



نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

نام درس :

نام دبیر :

نام آموزشگاه :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۴/۲۹

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی یازدهم

تجربی (فصل ۶ حد و پیوستگی)

۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [^8x^2 - x]$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) وجود ندارد.

۲) اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 3x}{|x - 3|} + a \left[\frac{6}{x} \right] \right) = \frac{a^2 - 3a}{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟ (،) نماد جزء صحیح است.)

- ۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۶ ۴) -۶

۳) اگر $f(x) = \frac{2 \sin x \cos x + 2 \sin x}{2 \tan x \sin^2 x}$ و $g(x) = [x] + [-x]$ باشند، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} (f \cdot g)(x)$ کدام است؟ (،) نماد جزء صحیح است.)

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) صفر ۴) موجود نیست

۴) با فرض $f(x) = \frac{x^3 + 2x + a}{x^2 - 4}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ برابر $f(b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱) $-12/5$ ۲) $-11/5$ ۳) -10 ۴) -14

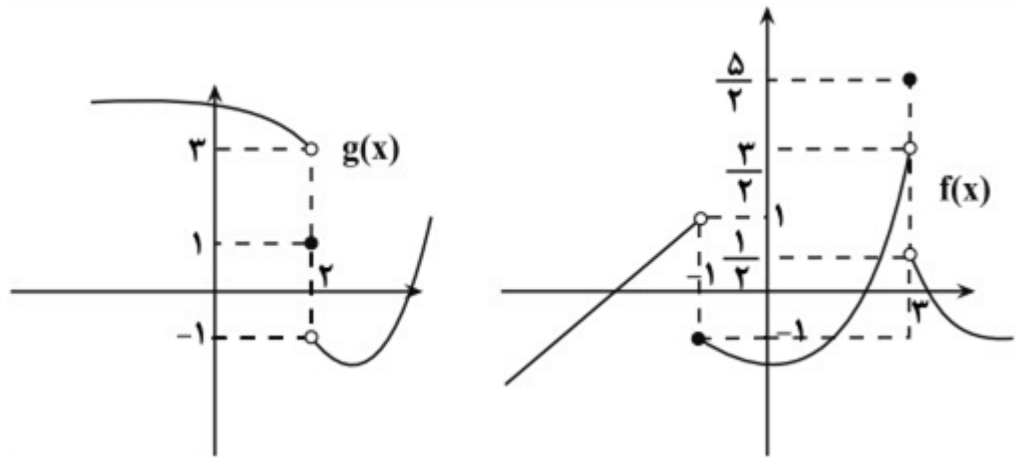
۵) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} -a[-x] - 1 & x < 1 \\ 2b - 1 & x = 1 \\ \frac{b}{x} & x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟ (،) نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^2 + ((m-2)x + a)^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{2\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$ در R پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{5\pi}{3}$ ۴) $\frac{5\pi}{6}$

۷ در صورتی که نمودار دو تابع f و g به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(g(x))$ کدام است؟



- ۱ -۱ (۱) ۲ $\frac{1}{2}$ (۲) ۳ ۱ (۳) ۴ $\frac{5}{2}$ (۴)

۸ کدام تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته نیست؟

- ۱ $f(x) = \sin x$ (۱) ۲ $f(x) = 5^x$ (۲) ۳ $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ (۳) ۴ $f(x) = \log_2 x$ (۴)

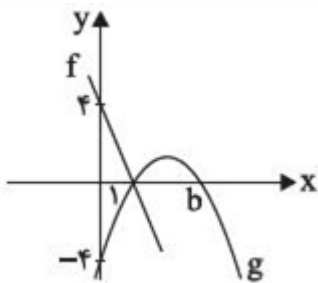
۹ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-1}{\sqrt{x}-[\sqrt{x}]-1}, & 4 < x < 9 \\ a, & x = 9 \\ \frac{ax^2+3}{1-2x^2}, & x > 9 \end{cases}$ در نقطه $x = 9$ پیوستگی چپ داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱ -0.25 (۱) ۲ 0.25 (۲) ۳ 0.5 (۳) ۴ -0.5 (۴)

۱۰ اگر تابع $f(x) = [2 \sin x] - 2a [2 \cos x]$ در $x = \frac{2\pi}{3}$ دارای حد باشد، مقدار a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱ $\frac{1}{2}$ (۱) ۲ $-\frac{1}{2}$ (۲) ۳ ۲ (۳) ۴ -۲ (۴)

