



نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

عنوان آزمون : بانک تست حسابان سال یازدهم تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

ریاضی (فصل ۱ جبر و معادله)

۱ رضا یک دیوار را در مدت معینی رنگ آمیزی می کند و برادرش همان دیوار را دو ساعت دیرتر از او می تواند رنگ بزند، اما اگر رضا و برادرش با هم کار کنند، همان دیوار را در مدت ۲ ساعت و ۲۴ دقیقه رنگ می زنند. برادر رضا به تنهایی دیوار را در چند ساعت رنگ می زند؟

۴ ۵/۵

۳ ۵

۲ ۶

۱ ۴

۲ معادله $\sqrt{x^4 + 3x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 3x^2 - 4} = \sqrt{24}$ چند جواب دارد؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

۳ مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 4| < |x + 3| - 1$ به صورت بازه (a, b) است. ریشه های کدام معادله زیر a و b است؟

۴ $x^2 - 4x - 5 = 0$

۳ $x^2 - 5x + 6 = 0$

۲ $x^2 - 4x + 3 = 0$

۱ $x^2 - 5x + 4 = 0$

۴ تعداد ریشه های معادله $\sqrt{x} = \frac{\sqrt{5x+4}}{x+2}$ کدام است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

۵ نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

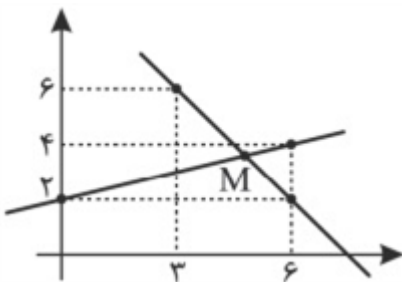
۴ ۶/۴

۳ ۶

۲ ۴/۲

۱ ۴

۶ در شکل مقابل، فاصله ی نقطه ی M از مبدأ مختصات چقدر است؟



۴ ۳۲/۵

۳ ۶

۲ ۵

۱ ۱۶/۳

۷ مجموع ریشه های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$ کدام است؟

۴ ۲/۲۵

۳ ۲

۲ ۱/۷۵

۱ ۱

۸ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + 12x + 4 = 0$ باشند، معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $\frac{1}{(\sqrt{|x_1|} + 1)^2}$ و $\frac{1}{(\sqrt{|x_2|} + 1)^2}$ باشد، کدام است؟

۲ $49x^2 + 22x + 1 = 0$

۱ $49x^2 - 22x + 1 = 0$

۴ $49x^2 + 24x + 1 = 0$

۳ $49x^2 - 24x + 1 = 0$

۹ نمودار توابع $y = x^2 - 2|x|$ و $y = -|x|$ در نقاط A، B و C همدیگر را قطع می‌کنند. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۴ ۱

۳ $\frac{5}{4}$

۲ $\frac{4}{3}$

۱ $\frac{3}{4}$

۱۰ ریشه‌های کدام معادله به صورت $\sqrt{7} \pm 3$ است؟

۴ $x^2 - 6x + 2 = 0$

۳ $x^2 - 2x - 6 = 0$

۲ $x^2 - 2x + 6 = 0$

۱ $x^2 + 6x + 2 = 0$

۱۱ به‌ازای کدام مقادیر از a ، معادله‌ی $|x - 1| = ax + 2$ دو جواب دارد؟

۴ $|a| > \frac{1}{2}$

۳ $|a| < \frac{1}{2}$

۲ $|a| < 1$

۱ $|a| > 1$

۱۲ دو نقطه‌ی $A(-3, 2)$ و $B(\alpha, \beta)$ نسبت به خط $4x - 3y = 7$ قرینه‌ی یکدیگرند. فاصله‌ی نقطه‌ی B از نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم چقدر است؟

۴ ۱

۳ $\sqrt{2}$

۲ $\frac{1}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۳ ۱۱ کیلوگرم رنگ با غلظت $10n$ درصد با n کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر ۶۰۰ گرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد. n کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۶

۱۴ در تابع $f(x) = x^2 - 4x + 1$ کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟

۴ ۲

۳ -۳

۲ -۲

۱ ۳

۱۵ اگر فاصله‌ی نقطه‌ی $A(1, -2)$ از خط $4x + 3y = m$ برابر ۶ باشد، m کدام است؟

۴ ۳۰ و -۲۳

۳ ۲۳ و -۳۰

۲ ۲۸ و -۳۲

۱ ۳۲ و -۲۸

۱۶ خط $y + x = 5$ معادله‌ی یکی از قطرهای مربع است. اگر نقطه‌ی $(3, 4)$ یکی از رئوس این مربع باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر رأس دیگر مربع نیست؟

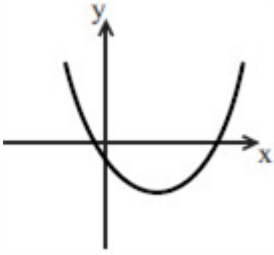
۴ $(3, 2)$

۳ $(2, 3)$

۲ $(1, 4)$

۱ $(1, 2)$

۱۷) شکل زیر، نمودار تابع درجه‌ی دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. کدام گزینه‌ی زیر همواره درست است؟



- ☐ ۱) $a + b > 0$
 ☐ ۲) $a + b < 0$
 ☐ ۳) $b + c > 0$
 ☐ ۴) $b + c < 0$

۱۸) کدام خط زیر بر خط $3x + 2y = 4$ عمود است و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند؟

- ☐ ۱) $3y - 2x = -4$
 ☐ ۲) $3y - 2x = 4$
 ☐ ۳) $3y + 2x = -4$
 ☐ ۴) $3y + 2x = 2$

۱۹) اگر جواب نامعادله $|x - b + 3| \leq -3a$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل عبارت $b - 2a$ کدام است؟

