



زمان آزمون :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۶/۰۳

عنوان آزمون : تست ریاضی دوازدهم تجربی

فصل ۷

۱ یک مربی می‌خواهد یک بازیکن از بین دو تیم A و B انتخاب کند. اگر ۴۰ درصد از بازیکنان تیم A و ۶۵ درصد از بازیکنان تیم B شرایط لازم برای انتخاب شدن را داشته باشند و بدانیم تعداد بازیکنان A، $\frac{5}{3}$ تعداد بازیکنان B هستند، با کدام احتمال مربی، بازیکنی از تیم B انتخاب خواهد کرد؟

۴ $\frac{39}{79}$

۳ $\frac{39}{43}$

۲ $\frac{47}{800}$

۱ $\frac{41}{800}$

۲ جعبه‌ای شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز است. رضا و مریم به ترتیب شروع به انتخاب مهره‌ها از جعبه، یکی بعد از دیگری، به تصادف و بدون جای‌گذاری می‌کنند تا این‌که یک مهره آبی خارج شود. احتمال این‌که رضا مهره آبی را بیرون بیاورد کدام است؟

۴ $\frac{23}{35}$

۳ $\frac{3}{7}$

۲ $\frac{22}{35}$

۱ $\frac{19}{35}$

۳ علی به طور متوسط از هر ۳ پرتاب خود یکی را در سبد بسکتبال قرار می‌دهد. تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر کمتر از ۳ باشد، علی ۳ پرتاب و در غیر این‌صورت ۲ پرتاب می‌کند. احتمال آن‌که حداقل یکی از پرتاب‌های علی موفق باشد، کدام است؟

۴ $\frac{1667}{30000}$

۳ $\frac{538}{30000}$

۲ $\frac{1667}{3000}$

۱ $\frac{538}{3000}$

۴ جعبه‌ای شامل ۱۰ لامپ است که ۳ تا از آن‌ها معیوب هستند. به تصادف، به طور متوالی و بدون جای‌گذاری، ۳ لامپ از این جعبه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یکی از این لامپ‌ها معیوب است؟

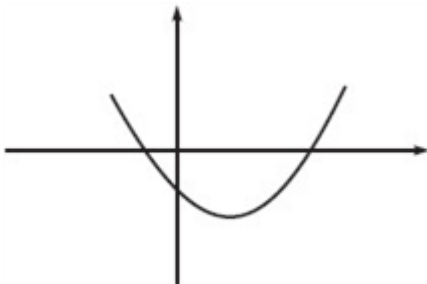
۴ $\frac{7}{10}$

۳ $\frac{33}{40}$

۲ $\frac{21}{40}$

۱ $\frac{17}{24}$

۵ برای تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، ضرایب a و b و c را به طور تصادفی از مجموعه $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که نمودار تابع به دست آمده به صورت مقابل باشد، کدام است؟ (a، b و c متمایزند.)



۴ $\frac{1}{20}$

۳ $\frac{1}{15}$

۲ $\frac{1}{10}$

۱ $\frac{1}{5}$

۶ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۷ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ باشد، چند برابر احتمال آن است که حاصل ضرب دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد؟

- ۱ $\frac{3}{5}$ ۲ $\frac{3}{4}$ ۳ $\frac{2}{3}$ ۴ $\frac{2}{5}$

۸ از بین سلول‌های موجود در جدول ضرب اعداد ۱ تا ۵، دو سلول به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چند درصد احتمال اعداد داخل این سلول‌ها مضرب هیچ‌کدام از اعداد ۲ یا ۳ نیستند؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ ۱

۹ ۱۰ درصد نوزادان متولد شده در یک بیمارستان، دارای گروه خونی O، ۳۰ درصد دارای گروه خونی A و باقی دارای گروه خونی AB هستند. اگر ۵ درصد نوزادان گروه خونی O، ۲۰ درصد نوزادان با گروه خونی A و ۵۰ درصد نوزادان با گروه خونی AB، دارای زردی باشند، چند درصد نوزادان متولد شده در این بیمارستان زردی دارند؟

- ۱ ۳۶ ۲ ۳۷ ۳ ۳۷/۵ ۴ ۳۶/۵

۱۰ در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ را نسبت می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد رو شده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال این‌که شخص صاحب شماره‌ی ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{10}$ ۲ $\frac{1}{9}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۴ $\frac{1}{7}$

۱۱ در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد از جمعیت این شهر تحصیلات دانشگاهی دارند؟