۱۱ با توجه به نمودارهای توابع خطی f و سهمی g ، اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g}{f} = -\frac{1}{2}$ باشد، b کدام است؟



- ۱ ۳ (۱) ۲ ۲ (۲) ۳ ۴ (۳) ۴ ۸ (۴)

۱۲ تابع $y = [\cos \pi x]$ در نقطه‌ای با کدام طول، حد دارد ولی پیوسته نیست؟

- ۱ $x = \frac{1}{2}$ (۱) ۲ $x = 1$ (۲) ۳ $x = \frac{3}{2}$ (۳) ۴ $x = 2$ (۴)

۱۳) تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \left[2x - \frac{1}{4}\right] + \left[2x + \frac{3}{4}\right]$ در بازه $\left[-\frac{3}{8}, \frac{13}{8}\right]$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۴) تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+\cos x}}{x-\pi} & x > \pi \\ a \cos\left(\frac{x}{4}\right) & x \leq \pi \end{cases}$ در $x = \pi$ پیوسته است. حاصل $f\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ چقدر است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) -۱

۱۵) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$ کدام است؟

- ۱) $-\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-1)(x-2) - 6}{x(x-1)(x+1) - 24}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{23}$ ۲) $\frac{9}{25}$ ۳) $\frac{13}{27}$ ۴) $\frac{11}{26}$

۱۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x^3 + x - 10}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{13}$ ۲) $\frac{2}{13}$ ۳) $\frac{1}{39}$ ۴) $\frac{1}{78}$

۱۸) تابع $y = [\sqrt{x}]$ در بازه $(0, 1000)$ دارای چند نقطه‌ی ناپیوسته است؟

- ۱) ۲۹ ۲) ۱۰ ۳) ۳۰ ۴) ۳۱

۱۹) تابع $f(x) = \frac{x^3 - 4x + 3}{3x^3 + ax + 9}$ در تمام نقاط R حد دارد. a چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۲۱ ۴) ۲۲

۲۰) حاصل $\lim_{x \rightarrow 5^-} [x]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) -۶ ۴) -۵

۲۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - x + 2}{\sqrt[3]{x+5} - [x]}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) صفر

۲۲) اگر f تابعی خطی باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + f(x)}{x+3} = 2$ ، مقدار $f(3)$ چه عددی است؟

- ۱) ۴۸ ۲) ۳۶ ۳) ۴۲ ۴) ۶۶

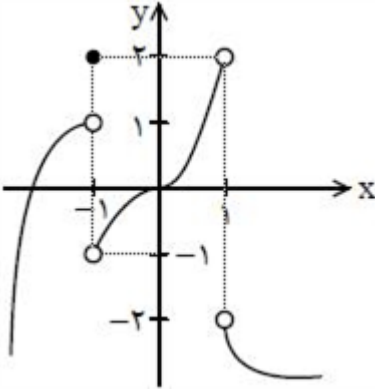
۲۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) 2π (۴)

۲۴ نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. حاصل

$$\left[\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \right] + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{|x|}{[x]}\right)$$

کدام است؟
([] نماد جزء صحیح است.)



- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) وجود ندارد. (۴)

۲۵ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & x < -1 \\ b \cos \pi x & x = -1 \\ \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 5x + 2} & x > -1 \end{cases}$ در $x = -1$ پیوسته باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۵ (۲) -۱ (۳) ۵ (۴)

۲۶ تابع $y = \frac{x}{\left[\frac{x}{2}\right] + 1}$ در نقطه‌ای با کدام طول، تنها دارای همسایگی چپ است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴)

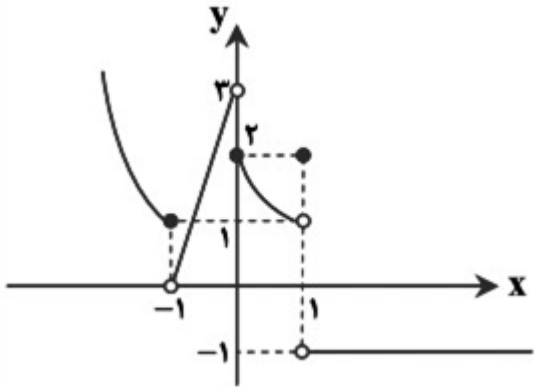
۲۷ اگر حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{x - 2}$ در $x = 2$ برابر با ۱ باشد، آنگاه حد f در $x = a$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸ اگر $f(x)$ یک تابع خطی باشد، $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 4$. حاصل $\lim_{x \rightarrow 5} (2f(x) + 1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲۹ نمودار تابع $f(x)$ به شکل روبه‌رو است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ کدام است؟