- ☐ ۱) ۳
 ☐ ۲) ۴
 ☐ ۳) ۷
 ☐ ۴) ۸

۲۰) در مثلثی با رئوس $A(-1, 4)$ ، $B(0, 2)$ و $C(-3, -2)$ ، طول میانه‌ی BM در این مثلث کدام است؟

- ☐ ۱) ۲
 ☐ ۲) $\sqrt{2}$
 ☐ ۳) $\sqrt{3}$
 ☐ ۴) $\sqrt{5}$

۲۱) مساحت سطح محصور بین نمودار توابع $y_1 = 2x + 1$ و $y_2 = x + 2|x|$ کدام است؟

- ☐ ۱) $\frac{1}{2}$
 ☐ ۲) $\frac{1}{6}$
 ☐ ۳) $\frac{3}{2}$
 ☐ ۴) $\frac{2}{3}$

۲۲) مساحت مربعی که معادله دو ضلع مقابل آن به صورت $3x - 4y = 1$ و $mx + 8y = n$ است، برابر با ۱ است. $m + n$ کدام می‌تواند باشد؟

- ☐ ۱) -۱۴
 ☐ ۲) ۲
 ☐ ۳) ۶
 ☐ ۴) -۸

۲۳) حاصل ضرب جواب‌های معادله $|x - 1| + |x - 2| = \sqrt{x}$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

- ☐ ۱) $(0, 1)$
 ☐ ۲) $(1, 2)$
 ☐ ۳) $(2, 3)$
 ☐ ۴) $(3, 4)$

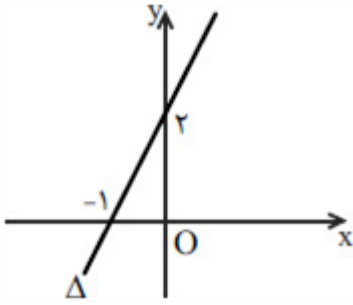
۲۴) در معادله‌ی درجه دوم $(2x - 1)^2 = x^2 + 5x + 10$ مجموع ریشه‌ها کدام است؟

- ☐ ۱) $-\frac{3}{2}$
 ☐ ۲) -۳
 ☐ ۳) ۳
 ☐ ۴) $\frac{3}{2}$

۲۵) دو خط $2x + 2y = 1$ و $2x - 2y = 2$ معادله‌های دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه‌ی $A(3, 4)$ یک رأس مستطیل است. مساحت مستطیل کدام است؟

- ☐ ۱) $\frac{128}{\sqrt{13}}$
 ☐ ۲) $\frac{128}{13}$
 ☐ ۳) $\frac{128}{169}$
 ☐ ۴) $\frac{\sqrt{128}}{13}$

۲۶ در شکل مقابل، فاصله مبدأ مختصات از خط Δ کدام است؟



$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱)

۲۷ در مثلث ABC به رئوس $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $B\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ و $C\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ، امتداد میانه AM محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

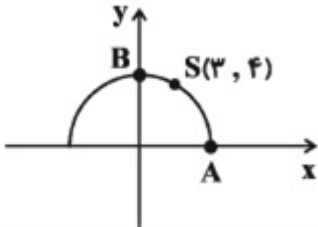
۳ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

۲۸ نقطه $S(3, 4)$ روی نیم‌دایره شکل مقابل است. فاصله مبدأ از خط گذرا از نقاط A و B کدام است؟



$2\sqrt{5}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳)

$\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$5\sqrt{2}$ (۱)

۲۹ شخصی ۱۰۰۰ تومان پول دارد و با تمام پولش می‌تواند تعدادی از یک جنس بخرد. اگر روی هریک عدد از آن جنس، ۱۵ تومان تخفیف بگیرد، می‌تواند یکی بیش‌تر بخرد و ۱۰ تومان برایش باقی می‌ماند. قیمت یک عدد جنس، قبل از تخفیف چه قدر است؟

۱۷۵ (۴)

۱۱۵ (۳)

۱۵۰ (۲)

۱۲۵ (۱)

۳۰ در عبارت $|2x + 1| + |y - 7| = 7$ حدود x کدام است؟

$[-1, 7]$ (۴)

$[-3, 7]$ (۳)

$[0, 4]$ (۲)

$[-4, 3]$ (۱)

۳۱ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m، نمودار تابع درجه دوم $y = mx^2 + (2m - 1)x + m - 2$ محور x ها را در دو نقطه با طول‌های مثبت قطع می‌کند؟

هر مقدار m (۴)

هیچ مقدار m (۳)

$0 < m < \frac{1}{2}$ (۲)

$m < 0$ یا $m > 2$ (۱)

۳۲ نامعادله‌ی $|2x - 3| < x$ ، معادل با کدام نامعادله است؟

$1 < |x - 2| < 2$ (۴)

$0 < |x - 2| < 1$ (۳)

$|x - 2| < 1$ (۲)

$|x - 2| < 2$ (۱)

۳۳ معادله $5x^2 + 1 = 4x^3$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۴ معادله $|3x| = 3x - x^2 - 4$ چند جواب دارد؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۵ مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $|x^2 + x - 4| = |2x + 9| + |x^2 + 3x + 5|$ چند عدد صحیح منفی را شامل نمی‌شود؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) بی‌شمار

۳۶ تابع $f(x) = |x| + |x - 1|$ مفروض است. نمودار تابع $y = f(|x|)$ با محور x ها و دو خط $x = 1$ و $x = -1$ چه مساحتی می‌سازد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

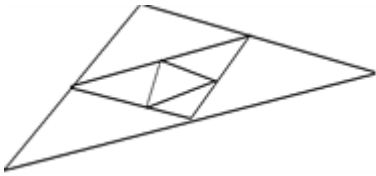
۳۷ دو قطار یکی از A و دیگری از B به‌طور هم‌زمان به طرف یک‌دیگر حرکت می‌کنند و بعد از ۲۰ دقیقه به هم می‌رسند. اگر قطاری که از A حرکت کرده است، ۹ دقیقه زودتر از قطار دوم تمام فاصله‌ی بین A و B را طی کند، قطار دوم در چند دقیقه این مسافت را طی می‌کند؟