- ۱ $\frac{15}{2}$ ۲ $\frac{15}{6}$ ۳ $\frac{15}{8}$ ۴ $\frac{16}{2}$

۱۲ در ظرفی ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه موجود است. سه مهره یکی پس از دیگری انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که دو مهره از مهره‌های خارج شده سفید باشد چند برابر احتمال این است که فقط مهره اول و دوم سفید باشد؟

- ۱ $\frac{1}{3}$ ۲ ۲ ۳ $\frac{1}{4}$ ۴ ۳

۱۳ از مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی، یک زیرمجموعه‌ی سه عضوی انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این زیرمجموعه شامل ۲ باشد ولی شامل ۳ نباشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{0}{3}$ ۲ $\frac{0}{2}$ ۳ $\frac{0}{15}$ ۴ $\frac{0}{25}$

۱۴ اگر A و B دو پیشامد مستقل بوده و $P(B) = \frac{0}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{0}{8}$ ، آن‌گاه $P(A|B)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{0}{5}$ ۲ $\frac{5}{7}$ ۳ $\frac{3}{8}$ ۴ $\frac{0}{3}$

۱۵ اگر $P(A' \cap B') = \frac{0}{2}$ و $P(A' \cup B') = \frac{0}{6}$ ، در این صورت مقدار $P(B)$ کدامیک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

- ۱ $\frac{0}{3}$ ۲ $\frac{0}{4}$ ۳ $\frac{0}{7}$ ۴ $\frac{0}{8}$

۱۶ سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این‌که مجموع ۳ عدد ظاهر شده برابر ۶ باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{72}$ ۲ $\frac{7}{108}$ ۳ $\frac{5}{108}$ ۴ $\frac{2}{59}$

۱۷ در یک خانواده‌ی چهار فرزند، فرزند اول و آخر هم‌جنس هستند. با کدام احتمال، این خانواده دقیقاً ۲ دختر دارد؟

- ۱ $0/1$ ۲ $0/25$ ۳ $0/5$ ۴ $0/75$

۱۸ در ظرف A چهار مهره قرمز و یک مهره سفید و در ظرف B سه مهره قرمز و دو مهره سفید قرار دارد، دو مهره متوالی با جایگذاری انتخاب می‌کنیم، اگر اولین مهره قرمز باشد با چه احتمالی دومین مهره سفید است؟

- ۱ $\frac{3}{4}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{3}$ ۴ $\frac{2}{7}$

۱۹ سکه‌ای را آن‌قدر پرتاب می‌کنیم تا برای چهارمین بار «رو» بیاید. تعداد حالاتی که می‌توان در ۱۰ بار پرتاب سکه به این نتیجه رسید، کدام است؟

- ۱ ۱۲۰ ۲ ۳۶ ۳ ۲۱۰ ۴ ۸۴

۲۰ سیروس در ۳۰ درصد مواقع با دوچرخه و در ۷۰ درصد مواقع با اتومبیل خود سرکار می‌رود. اگر با دوچرخه برود، در ۵۰ درصد مواقع و چنان‌چه با اتومبیل خود برود، در ۱۵ درصد مواقع دیر می‌رسد. اگر روزی دیر سرکار رسیده باشد، با کدام احتمال با دوچرخه رفته است؟

- ۱ $\frac{10}{17}$ ۲ $\frac{31}{51}$ ۳ $\frac{15}{17}$ ۴ $\frac{23}{51}$

۲۱ در پرتاب دو تاس، اگر مجموع دو عدد رو شده زوج باشد، با چه احتمالی برآمد دقیقاً یکی از تاس‌ها، عدد اول بوده است؟

- ۱ $\frac{1}{9}$ ۲ $\frac{2}{9}$ ۳ $\frac{8}{9}$ ۴ $\frac{4}{9}$

۲۲ در آزمایش تکراری پرتاب دو تاس با هم، احتمال آمدن مجموع ۱۱ قبل از آمدن عدد هر دو تاس یکسان، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{5}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{1}{3}$ ۴ $\frac{1}{2}$

۲۳ از بین ۴ دانش‌آموز سال اول، ۳ دانش‌آموز سال دوم، ۵ دانش‌آموز سال سوم، ۳ نفر را با هم و به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که دانش‌آموز سال دوم انتخاب نشود یا دقیقاً دو دانش‌آموز سال اول انتخاب شود، کدام است؟

- ۱ $\frac{19}{55}$ ۲ $\frac{51}{110}$ ۳ $\frac{24}{55}$ ۴ $\frac{27}{55}$

۲۴ تمام حرف‌های کلمه‌ی "KANOON" را کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی هر دو حرف O کنار هم قرار می‌گیرند؟