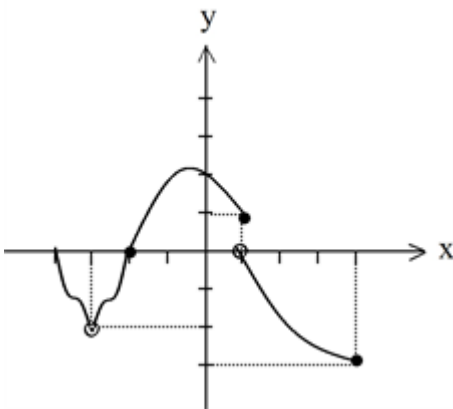
۴ -۱

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۳۰ شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} [f(x)] + 2 \lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



۴ -۱

۳ $-\frac{3}{2}$

۲ $-\frac{5}{2}$

۱ -۳

۳۱ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - 2$ و $g(x) = x^2 + 4x - 8$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

۴ $\frac{5}{21}$

۳ $\frac{2}{27}$

۲ $\frac{1}{18}$

۱ $-\frac{1}{14}$

۳۲ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + 1 & x > 1 \\ 2 & x = 1 \\ b - [-x] + 3 & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ کدام است؟

۴ -۱

۳ -۲

۲ -۳

۱ -۵

۳۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\sin x - \cos x}$ کدام است؟

۴ وجود ندارد.

۳ $-\sqrt{2}$

۲ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱ $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

۳۴ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} + a & ; 1 < x \leq 4 \\ b \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) & ; \frac{1}{4} \leq x < 1 \end{cases}$ با شرط $f(1) = 3$ ، روی بازه‌ی $\left[\frac{1}{4}, 4\right]$ پیوسته است. حاصل $a - b$ کدام است؟

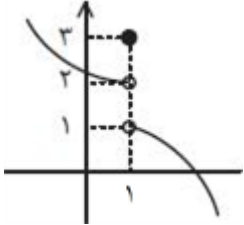
۵ (۴)

-۶ (۳)

-۵ (۲)

۶ (۱)

۳۵ با توجه به نمودار تابع f حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(-x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{2}{x}\right)$ کدام است؟



-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - 6x + 8|}{x[x] - [x]^2}$ ، کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

۲ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۷ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & |x| \leq 1 \\ 2 - \sin \frac{\pi}{4}x & |x| > 1 \end{cases}$ پیوسته باشد، مقدار ab کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{4}$ (۱)

۳۸ حد کسر $\frac{(x-1)^4 + 2(x^2-1)}{(x^2-1)^4 + 3(x-1)}$ وقتی $x \rightarrow 1$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۳۹ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x}} + 2 & x > 0 \\ 3x - a & x \leq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد a کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

صفر (۱)

۴۰ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + 2}{x + b} & x \neq 1 \\ c & x = 1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، c کدام است؟

۲ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$f(x) = \sqrt{x} - x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}}} [f(x)] = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید حدهای چپ و راست در $x = 3$ ، هر دو برابر $\frac{a^2 - 3a}{2}$ باشد: ۲

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{x^2 - 3x}{|x - 3|} + a \left[\frac{\epsilon}{x} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-x + 3a) = 3a - 3 = \frac{a^2 - 3a}{2} \Rightarrow a^2 - 3a + \epsilon = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - 3x}{|x - 3|} + a \left[\frac{\epsilon}{x} \right] \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + a) = 3 + a = \frac{a^2 - 3a}{2} \Rightarrow a^2 - 5a - \epsilon = 0 \quad (2)$$

جواب مشترک معادله‌های ۱ و ۲، $a = \epsilon$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳

$$g(x) = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pi} ([x] + [-x]) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x \cos x + \sin x}{\tan x \sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x \cos x + \sin x}{\frac{\sin x}{\cos x} (\sin x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x (\cos x + 1)}{\frac{\sin x}{\cos x} \times (1 - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x (\cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 - \cos x} = \frac{-1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (f \cdot g)(x) = \lim_{x \rightarrow \pi} f(x) \times \lim_{x \rightarrow \pi} g(x) = -1 \times \frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زمانی حاصل حد وجود دارد که صورت کسر در $x = 2$ برابر صفر باشد. ۴