- ۱) ۳۵ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

۳۸ معادله‌ی $(x^2 + 1)^2 - 7(x^2 + 1) + 12 = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱) ۴ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۱

۳۹ مثلث روبه‌رو را با محیط P و مساحت S در نظر بگیرید. با متصل کردن وسط‌های اضلاع این مثلث، مثلث کوچکتری به‌دست می‌آید. این فرایند را به‌طور متوالی ادامه می‌دهیم. مجموع محیط و مساحت مثلث‌های به‌دست آمده به‌ترتیب چقدر است؟



- ۱) $4S, 2P$ ۲) $4S, \frac{2}{3}P$ ۳) $\frac{4}{3}S, 2P$ ۴) $\frac{4}{3}S, \frac{2}{3}P$

۴۰ جملات چهارم، ششم و هفتم یک دنباله‌ی هندسی (با جملات متمایز و غیرصفر) به‌ترتیب جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی‌اند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- ۱) $q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ۲) $q = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ ۳) $q = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ ۴) $q = \frac{\sqrt{5}}{2}$

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر رضا دیوار را در t ساعت رنگ بزند، برادرش در $t+2$ ساعت آن را رنگ می‌زند، بنابراین در

هر ساعت رضا $\frac{1}{t}$ دیوار و برادرش $\frac{1}{t+2}$ از دیوار را رنگ می‌زند. پس وقتی دو نفری کار کنند در هر ساعت به اندازه

$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+2}$ از دیوار را رنگ می‌زند. طبق فرض و اینکه ۲ ساعت و ۲۴ دقیقه مساوی $2\frac{1}{4}$ ساعت است، نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+2} = \frac{1}{2\frac{1}{4}} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{2t+2}{t(t+2)} = \frac{5}{12} \Rightarrow 5t^2 + 10t = 24t + 24 \Rightarrow 5t^2 - 14t - 24 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 196 + 480 = 676 \Rightarrow t = \frac{14 \pm 26}{10} \Rightarrow t = 4 \text{ یا } t = -1\frac{1}{2} \text{ (غیرقابل قبول)}$$

۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه متغیر x را حساب می‌کنیم.

$$x^2 + 3x^2 - 4 = (x^2 + 4)(x^2 - 1) \geq 0 \Rightarrow x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1$$

$$x^2 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x^2 + 4x + 4) = (x-1)(x+2)^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x = -2$$

از اشتراک دو مجموعه به دست آمده، مشخص می‌شود که محدوده قابل قبول برای x مجموعه $\{-2\} \cup [1, +\infty)$ است.

از طرفی تابع f روی بازه $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی است؛ زیرا از مجموع دو تابع اکیداً صعودی تشکیل شده است. همچنین

$$f(1) = 0 \text{ و } f(-2) = \sqrt{24}. \text{ بنابراین تابع } f \text{ در } x = -2 \text{ برابر } \sqrt{24} \text{ است و در بازه } [1, +\infty) \text{ مقداری مثل } x \text{ می‌توان پیدا}$$

کرد که $f(x) = \sqrt{24}$ باشد، این یعنی معادله ۲ جواب حقیقی دارد.

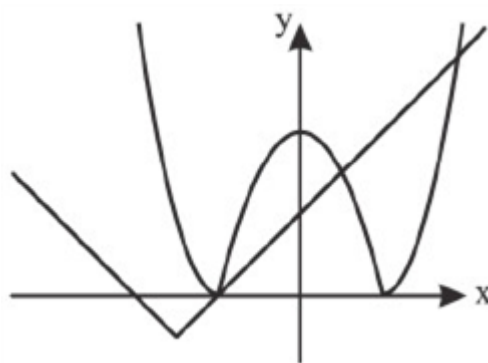
۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار توابع $y = |x^2 - 4|$ و $y = |x+3| - 1$ را رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل، باید نقاط برخورد تابع $|x^2 - 4|$ با شاخه راست تابع $|x+3| - 1$ یعنی $x+2$ را پیدا می‌کنیم.

$$|x^2 - 4| = x+2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = x+2 \Rightarrow x=3 \\ x^2 - 4 = -x-2 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

پس $a=1$ و $b=3$ ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 3 = 0$ است.



۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x}{1} = \frac{5x+4}{x^2+4x+4} \Rightarrow x^2+4x^2+4x=5x+4 \Rightarrow x^2+4x^2+4x-5x-4=0$$

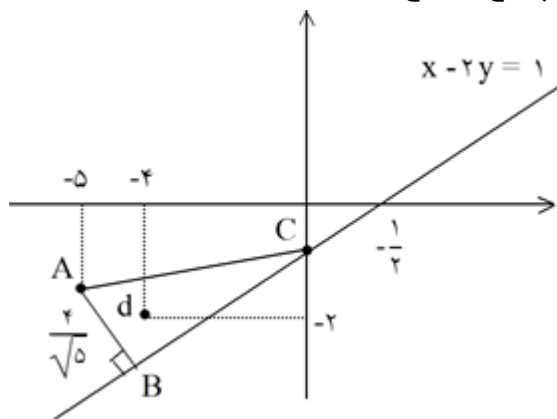
$$\Rightarrow x^2+4x^2-x-4=0$$

$$x^2(x+4) - (x+4) = 0 \Rightarrow (x+4)(x^2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \text{ غ ق} \\ x = 1 \text{ ✓} \\ x = -1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

دقت کنید که $x = -1$ و $x = -4$ در دامنه توابع قرار ندارند.

۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

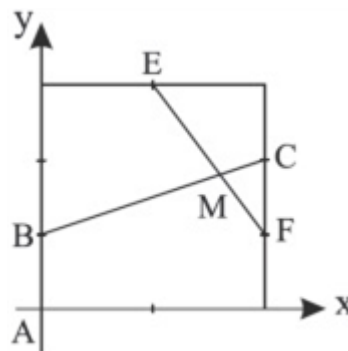
$$\begin{cases} B(0, 2) \\ C(2, 4) \end{cases} \Rightarrow \text{معادله BC: } y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\begin{cases} E(2, 4) \\ F(2, 2) \end{cases} \Rightarrow \text{معادله EF: } y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$M: \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$AM = \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 (1^2 + 3^2)} = 2$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجا که $\frac{x+1-x}{2} = \frac{1}{2}$ است، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}+t\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}-t\right)^2} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{\frac{1}{2}+t^2-t+\frac{1}{2}+t^2+t}{\left(\frac{1}{2}-t^2\right)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{2t^2+\frac{1}{2}}{t^4-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{4}} = \frac{16}{9}$$

و داریم:

$$\Rightarrow 160t^4 - 80t^2 + 10 = 18t^4 + \frac{9}{2} \Rightarrow 160t^4 - 98t^2 + \frac{11}{2} = 0$$

در این معادله دو مجذوری، Δ ، S و P همگی مثبت هستند، یعنی ۴ مقدار متفاوت برای t پیدا می‌شود که دو به دو قرینه هستند، پس داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \left(\frac{1}{2}+t_1\right) + \left(\frac{1}{2}-t_1\right) + \left(\frac{1}{2}+t_2\right) + \left(\frac{1}{2}-t_2\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

راه دوم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{(x-1)^2 + x^2}{(x^2-x)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{2x^2-2x+1}{(x^2-x)^2} = \frac{16}{9}$$

$$\xrightarrow{x^2-x=t} \frac{2t+1}{t^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{2t+1}{t^2} + \frac{t^2}{t^2} = \frac{16}{9} + \frac{9}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{(t+1)^2}{t^2} = \frac{25}{9} \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{t}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{t} = \frac{5}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 - x = \frac{3}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 \\ 1 + \frac{1}{t} = -\frac{5}{3} \Rightarrow t = -\frac{3}{2} \Rightarrow x^2 - x = -\frac{3}{2} \Rightarrow x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 1 = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به معادله‌ی $x^2 + 12x + 4 = 0$ ، $x^2 + 12x + 4 = 0$ و $S = x_1 + x_2 = -12$ ، $P = x_1 x_2 = 4$ پس $x_1 < x_2 < 0$ پس به دنبال معادله‌ای

با ریشه‌های $\frac{1}{(\sqrt{-x_1}+1)^2}$ و $\frac{1}{(\sqrt{-x_2}+1)^2}$ هستیم:

$$P' = \frac{1}{(\sqrt{-x_1}+1)^2} \times \frac{1}{(\sqrt{-x_2}+1)^2} = \frac{1}{(\sqrt{x_1 x_2} + \sqrt{-x_1} + \sqrt{-x_2} + 1)^2}$$

با فرض $A = \sqrt{-x_1} + \sqrt{-x_2}$ ، داریم:

$$A^2 = -x_1 - x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = -(S) + 2\sqrt{P} = 16 \xrightarrow{A>0} A = 4$$

$$\Rightarrow P' = \frac{1}{(4)^2} = \frac{1}{16}$$

$$S' = \frac{1}{(\sqrt{-x_1}+1)^2} + \frac{1}{(\sqrt{-x_2}+1)^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{-x_2}+1)^2 + (\sqrt{-x_1}+1)^2}{(\sqrt{-x_1}+1)^2 (\sqrt{-x_2}+1)^2} = \frac{(\sqrt{-x_2}+1)^2 + (\sqrt{-x_1}+1)^2}{4^2}$$

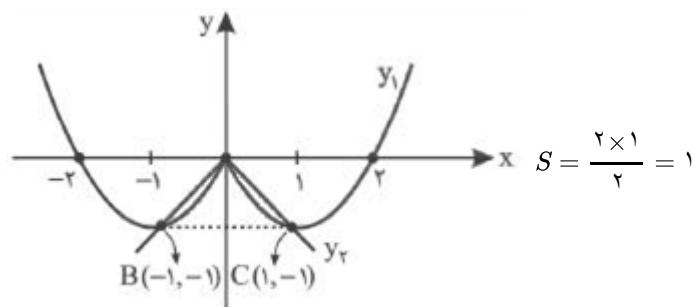
$$= \frac{-x_2 - x_1 + 2(\sqrt{-x_2} + \sqrt{-x_1}) + 2}{4^2} = \frac{12 + 4 + 2}{4^2} = \frac{18}{16}$$

$$\xrightarrow{x^2 - S'x + P' = 0} x^2 - \frac{18}{16}x + \frac{1}{16} = 0 \Rightarrow 16x^2 - 18x + 1 = 0$$

$$y_1 = x^2 - 2|x| = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ x^2 + 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$y_2 = -|x|$$

نمودار دو تابع را دقیق رسم می‌کنیم:



$$\alpha = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 6 \\ P = \alpha\beta = 9 - 4 = 5 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\beta = 2 - \sqrt{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا قدرمطلق را با توجه به ریشه‌ی عبارت داخل آن، بازه‌بندی می‌کنیم:

$$(1) \begin{cases} x \geq 1 : 2ax + x - 1 = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{2a+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{2a+1} - 1 \geq 0 \\ \Rightarrow \frac{1-2a}{2a+1} \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x < 1 : 2ax + 1 - x = 1 \Rightarrow (2a - 1)x = 0 \\ \text{اگر } 2a - 1 = 0 \text{ باشد، آن گاه به ازای هر } x \text{، معادله ی } (2a - 1)x = 0 \text{ برقرار است و معادله بی شمار جواب دارد، پس برای این که معادله ۲ جواب داشته باشد، باید ضریب متغیر مخالف صفر باشد، بنابراین داریم:} \\ 2a - 1 \neq 0 \Rightarrow a \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2} \Rightarrow |a| < \frac{1}{2}$$

۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون نقاط $A(-3, 2)$ و $B(\alpha, \beta)$ نسبت به خط $4x - 3y = 7$ قرینه‌ی یکدیگرند. پس باید اولاً، وسط AB روی خط $4x - 3y = 7$ قرار گیرد. ثانیاً، شیب خط AB ، عکس و قرینه‌ی شیب خط $4x - 3y = 7$ باشد، پس داریم:

$$AB \text{ وسط } M\left(\frac{\alpha - 3}{2}, \frac{\beta + 2}{2}\right) \Rightarrow 4\left(\frac{\alpha - 3}{2}\right) - 3\left(\frac{\beta + 2}{2}\right) = 7$$

$$\Rightarrow 4\alpha - 12 - 3\beta - 6 = 14 \Rightarrow 4\alpha - 3\beta = 32 \quad (1)$$

$$4x - 3y = 7 \Rightarrow \text{شیب } m = \frac{4}{3} \Rightarrow AB \text{ شیب } m' = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta - 2}{\alpha + 3} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 4\beta - 8 = -3\alpha - 9 \Rightarrow 4\beta + 3\alpha = -1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 3\beta = 32 \\ 4\beta + 3\alpha = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16\alpha - 12\beta = 128 \\ 12\beta + 9\alpha = -3 \end{cases} \Rightarrow 25\alpha = 125 \Rightarrow \alpha = 5 \Rightarrow \beta = -4$$

پس مختصات نقطه B به صورت $B(5, -4)$ است و فاصله‌ی آن از نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم یعنی خط $x + y = 0$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$d = \frac{|5 - 4|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا میزان رنگ را در هر یک از دو مخلوط به دست می‌آوریم:

$$\frac{10n}{100} \times 11 = \frac{11n}{10}, \quad \frac{70}{100} \times n = \frac{7n}{10}$$

مخلوط اولیه‌ی $(11 + n)$ کیلوگرم است که با تبخیر $0/4$ کیلوگرم آن به $(10/4 + n)$ کیلوگرم رسیده است، پس:

$$\frac{\frac{11n}{10} + \frac{7n}{10}}{10/4 + n} = \frac{50}{100} \Rightarrow \frac{11n + 7n}{10/4 + 10n} = \frac{1}{2} \Rightarrow 26n = 10/4 + 10n$$

$$\Rightarrow 26n = 10/4 \Rightarrow n = 4$$

۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_1 = 4 - 8 + 1 = -3$$

۱۵

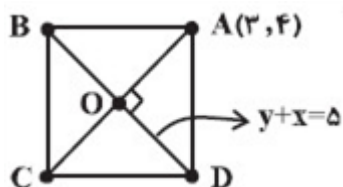
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4x + 3y - m = 0 \Rightarrow A(1, -2)$$

$$\text{فاصله نقطه } A \text{ تا خط} = \frac{|4x_A + 3y_A - m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|4 - 6 - m|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$= \frac{|-2 - m|}{5} = 6 \Rightarrow |m + 2| = 30 \Rightarrow m + 2 = \pm 30 \Rightarrow m = 28, m = -32$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $(3, 4)$ در معادله‌ی خط $y + x = 5$ صدق نمی‌کند.



$$BD : y + x = 5$$

شیب AC قرینه و معکوس شیب BD است که برابر ۱ می‌شود.

$$AC : y - 4 = (x - 3) \Rightarrow y = x + 1$$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y + x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow O(2, 3)$$

نقطه‌ی O وسط نقاط A و C است. پس:

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = x_O \Rightarrow \frac{3 + x_C}{2} = 2 \Rightarrow x_C = 1 \\ \frac{y_A + y_C}{2} = y_O \Rightarrow \frac{4 + y_C}{2} = 3 \Rightarrow y_C = 2 \end{cases} \Rightarrow C(1, 2)$$

قطر این مربع برابر است با:

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

پس ضلع مربع برابر است با ۲. در نتیجه رئوس B و D، هم روی خط $y + x = 5$ قرار دارند، هم از رأس A به فاصله‌ی ۲

واحد هستند. $D(\alpha, 5 - \alpha)$

$$AD = 2 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (5 - \alpha - 4)^2} = 2 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 - 6\alpha + 9 + 1 - 2\alpha + \alpha^2} = 2$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 - 8\alpha + 10 = 4 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 1 \Rightarrow B(1, 4) \\ \alpha_2 = 3 \Rightarrow D(3, 2) \end{cases}$$

پس نقطه‌ی $(2, 3)$ جزء رئوس این مربع نیست.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع مینیمم‌دار است، بنابراین $a > 0$ است. از طرفی عرض از مبدأ آن منفی است، در نتیجه

$$f(0) = c < 0. \text{ هم‌چنین طول رأس آن مثبت است، یعنی } x = \frac{-b}{2a} > 0$$

$$\frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a>0} -b > 0 \Rightarrow b < 0$$

$$c + b < 0$$

بنابراین $a > 0$ ، $b < 0$ و $c < 0$ و همواره:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3x + 2y = 4 \Rightarrow 2y = -3x + 4 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 2$$

$$\text{شیب خط عمود} = \frac{-1}{-\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

خط از نقطه $(2, 0)$ می‌گذرد، پس:

$$y - 0 = \frac{2}{3}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \Rightarrow 3y = 2x - 4 \Rightarrow 3y - 2x = -4$$