- ۱ $\frac{1}{3}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{1}{5}$ ۴ $\frac{1}{2}$

۲۵ ۷ مهره یکسان با شماره‌های ۱، ۲، ... و ۷ در کیسه‌ای وجود دارند اگر سه مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره‌ها عددی زوج است؟

- ۱ $\frac{16}{35}$ ۲ $\frac{17}{35}$ ۳ $\frac{18}{35}$ ۴ $\frac{19}{35}$

۲۶ با استفاده از ارقام $\{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$ ، اعداد ۵ رقمی بدون ارقام تکراری می‌سازیم. احتمال آن‌که عدد ساخته شده بر ۵ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱ $\frac{۱}{۵}$ ۲ $\frac{۱}{۴}$ ۳ $\frac{۲}{۵}$ ۴ $\frac{۱}{۲}$

۲۷ اگر ۶ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادر هستند به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند چه قدر احتمال دارد دو برادر کنار هم نباشند؟

۲۸ از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی، عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد انتخاب شده «عدد اول باشد یا مضرب ۳ نباشد» کدام است؟

۱ $\frac{۵}{۹}$ ۲ $\frac{۲}{۳}$ ۳ $\frac{۴}{۹}$ ۴ $\frac{۷}{۹}$

۲۹ در ظرف A، ۳ مهره‌ی آبی و ۲ مهره‌ی زرد و در ظرف B، ۴ مهره‌ی زرد و ۱ مهره‌ی آبی می‌باشد، ۳ مهره از ظرف A و ۲ مهره از ظرف B انتخاب کرده و در ظرفی خالی می‌ریزیم. سپس از این ظرف مهره‌ای انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این مهره زرد باشد کدام است؟

۱ $\frac{۱۴}{۲۵}$ ۲ $\frac{۱۶}{۲۵}$ ۳ $\frac{۱۷}{۳۶}$ ۴ $\frac{۱۵}{۳۶}$

۳۰ با فرض $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ چند تابع یک به یک از A به A وجود دارد به طوری که شامل زوج مرتب (۱, ۲) باشد ولی (۲, ۱) را نداشته باشد؟

۱ ۴×۵^۳ ۲ $۳^۵$ ۳ $\binom{۵}{۳}$ ۴ ۱۸

۳۱ از جعبه‌ای شامل ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی آبی، سه مهره متوالیاً و بدون جایگذاری برداشته می‌شود. اگر مهره‌ی اول سفید باشد، احتمال این‌که مهره‌ی سوم سفید باشد، کدام است؟

۱ $\frac{۱}{۲}$ ۲ $\frac{۳}{۴}$ ۳ $\frac{۱۵}{۵۶}$ ۴ $\frac{۱۲}{۵۶}$

۳۲ در جعبه‌ی A، ۳ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی آبی و در جعبه‌ی B، ۲ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی وجود دارد، یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و دو مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم، چه قدر احتمال دارد که این دو مهره هم‌رنگ نباشند؟

۱ $\frac{۱۴}{۷۰}$ ۲ $\frac{۴۱}{۷۰}$ ۳ $\frac{۲۹}{۷۰}$ ۴ $\frac{۶۲}{۷۰}$

۳۳ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به طوری که $P(A') = \frac{۲}{۵}$ ، $P(B') = \frac{۱}{۲}$ ، آن‌گاه $P(A \cap B)$ کدام است؟

۱ $\frac{۵}{۵۲}$ ۲ $\frac{۵}{۹۸}$ ۳ $\frac{۵}{۷۲}$ ۴ $\frac{۵}{۲۸}$

۳۴ در یک خانواده‌ی چهار فرزندی می‌دانیم فرزند دوم و سوم دختر هستند. احتمال این‌که دو فرزند دیگر این خانواده پسر باشند چه قدر است؟

۱ $\frac{۳}{۸}$ ۲ $\frac{۱}{۸}$ ۳ $\frac{۱}{۴}$ ۴ $\frac{۱}{۲}$

۳۵) یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر A پیشامد آن باشد که هر دو عدد رو شده اول و B پیشامد آن باشد که جمع اعداد رو شده بزرگتر از ۹ باشد، مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ چه قدر است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۱)

۳۶) از جعبه‌ای حاوی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، متوالیاً و بدون جایگذاری ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی اول و سوم هم‌رنگ‌اند؟

$\frac{12}{49}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{4}{7}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

۳۷) ۳ مهره قرمز و ۵ مهره سیاه در یک کیسه موجود است. ۳ مهره به‌طور تصادفی از این کیسه خارج می‌کنیم، احتمال آن‌که حداکثر ۲ مهره سیاه خارج شده باشد، کدام است؟

$\frac{5}{7}$ (۴)

$\frac{5}{28}$ (۳)

$\frac{15}{28}$ (۲)

$\frac{23}{28}$ (۱)

۳۸) درون ظرفی ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه وجود دارد. از این ظرف ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید خارج شده بیش‌تر از تعداد مهره‌های سیاه خارج شده است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۳۹) در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به‌طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج شده است. بیش‌ترین مقدار در توزیع احتمال آن کدام است؟

$\frac{7}{15}$ (۴)

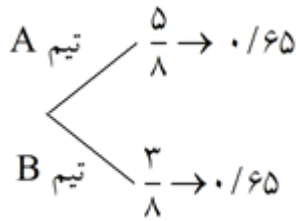
$\frac{8}{15}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

۴۰) در جعبه‌ای ۶ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب موجود است. سه لامپ به تصادف و هم‌زمان خارج می‌کنیم، احتمال آن‌که لامپ‌ها از یک نوع باشند را بیابید.

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\text{احتمال} = \frac{\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{65}{100}\right)}{\left(\frac{4}{10}\right)\left(\frac{5}{8}\right) + \left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{65}{100}\right)} = \frac{\frac{195}{800}}{\frac{395}{800}} = \frac{195}{395} = \frac{39}{79}$$

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رضا یا در مرتبه اول یا مرتبه سوم و یا مرتبه پنجم می‌تواند مهره آبی را خارج کند. پس داریم:

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{پرتاب تاس} & \rightarrow \begin{cases} \text{پرتاب حداقل ۳ یکی موفق باشد} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \text{کمتر از ۳} \rightarrow 1 - P(\text{هیچکدام موفق نباشد}) = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \\ \text{پرتاب حداقل ۲ یکی موفق باشد} \rightarrow \frac{2}{3} \rightarrow \text{بیشتر از ۳} \rightarrow 1 - P(\text{هیچکدام موفق نباشد}) = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \end{cases} \\ P &= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{343}{1000}\right) + \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{49}{100}\right) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{657}{1000} + \frac{2}{3} \times \frac{51}{100} = \frac{1}{300} \left(\frac{657}{10} + 102\right) = \frac{1667}{300 \times 100} \end{aligned}$$

۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید A پیشامد آن باشد که حداقل یکی از سه لامپ خارج شده از جعبه معیوب است. در این صورت A' (متمم پیشامد A) پیشامد آن است که هر سه لامپ خارج شده از جعبه سالم باشند. در این صورت طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$P(A') = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{210}{720} = \frac{7}{24}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

روش دوم: انتخاب به ترتیب و بدون جایگذاری مانند انتخاب همزمان است. پس:

$$P(A) = 1 - \frac{\binom{7}{3}}{\binom{10}{3}} = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای: a باید مخالف صفر باشد. (طبق فرض سؤال، a ، b و c متمایزند).

$$\frac{a}{6} \frac{b}{6} \frac{c}{5} \Rightarrow n(S) = 6 \times 6 \times 5 = 180$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \text{ پیشامد مطلوب (A): با توجه به شکل}$$

$$\frac{a}{3} \frac{b}{3} \frac{c}{2} \Rightarrow n(A) = 3 \times 3 \times 2 = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{180} = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = P(B_1)P(B_1|A) + P(B_2)P(B_2|A)$$

$$P(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{11} = \frac{37}{88}$$

۶

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: به کمک جدول زیر تعداد حالت‌های ممکن برای مجموع دو عدد رو شده در پرتاب دو تاس را در نظر می‌گیریم:

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

برای آن‌که مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ باشد، مجموع آن‌ها باید ۴ یا ۸ یا ۱۲ شود که تعداد حالت‌های آن به ترتیب ۳ و ۵ و ۱ می‌باشد. پس احتمال آن‌که مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ باشد برابر است با:

$$P(A) = \frac{3 + 5 + 1}{6 \times 6} = \frac{9}{36}$$

از طرفی برای آن‌که حاصل ضرب دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد، باید هر دو عدد زوج باشند یا این‌که یکی از اعداد رو شده ۴ باشد:

$$(۱) \quad 3 \times 3 = 9 = \text{تعداد حالت‌هایی که هر دو عدد زوج باشند.}$$

$$(۲) \quad 1 \times 3 = 3 = \text{تعداد حالت‌هایی که تاس اول ۴ و تاس دوم فرد بیاید.}$$

$$(۳) \quad 3 \times 1 = 3 = \text{تعداد حالت‌هایی که تاس اول فرد و تاس دوم عدد ۴ بیاید.}$$

$$\xrightarrow{1, 2, 3} P(B) = \frac{9 + 3 + 3}{36} = \frac{15}{36} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{9}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{3}{5}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جدول ضربی که از اعداد ۱ تا ۵ تولید می‌شود به صورت زیر است:

$$n(S) = \binom{25}{2} = \frac{25 \times 24}{2} = 300$$

	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۲	۳	۴	۵
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵

در جدول بالا ۴ عدد مشخص شده نه مضرب ۲ هستند و نه مضرب ۳، پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2}}{300} = \frac{6}{300} = \frac{1}{50} = 2\%$$

۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{O} \left\{ \begin{array}{l} \%5 \rightarrow \text{زردی} \\ \%95 \rightarrow \text{سالم} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{A} \left\{ \begin{array}{l} \%20 \rightarrow \text{زردی} \\ \%80 \rightarrow \text{سالم} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{AB} \left\{ \begin{array}{l} \%50 \rightarrow \text{زردی} \\ \%50 \rightarrow \text{سالم} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P(\text{زردی}) = \frac{10}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{20}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{50 + 600 + 3000}{10000} = \frac{3650}{10000} = 36.5\%$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول: ۱۰

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

$$A: 10 \text{ مجموع} \Rightarrow \begin{cases} 1, 3, 6 \Rightarrow 3! = 6 \\ 1, 4, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 4, 4 \Rightarrow 3 \\ 2, 2, 6 \Rightarrow 3 \\ 3, 3, 4 \Rightarrow 3 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 27$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

روش دوم: جدول

	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مجموع ۳ تاس	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱
تعداد حالات	$\binom{2}{2}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{5}{2}$	$\binom{6}{2}$	$\binom{7}{2}$	۲۵	۲۷

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق فرمول احتمال کل (قانون جمع احتمالات) داریم: ۱۱

$$P(\text{مطلوب}) = \frac{60}{1000} \times \frac{18}{100} + \frac{40}{1000} \times \frac{12}{100} = \frac{108}{10000} + \frac{48}{10000} = \frac{156}{10000} = 0.0156$$

پس ۱۵/۶ درصد از جمعیت این شهر، تحصیلات دانشگاهی دارند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{\binom{3}{2} \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}}}{\frac{\frac{3 \times 4}{7 \times 5}}{\frac{4}{7 \times 5}}} = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از ۹ عضو} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی شامل ۲ ولی فاقد ۳} = \binom{7}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \text{احتمال مطلوب} = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{21}{84} = \frac{1}{4} = 0.25$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $P(A) = x$ در این صورت خواهیم داشت: ۱۴

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$\Rightarrow 0.8 = x + 0.3 - (0.3)x \Rightarrow (0.7)x = 0.5 \Rightarrow x = \frac{5}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{7}$$

چون A و B مستقل هستند پس $P(A|B) = P(A)$ و بنابراین $P(A|B) = \frac{5}{7}$.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\begin{aligned} P(A' \cap B') &= 0/2 \Rightarrow P((A \cup B)') = 0/2 \\ \Rightarrow 1 - P(A \cup B) &= 0/2 \Rightarrow P(A \cup B) = 0/8 \\ P(A' \cup B') &= 0/6 \Rightarrow P((A \cap B)') = 0/6 \\ \Rightarrow 1 - P(A \cap B) &= 0/6 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/4 \end{aligned}$$

از طرفی می‌دانیم: $(A \cap B) \subseteq B \subseteq (A \cup B)$ ، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A \cap B) \leq P(B) \leq P(A \cup B)$$

پس باید $0/4 \leq P(B) \leq 0/8$ باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\begin{aligned} A &= \{(1, 1, 4), (1, 2, 3), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 2, 2), (1, 4, 1), (4, 1, 1), (2, 3, 1), (3, 2, 1)\} \\ \Rightarrow P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{6^3} = \frac{5 \times 2}{6 \times 36} = \frac{5}{108} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

فرزند اول و آخر همجنس‌اند: فضای نمونه‌ای

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{حالت ۱}}{\text{دختر}} \times \frac{\text{حالت ۲}}{\text{دختر}} \times \frac{\text{حالت ۳}}{\text{دختر}} \times \frac{\text{حالت ۴}}{\text{دختر}} \\ \text{یا} \\ \frac{\text{حالت ۱}}{\text{پسر}} \times \frac{\text{حالت ۲}}{\text{پسر}} \times \frac{\text{حالت ۳}}{\text{پسر}} \times \frac{\text{حالت ۴}}{\text{پسر}} \end{array} \right. \Rightarrow 4 + 4 = 8$$

