a - 2 + \frac{4}{a}} = \sqrt{\frac{a^2 - 2a + 4}{a}} = \sqrt{\frac{6a - 4 - 2a + 4}{a}} = \sqrt{4} = 2$$

۲۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\frac{(x-2)(x+6)}{(x-3)(x-2)} \times \frac{2(x-3)}{(x+6)(x-1)} = \frac{2}{x-1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر گاه $x + y + z = 0$ باشد، آنگاه خواهیم داشت: ۲۲

$$x^r + y^r + z^r = r_{xyz}$$

بنابراین عبارت را به صورت زیر می نویسیم:

$$(a-b)^r + (b-c)^r + (c-a)^r$$

از آنجایی که $(a-b) + (b-c) + (c-a) = 0$ است، پس داریم:

$$(a-b)^r + (b-c)^r + (c-a)^r = r(a-b)(b-c)(c-a)$$

بنابراین در تجزیه‌ی عبارت عامل $a+b$ وجود ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$\begin{cases} (-0.5)^r = 0.25 \\ (0.5)^r = 0.125 \end{cases} \Rightarrow (-0.5)^r > (0.5)^r$$

سایر گزینه‌ها درست هستند.

الف) بله در صورتی که هر دو عدد نامنفی باشند، تساوی برقرار است. ۲۴

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[4]{16} \times \sqrt[4]{81} &= 2 \times 3 = 6 \\ \sqrt[4]{16 \times 81} &= \sqrt[4]{1296} = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt[4]{16} \times \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{16 \times 81}$$

ب) با توجه به این که ۴ یک عدد زوج است، باید a و b نامنفی باشند.

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{16} \times \sqrt[4]{81} &= 2 \times 3 = 6 \\ \sqrt[4]{16} \times \sqrt[4]{81} &= \sqrt[4]{1296} = 6 \end{aligned}$$

پ) در این مورد نیز تساوی برقرار است.

ت) ??

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد مزدوج داریم: ۲۵

$$\begin{aligned} A &= (\alpha^r + \beta^r - 2\alpha\beta)(\alpha^r + \beta^r + 2\alpha\beta) = (a^r + \beta^r)^r - 4(\alpha\beta)^r \\ &= \alpha^r + \beta^r + 2(\alpha\beta)^r - 4(\alpha\beta)^r \\ \alpha\beta &= \sqrt[4]{(5\sqrt{2} + 7)(5\sqrt{2} - 7)} = 1 \\ A &= 5\sqrt{2} - 7 + 5\sqrt{2} + 7 + 2 - 4 = 10\sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$\begin{cases} x^r = 9 - 3x^r y \\ y^r = 18 - 3xy^r \end{cases} \Rightarrow x^r + y^r = 27 - 3x^r y - 3xy^r \Rightarrow (x+y)^r = 27 \Rightarrow x+y = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷

$$\begin{aligned} x^r - 3x^r + 3x - 1 &= -2 \Rightarrow (x-1)^r = -2 \Rightarrow x-1 = -\sqrt[4]{2} \Rightarrow x = 1 - \sqrt[4]{2} \\ \Rightarrow \frac{-1}{x} &= \frac{1}{\sqrt[4]{2} - 1} \times \frac{\sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{2} + 1}{\sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{2} + 1} = \sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{2} + 1 \Rightarrow \frac{-1}{x} - \sqrt[4]{2} - 1 = \sqrt[4]{4} \\ \Rightarrow \left(\frac{-1}{x} - \sqrt[4]{2} - 1 \right)^r &= (\sqrt[4]{4})^r = 4 \end{aligned}$$

人

$$m = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{32} = \sqrt[5]{32} = 2$$

29

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ نکته}$$

$$A^r = (\delta \sqrt{r})^r = r \delta \times r = r \delta$$

3.

ابتدا با یک دسته‌بندی مناسب از بین جملات، عامل مشترک را پیدا می‌کنیم و عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$(a^2 + b)(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b})$$

بنابراین گزینه‌ی ۱ پاسخ است.

31

$$x^r + y^r = (x + y)^r - r_{xy}(x + y) = \delta^r - r(1)(\delta) = 12\delta - 1\delta = 11.$$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 1}$$

33

$$\begin{aligned} \pi(\sqrt{\Delta} \cdot - \sqrt{\mathfrak{F}}) &= \pi(\sqrt{\sqrt{\mathfrak{r}} \Delta \times \mathfrak{F}} - \sqrt{\mathfrak{F}}) \\ &= \pi(\Delta \sqrt{\mathfrak{F}} - \sqrt{\mathfrak{F}}) = \pi(\mathfrak{F} \sqrt{\mathfrak{F}}) = \pi(\sqrt{\mathfrak{F}^{\mathfrak{r}}}) = \pi(\sqrt{\mathfrak{F}^{\mathfrak{r}}})^{\mathfrak{r}} \\ &= \pi R^{\mathfrak{r}} \\ \Rightarrow R &= \sqrt{\mathfrak{F}^{\mathfrak{r}}} \end{aligned}$$

بنابراین شعاع دایره $\sqrt[3]{16}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\begin{aligned} 2a^2 + b^2 + 2ab + 4b - 2a + 13 &= 0 \\ \Rightarrow a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4b + 4a + a^2 - 6a + 9 &= 0 \\ \Rightarrow (a+b+2)^2 + (a-2)^2 &= 0 \end{aligned}$$

مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر شده است. بنابراین هر یک از عبارات برابر صفر هستند، یعنی:

$$\begin{cases} a+b+2=0 \\ a-2=0 \end{cases} \Rightarrow a=2, b=-4 \Rightarrow 3a+2b=-1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از اتحاد مکعب دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم: ۳۵

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ &= (2k)^3 - 3 \times k^2(2k) \\ &= 2^3 k^3 - 6k^3 = 2k^3 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\begin{aligned} \sqrt{4-4\sqrt{3}} &= \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3} \\ \sqrt{4+4\sqrt{3}} &= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3} \\ \Rightarrow \sqrt{(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})} &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر اضلاع مستطیل را x و y فرض کنیم: ۳۷

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2(x+y) = 30 \Rightarrow y = 15-x \\ xy = 54 \Rightarrow x(15-x) = 54 \Rightarrow x^2 - 15x + 54 = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow (x-6)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \Rightarrow y=9 \\ x=9 \Rightarrow y=6 \end{cases} \\ \text{طول قطر} = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{81+36} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13} \end{aligned}$$

۱/۵ نمره ۳۸

(آ)

$$\begin{aligned} (2x-1)^3 &= (2x)^3 - 3(2x)^2(1) + 3(2x)(1)^2 - (1)^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 \\ (2x+1)(4x^2-2x+1) &= (2x)^3 + (1)^3 = 8x^3 + 1 \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} \underbrace{x^3 + y^3} + \underbrace{x^2y + xy^2} &= (x+y)(x^2 - xy + y^2) + xy(x+y) \\ &= (x+y)(x^2 - xy + y^2 + xy) = (x+y)(x^2 + y^2) \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$\begin{aligned} \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} &= \frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2} = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2}-3 \\ \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} &= 4 \times \sqrt{\frac{6}{12}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \\ \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} &= 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -3 \end{aligned}$$

$$(x + 1)^y = x^y + 1 + yx^{y-1}$$



۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴