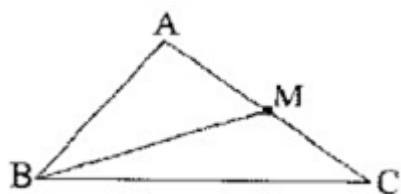
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 3a \leq x - b + 3 \leq -3a \Rightarrow 3a + b - 3 \leq x \leq -3a + b - 3 \\ a \leq x \leq b \text{ از طرفی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + b - 3 = a \Rightarrow 2a + b = 3 \\ b = -3a + b - 3 \Rightarrow a = -1 \end{cases} \Rightarrow b = 5 \Rightarrow b - 2a = 5 - 2(-1) = 7$$

۲۰

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



$$\Rightarrow M = \frac{A+C}{2}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-1-2}{2}, \frac{4-2}{2}\right)$$

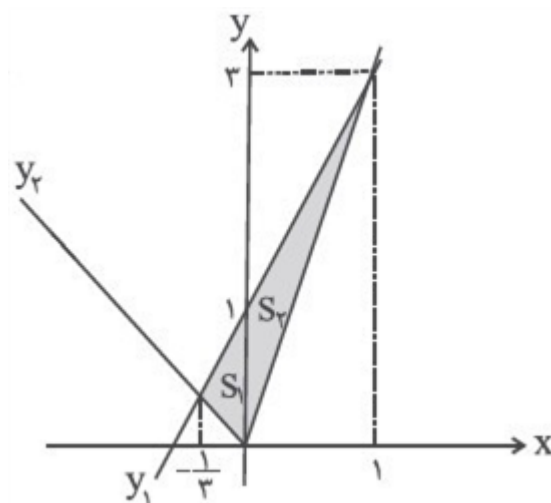
$$\Rightarrow M(-\frac{3}{2}, 1) \xrightarrow{B(1,2)} BM = \sqrt{(-\frac{3}{2}-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$$

۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y_2 = \begin{cases} -x & ; x < 0 \\ 3x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

نمودارهای این دو تابع در شکل زیر رسم شده‌اند. واضح است که طول نقاط برخورد نمودارها، جوابهای دو معادله

یعنی $x_2 = 1$ و $x_1 = -\frac{1}{3}$ هستند. $3x = 2x + 1$ و $-x = 2x + 1$ 

با توجه به نمودار داریم:

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(1 \times \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6}, S_2 = \frac{1}{2} (1 \times 1) = \frac{1}{2} \Rightarrow S = S_1 + S_2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

۲۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر مربع، اضلاع مقابل با یکدیگر موازی‌اند؛ پس معادله خط $4x - 4y = 1$ را در ۲ ضرب

می‌کنیم تا ضرایب دو خط دقیقاً با هم برابر شوند داریم:

$$-6x + 8y = -2$$

با مقایسه دو خط داده شده می‌توان نتیجه گرفت $m = -6$ می‌باشد. حال برای به‌دست آوردن مساحت مربع، فاصله دو

خط داده شده برابر با ضلع مربع می‌باشد. داریم:

$$d = \frac{|n+2|}{\sqrt{36+64}} = \frac{|n+2|}{10}$$

$$S = \frac{|n+2|}{10} \times \frac{|n+2|}{10} = \frac{n^2+4n+4}{100} = 1$$

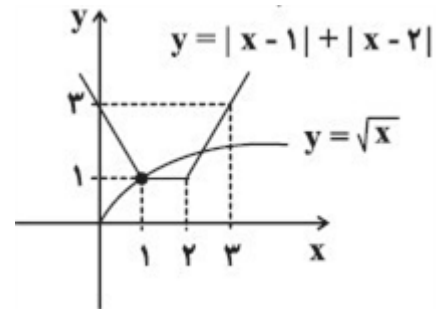
$$\Rightarrow n^2 + 4n + 4 = 100 \Rightarrow n^2 + 4n - 96 = 0$$

$$\Rightarrow (n+12)(n-8) = 0 \Rightarrow n = 8, n = -12$$

$$m+n = -6+8=2 \quad \text{یا} \quad m+n = -6-12 = -18$$

۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جواب‌های معادله $|x-1| + |x-2| = \sqrt{x}$ را به روش هندسی تعیین می‌کنیم، یعنی نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ و $y = |x-1| + |x-2|$ را با هم در یک دستگاه رسم می‌کنیم و مکان نقاط برخورد را پیدا می‌کنیم. با توجه به اندازه‌های روی شکل واضح است که یکی از نقاط برخورد در نقطه $x_1 = 1$ و دیگری در بازه $(2, 3)$ قرار دارد. بنابراین حاصل ضرب جواب‌های این معادله را بازه $(2, 3)$ قرار دارد.



۲۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، روابط زیر برقرار

$$\text{است: } S = \frac{-b}{a}, P = \frac{c}{a}$$

ابتدا معادله‌ی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (2x-1)^2 &= x^2 + 5x + 10 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x^2 + 5x + 10 \\ \Rightarrow 3x^2 - 9x - 9 &= 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 3 = 0 \end{aligned}$$

از آنجا که $\Delta = (-3)^2 - 4(-3) = 21$ عددی مثبت است، معادله دو ریشه‌ی حقیقی دارد که مطابق نکته مجموع آن‌ها

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3 \quad \text{برابر است با:}$$

۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $A(3, 4)$ روی خطوط به معادله‌ی $3x + 2y = 1$ و $2x - 3y = 2$ قرار ندارد. بنابراین فاصله‌ی A از دو خط مفروض، در واقع اندازه‌ی طول و عرض مستطیل مورد نظر می‌باشد. بنابراین به محاسبه‌ی اندازه‌ی طول و عرض مستطیل می‌پردازیم:

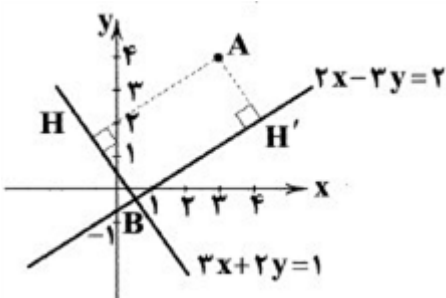
$$AH = \frac{|3(3) + 2(4) - 1|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{16}{\sqrt{13}}$$

فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط $3x + 2y - 1 = 0$ برابر است با:

فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط $2x - 3y - 2 = 0$ برابر است با:

$$AH' = \frac{|2(3) - 3(4) - 2|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{8}{\sqrt{13}}$$

$$\text{مساحت مستطیل } AHBH' = AH \times AH' = \frac{16}{\sqrt{13}} \times \frac{8}{\sqrt{13}} = \frac{128}{13}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل سؤال، در خط Δ ، طول از مبدأ ۱- و عرض از مبدأ ۲ است، معادله آن را می‌نویسیم:

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2x - y = -2$$

$$\Rightarrow \Delta: 2x - y + 2 = 0$$

$$d = \frac{|2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

فاصله مبدأ از خط Δ برابر است با:

۲۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله خط میانه AM به صورت زیر بدست می‌آید:

$$A \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right), BC \text{ وسط } M \left(\frac{x_B+x_C}{2}, \frac{y_B+y_C}{2} \right) = 0$$

$$m_{AM} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{1}{2} - 0} = -1 \Rightarrow y = -x + 3 = -1(x - 1)$$

$$y = -x + 3 \xrightarrow{y=0} -x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: مطابق شکل با استفاده از قضیه فیثاغورس شعاع نیم دایره به دست می‌آید.

$$OS = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

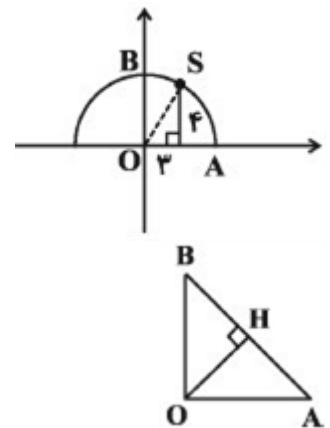
در نتیجه مختصات نقطه A و B به راحتی $A(5, 0)$ و $B(0, 5)$ به دست می‌آید. حال با محاسبه شیب AB معادله AB را می‌نویسیم که به صورت $x + y - 5 = 0$ به دست می‌آید.

حال فاصله O را از AB به دست می‌آوریم:

$$OH = \frac{|0 + 0 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

روش دوم:

$$S_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{OH \times AB}{2} \Rightarrow \frac{5 \times 5}{2} = \frac{OH \times 5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OH = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$



۲۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم قیمت جنس قبل از تخفیف x تومان بوده است، پس شخص می‌توانسته تعداد $\frac{1000}{x}$ از جنس بخرد. پس از تخفیف قیمت جنس چند برابر ۱۵ - x و تعداد برابر $\frac{990}{x-15}$ است.

$$\frac{1000}{x} + 1 = \frac{990}{x-15} \Rightarrow (x-15)(x+1000) = 990x$$

$$\Rightarrow x^2 + 985x - 15000 = 990x \Rightarrow x^2 - 5x - 15000 = 0$$

$$(x-125)(x+120) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -120 \\ x = 125 \end{cases} \checkmark$$

۳۰

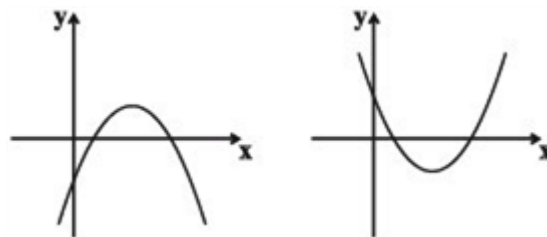
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|y-7| = 7 - |2x+1| \xrightarrow{|y-7| \geq 0} 7 - |2x+1| \geq 0 \Rightarrow |2x+1| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq 2x+1 \leq 7$$

$$\xrightarrow{-1} -8 \leq 2x \leq 6 \xrightarrow{\div 2} -4 \leq x \leq 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن که نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در دو نقطه با طولهای

مثبت قطع کند باید به یکی از صورتهای زیر باشد:

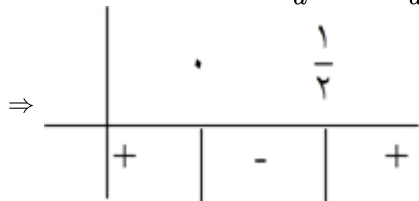


با توجه به نمودارهای فوق خواهیم داشت:

$$(۱) \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 4(m)(m-2) > 0$$

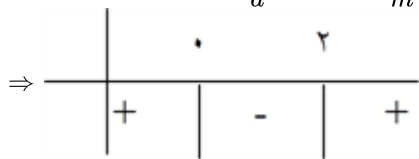
$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 8m > 0 \Rightarrow 4m + 1 > 0 \Rightarrow m > -\frac{1}{4}$$

$$(۲) S = \alpha + \beta > 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} < 0$$



$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب: } 0 < m < \frac{1}{2}$$

$$(۳) P = \alpha \cdot \beta > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m} > 0$$



$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب: } m < 0 \text{ یا } m > 2$$

باید از سه مجموعه جواب به دست آمده اشتراک بگیریم، کاملاً واضح است که این سه مجموعه جواب هیچ اشتراکی ندارند، بنابراین مقداری برای m نمی‌توان یافت.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|2x-3| < x \Rightarrow -x < 2x-3 < x \Rightarrow 3-x < 2x < 3+x \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 < x < 3 \Rightarrow |x-2| < 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را به صورت $4x^2 - 5x + 1 = 0$ می‌نویسیم. حال با فرض $x^2 = t$ خواهیم داشت:

$$4t^2 - 5t + 1 = 0 \Rightarrow (4t-1)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \xrightarrow{t=x^2} x^2=1 \Rightarrow x=1 \\ t=\frac{1}{4} \xrightarrow{t=x^2} x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

راه حل اول:

نکته: عبارت درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره منفی است، هرگاه $\Delta < 0$ و $a < 0$.