در فضای نمونه‌ای اگر بخواهیم خانواده دقیقاً ۲ دختر داشته باشد، حالات زیر رخ می‌دهند:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{حالت ۱}}{\text{دختر}} \times \frac{\text{حالت ۲}}{\text{پسر}} \times \frac{\text{حالت ۳}}{\text{پسر}} \times \frac{\text{حالت ۴}}{\text{دختر}} \\ \text{یا} \\ \frac{\text{حالت ۱}}{\text{پسر}} \times \frac{\text{حالت ۲}}{\text{دختر}} \times \frac{\text{حالت ۳}}{\text{دختر}} \times \frac{\text{حالت ۴}}{\text{پسر}} \end{array} \right. \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

پس:

$$P(\text{فرزند اول و آخر همجنس باشند} \mid 2 \text{ دختر داشته باشد}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

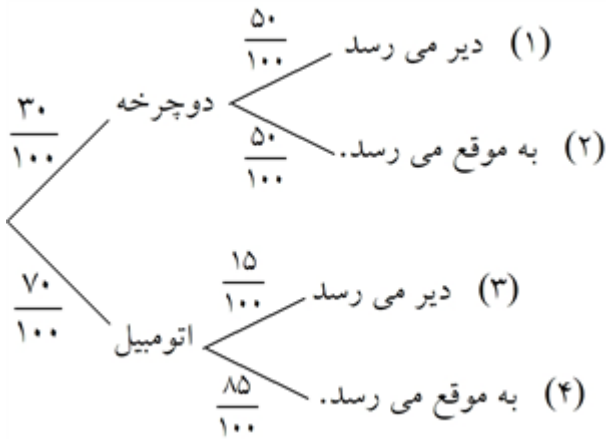
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پیشامد قرمز بودن مهره اول را G_1 و پیشامد سفید بودن مهره دوم را G_2 در نظر ۱۸

می‌گیریم.

$$\begin{aligned} P(G_2 | G_1) &= \frac{P(G_2 \cap G_1)}{P(G_1)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}} \\ &= \frac{\frac{2}{25} + \frac{3}{25}}{\frac{7}{10}} = \frac{\frac{5}{25}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در پرتاب دهم، چهارمین «رو» ظاهر می‌شود، بنابراین در ۹ پرتاب قبلی، ۳ بار سکه به «رو» ۱۹

ظاهر شده است که تعداد حالت‌های آن برابر با ${}^9C_3 = 84$ می‌شود.



خواسته‌ی مسئله (دیر رسیدن | رفتن با دوچرخه) P می‌باشد:

$$P(\text{دیر رسیدن} | \text{رفتن با دوچرخه}) = \frac{P(\text{دیر رسیدن} \cap \text{رفتن با دوچرخه})}{P(\text{دیر رسیدن})}$$

$$= \frac{P(\text{دوچرخه} | \text{دیر رسیدن}) \times P(\text{دوچرخه})}{P(\text{دیر رسیدن})} = \frac{P(\text{شاخه ۱})}{P(\text{شاخه ۱}) + P(\text{شاخه ۳})}$$

$$= \frac{\frac{30}{100} \times \frac{50}{100}}{\frac{30}{100} \times \frac{50}{100} + \frac{70}{100} \times \frac{15}{100}} = \frac{30 \times 50}{30 \times 50 + 70 \times 15} = \frac{1500}{2550} = \frac{10}{17}$$

$n(A) = 18 \Rightarrow$ پیشامد این‌که مجموع ۲ تاس زوج باشد. $A =$

پیشامد این‌که دقیقاً یکی از تاس‌ها عدد اول باشد $B =$

مطلوب: $P(B | A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$

پیشامد این‌که مجموع ۲ تاس زوج و دقیقاً یکی از تاس‌ها، عدد اول باشد. $A \cap B =$

$$= \{(2, 4), (4, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 1), (1, 3), (5, 1), (1, 5)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 8 \Rightarrow P(B | A)$$

$$= \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$x + y = 11 \quad (5, 6), (6, 5) \quad \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

احتمال آمدن هر دو یکسان نیز $\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$ است.

فرض کنید در مرحله‌ی n ام برای اولین بار مثل هم بیایند و در تمام مراحل قبلی جمع ۱۱ نباشد. یعنی در هر گام احتمال

$$\frac{28}{36} \text{ همان } \frac{7}{9} \text{ داریم در گام } n \text{ ام } \frac{1}{6} \text{ خواهیم داشت:}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{9}\right)^n \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{1 - \frac{7}{9}}\right) = \frac{3}{4}$$

ولی سؤال دقیقاً پیشامد متمم را می‌خواهد که می‌شود: $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای تمام حالت‌های انتخاب ۳ دانش‌آموز از $۵ + ۳ + ۴ = ۱۲$ دانش‌آموز است

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۳!} = ۲۲۰$$

که تعداد اعضای آن برابر است با: ۲۲۰

A: هیچ دانش‌آموز سال دوم انتخاب نشود.

B: دقیقاً ۲ دانش‌آموز سال اول انتخاب شود.

با توجه به حرف «یا» بین این دو جمله‌ی پیشامدها، باید $P(A \cup B)$ را به دست بیاوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = P(\text{انتخاب دانش‌آموز از دانش‌آموز سال سوم}) = \frac{\binom{۹}{۳}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۸۴}{۲۲۰}$$

$$P(B) = P(\text{انتخاب دانش‌آموز سال اول و یک دانش‌آموز غیر سال اول}) = \frac{\binom{۴}{۲} \binom{۸}{۱}}{۲۲۰} = \frac{۴۸}{۲۲۰}$$

$$P(A \cap B) = P(\text{انتخاب دانش‌آموز سال اول و یک دانش‌آموز سال سوم}) = \frac{\binom{۴}{۲} \binom{۵}{۱}}{۲۲۰} = \frac{۴۳}{۲۲۰}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{۸۴}{۲۲۰} + \frac{۴۸}{۲۲۰} - \frac{۴۳}{۲۲۰} = \frac{۱۰۲}{۲۲۰} = \frac{۵۱}{۱۱۰}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء که n_1 تای آن‌ها از نوع ۱، n_2 تای آن‌ها از نوع ۲ و ... و n_k تای آن‌ها از نوع k هستند (بدیهی است که باید: $(n_1 + n_2 + \dots + n_k = n)$ ، برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

ابتدا دو حرف O را در کنار هم، یک شیء در نظر می‌گیریم که در این صورت، پنج شیء خواهیم داشت که دو تای آن‌ها یکسانند (دو حرف N)، پس اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، با توجه به نکته‌ی بالا، داریم:

$$n(A) = \frac{۵!}{۲!}$$

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، شش حرف کلمه‌ی "KANOON" که دو حرف N و دو حرف O در آن یکسانند، با توجه به نکته‌ی بالا، به تعداد حالت‌های مقابل جایگشت دارند:

$$n(S) = \frac{۶!}{۲!۲!}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵!۲!}{۶!} = \frac{۵!۲!}{۵! \times ۶} = \frac{۲!}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر بخواهیم مجموع سه عدد زوج باشد باید یا هر سه تای آن‌ها زوج باشند یا دو تای آن‌ها

فرد و یکی زوج باشد. پس تعداد حالات مطلوب می‌شود:

(در بین اعداد $\{۱, ۲, \dots, ۷\}$ تا عدد فرد و ۳ تا عدد زوج داریم).

$$n(A) = \binom{۳}{۳} + \binom{۴}{۲} \binom{۳}{۱} = ۱ + ۶ \times ۳ = ۱۹$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۹}{\binom{۷}{۳}} = \frac{۱۹}{۳۵}$$

۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید برای آن که عددی بر پنج بخش پذیر باشد، باید رقم یکان آن صفر یا پنج باشد.

با در نظر گرفتن این که ارقام موجود در عدد ساخته شده متمایز از هم هستند، داریم:
تعداد حالت هایی که در عدد ساخته شده، عدد صفر در یکان قرار می گیرد:

$$\boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{0}$$

↓
عدد صفر

تعداد حالت هایی که با ارقام مفروض سؤال، می توان عدد پنج رقمی ساخت:

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1}$$

$$P = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{4}$$

بنابراین، احتمال مورد نظر برابر است با:

۲۷ ۲ نمره

$$p(A') = 1 - p(A) \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow$$

$$n(A) = b_1, b_2, \dots = 5! \times 2!$$

$$n(s) = 6! \Rightarrow p(A) = \frac{5! \times 2!}{6!} = \frac{1}{3}$$

$$p(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۲۸

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} A = \{2, 3, 5, 7\} \\ B = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{9}$$

$$\begin{array}{cc} \text{زرد از ظرف A} & \text{زرد از ظرف B} \\ \swarrow & \searrow \\ \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{14}{25} \end{array}$$