سمت چپ معادله یک عبارت قدرمطلق است. پس سمت راست معادله حتماً باید مثبت باشد تا معادله جواب داشته باشد.

ولی عبارت $3x - x^2 - 4$ مطابق نکته یک عبارت همواره منفی است. پس این معادله جواب ندارد.

راه حل دوم:

نکته: $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

مطابق نکته داریم:

$$|3x| = 3x - x^2 - 4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 0 : 3x = 3x - x^2 - 4 \Rightarrow x^2 = -4 & \times \\ x < 0 : -3x = 3x - x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 20 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6 + \sqrt{20}}{2} = 3 + \sqrt{5} \\ \text{یا} \\ x = \frac{6 - \sqrt{20}}{2} = 3 - \sqrt{5} \end{cases} \end{cases}$$

چون هر دو جواب مثبت هستند، پس غیرقابل قبول اند. بنابراین این معادله جواب ندارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم زمانی معادله‌ی $|a| + |b| = |a - b|$ برقرار است که $ab \leq 0$ باشد. بنابراین با توجه

$$\text{به این که} \quad \underbrace{(x^2 + 3x + 5)}_a - \underbrace{(2x + 9)}_b = x^2 + x - 4$$

داریم:

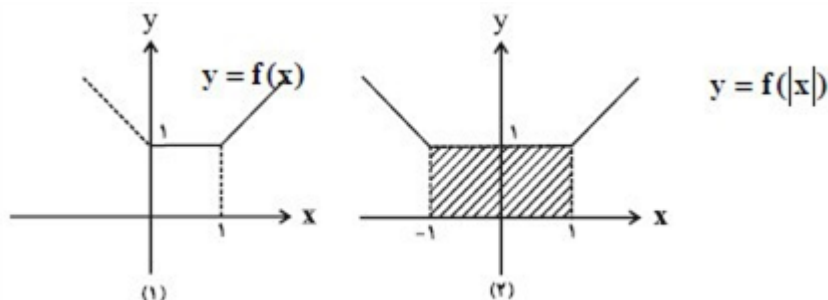
$$(x^2 + 3x + 5)(2x + 9) \leq 0$$

عبارت $x^2 + 3x + 5$ همواره مثبت است ($\Delta < 0, a > 0$) بنابراین:

$$2x + 9 \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{-9}{2}$$

پس اعداد صحیح -۱، -۲، -۳ و -۴ را شامل نمی‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای رسم $y = f(|x|)$ ابتدا $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم، نمودار را به ازای $x < 0$ حذف می‌کنیم و قسمت‌هایی از نمودار به ازای $c > 0$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.



$$S = 2 \times 1 = 2$$

بنابراین مساحت هاشور خورده برابر است با:

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زمانی که کل مسیر طی می‌شود: ۳۷

t دقیقه = قطار A (اول)

$$(دوم) \text{ قطار } B = t + 9 \Rightarrow \frac{1}{t} + \frac{1}{t+9} = \frac{1}{20}$$

۲۰ دقیقه = هر دو با هم

$$\frac{2t+9}{t(t+9)} = \frac{1}{20} \Rightarrow t^2 + 9t = 40t + 180 \Rightarrow t^2 - 31t = 180$$

$$\Rightarrow t(t-31) = 180 \Rightarrow t = 36 \Rightarrow t+9 = 45$$

قطار دوم ۴۵ دقیقه‌ای کل مسیر را طی می‌کند.

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است $(x^2 + 1)^2 - 7(x^2 + 1) + 12 = 0 \xrightarrow{x^2+1=t} t^2 - 7t + 12 = 0$ ۳۸

$$\Rightarrow (t-4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=4 \Rightarrow x^2+1=4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3} \\ t=3 \Rightarrow x^2+1=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. مثلث به‌دست آمده در هر مرحله متشابه با مرحله‌ی قبل است و نسبت تشابه آن $\frac{1}{2}$ ۳۹

است. با توجه به توضیحات بالا، می‌توان نتیجه گرفت که:

محیط مثلث‌های به‌دست آمده از دنباله‌ی مقابل پیروی می‌کنند: $P, \frac{P}{2}, \frac{P}{4}, \dots$

مساحت مثلث‌های به‌دست آمده، از دنباله‌ی مقابل پیروی می‌کنند: $S, \frac{S}{4}, \frac{S}{16}, \dots$

$$A_1 = P + \frac{P}{2} + \frac{P}{4} + \dots \Rightarrow A_1 = \frac{P}{1 - \frac{1}{2}} = 2P$$

$$A_2 = S + \frac{S}{4} + \frac{S}{16} + \dots \Rightarrow A_2 = \frac{S}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4S}{3}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر دنباله‌ی هندسی $a_1, a_2, a_3, \dots$ باشد، دنباله‌ی حسابی ما به‌صورت $\dots a_4, a_5, a_6, \dots$ ۴۰

$$a_4 = a_1 q^3, a_5 = a_1 q^4, a_6 = a_1 q^5$$

است. در دنباله‌ی هندسی داریم:

حالا در دنباله‌ی حسابی، وسطی، میانگین دوتای دیگر است.

$$2a_5 = a_4 + a_6 \Rightarrow 2a_1 q^4 = a_1 q^3 + a_1 q^5 \xrightarrow[\text{تقسیم بر } a_1 q^3]{\text{تقسیم بر } a_1 q^3} 2q^2 = 1 + q^2 \Rightarrow q^2 - 2q^2 + 1 = 0$$

$$(q-1)(q^2 - q - 1) = 0 \xrightarrow{q \neq 1} q = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