۲۹ گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{cc} \text{یک حالت} & \text{سه حالت} \\ \downarrow & \downarrow \\ f: \{(1,1), (2,3), (3,3), (4,2), (5,1)\} \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{عدد یک نباشد} & \text{فقط ۲} \end{array}$$

۳۰ گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$18 = 1 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = \text{حالات مطلوب}$$

۳۱

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. به طور متوالی، پس باید از جایگشت استفاده شود: می دانیم مهره اول سفید است و پس از ۵ مهره ی سفید ۴ مهره باقی می ماند. از مهره ی دومی حرفی زده نشده است، پس کنار می گذاریم، بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید یکی از ۲ جعبه A یا B را انتخاب کنیم که احتمال انتخاب هر کدام از آنها $\frac{1}{2}$ ۳۲

است. حال اگر جعبه A انتخاب شده باشد، احتمال هم‌رنگ نبودن ۲ مهره برابر $\frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{7}{2}}$ و اگر جعبه B انتخاب

شده باشد، احتمال هم‌رنگ نبودن ۲ مهره برابر $\frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{\binom{5}{2}}$ است. بنابراین داریم:

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{3 \times 4}{\frac{7 \times 6}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 3}{\frac{5 \times 4}{2}}$$

$$= \frac{2}{7} + \frac{3}{10} = \frac{41}{70}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۳

$P(A') = 2P(B') = 0/2 \Rightarrow \begin{cases} P(A') = 0/2 \\ P(B') = 0/1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0/2 = 0/8 \\ P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0/1 = 0/9 \end{cases}$
چون A و B دو پیشامد مستقلند، پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/8 \times 0/9 = 0/72$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که جنسیت فرزندان مستقل از هم می‌باشند، لذا احتمال برابر است با: ۳۴

$$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

تذکر: اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند، آنگاه: $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۵

فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس به صورت $S = \{(x, y) \mid x, y \in \{1, 2, \dots, 6\}\}$ است. مجموعه‌ی S دارای ۳۶ عضو است.

$$A = \{(x, y) \in S \mid x, y \in \{2, 3, 5\}\} \Rightarrow n(A) = 3 \times 3 = 9$$

$$B = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(B) = 6$$

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{n(A)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید اولی و سومی سیاه یا اولی و سومی سفید باشند. توجه کنید که چون نمی‌دانیم ۳۶

مهره‌ی دوم چه شرطی دارد، به همین دلیل مانند آن عمل می‌کنیم که رخ نداده است.

$$P(\text{سومی سیاه}) \times P(\text{اولی سیاه}) + P(\text{سومی سفید}) \times P(\text{اولی سفید})$$

$$= \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{12 + 6}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

۳۷

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. احتمال خارج شدن سه مهره‌ی سیاه برابر است با:

$$P' = \frac{\binom{5}{3} \binom{3}{0}}{\binom{5+3}{3}} = \frac{10 \times 1}{56} = \frac{5}{28}$$

احتمال آن‌که حداکثر دو مهره‌ی سیاه از کیسه‌ی مفروض سؤال خارج شود، با پیشامد آن‌که سه مهره‌ی سیاه از آن خارج

شود، متمم است، پس داریم: $P = 1 - P' = 1 - \frac{5}{28} = \frac{23}{28}$ احتمال مورد نظر

۳۸

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$n(A) = \binom{4}{2} \binom{6}{1} + \binom{4}{3} = 40 \Rightarrow \text{تعداد مهره‌های سفید خارج شده بیش‌تر از تعداد مهره‌های سیاه باشد: } A$$

↓↓

هر سه سفید ۲ سفید و ۱ سیاه

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

۳۹

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر X موش‌های سفید انتخاب شده باشد آن‌گاه حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

$$P(X=0) = \frac{1}{3}, P(X=1) = \frac{8}{15}, P(X=2) = \frac{2}{15}$$

ملاحظه می‌شود که $P(X=1) = \frac{8}{15}$ بیش‌ترین است.

X	0	1	2
P(X)	$\frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}}$	$\frac{\binom{6}{1} \binom{4}{1}}{\binom{10}{2}}$	$\frac{\binom{6}{0} \binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$

۴۰

$$\left(\frac{0}{25} \right) \left(\frac{0}{25} \right) \left(\frac{0}{25} \right)$$

$$P(\text{لامپ‌ها از یک نوع}) = \frac{\binom{6}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}}$$

$$\left(\frac{0}{25} \right)$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4
33	1	2	3	4
34	1	2	3	4

35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4