$$x^2 x + a \Big|_{x=2} \Rightarrow a = -12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x - 12}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 6)}{(x-2)(x+2)} = \frac{6}{4}$$

$$f(b) = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{b^3 + 2b - 12}{b^2 - 4} = \frac{(b-2)(b^2 + 2b + 6)}{(b-2)(b+2)} \Rightarrow 2b^2 + 4b + 12 = 4b + 12$$

$$\Rightarrow 2b^2 - 2b - 12 = 0 \xrightarrow{b \neq 2} b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a + b = -12/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵

$$\left. \begin{aligned} \text{حد راست} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{b}{x} = b \\ \text{حد چپ} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} -a[-x] - 1 = a - 1 \\ \text{مقدار تابع} &= f(1) = 2b - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = 2b - 1 = a - 1 \Rightarrow b = 1, a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 3$$

۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x = a$ باید ریشه مضاعف زیر رادیکال باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 1^2(m-4) = 0 \Rightarrow (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

ریشه صورت و مخرج $x = a \Rightarrow a = -1$

$$\text{صورت: } \frac{\sqrt{3(x+1)^2}}{|x^2+1|} = \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1|(x^2-x+1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \text{صورت} = \lim_{x \rightarrow (-1)} \text{صورت} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{مخرج: } x = a = -1 : \frac{2 \sin b}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: جواب نهایی در حد به صورت مطلق بیان می‌شود، نه نسبی.

پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 2 \Rightarrow f(\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)) = f(2) = \frac{5}{2}$$

۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابعی در R پیوسته است که دامنه آن R و در تمام نقاط دامنه، پیوسته باشد. دامنه همه توابع R هستند ولی دامنهتابع $y = \log_p x$ ، مجموعه $(0, +\infty)$ است.

۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شرط پیوستگی از چپ داریم:

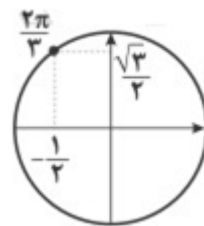
$$\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = f(9) \Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{\sqrt{\sqrt{x}-2}-1}{\sqrt{x}-[\sqrt{x}]-1} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{\sqrt{\sqrt{x}-2}-1}{\sqrt{x}-[\sqrt{x}]-1} \times \frac{\sqrt{\sqrt{x}-2}+1}{\sqrt{\sqrt{x}-2}+1} = \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{\sqrt{x}-2-1}{(\sqrt{x}-2-1)(2)} = \frac{1}{2}$$

حاصل حد تابع f در $+\infty$ برابر است با: $\Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2}x^2 + 3}{1 - 2x^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2}x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{4} = -0.25$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به دایره مثلثاتی مقادیر $\sin x$ و $\cos x$ را در همسایگی زاویه $\frac{2\pi}{3}$ بررسی می‌کنیم.



$$x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^- \Rightarrow \begin{cases} \sin x \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^+ \Rightarrow \sin^+ x \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^+ \\ \Rightarrow \sin^+ x \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+ \Rightarrow \cos^+ x \rightarrow (-1)^+ \end{cases}$$

$$x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+ \Rightarrow \begin{cases} \sin x \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^- \Rightarrow \sin^- x \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^- \\ \Rightarrow \sin^- x \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^- \Rightarrow \cos^- x \rightarrow (-1)^- \end{cases}$$

حال حدهای چپ و راست تابع $f(x)$ در $x = \frac{2\pi}{3}$ را می‌نویسیم.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] - a \left[(-1)^+\right] = \frac{\sqrt{3}}{2} - a(-1) = \frac{\sqrt{3}}{2} + a$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] - a \left[(-1)^-\right] = \frac{\sqrt{3}}{2} - a(-1) = \frac{\sqrt{3}}{2} + a$$

شرط لازم برای وجود حد، برابر حدهای چپ و راست است. داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} + a = \frac{\sqrt{3}}{2} + a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

شیب خط داده شده برابر -4 و عرض از مبدأ آن 4 است، پس ضابطه آن به شکل زیر است:

$$f(x) = -4x + 4$$

همچنین یکی از ریشه‌های سهمی، عدد 1 است پس ضابطه آن به شکل زیر است:

$$g(x) = a(x-1)(x-b)$$

چون عرض از مبدأ تابع -4 است، داریم:

$$g(0) = -4 \Rightarrow ab = -4 \quad (*)$$

حل حد داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g}{f} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)(x-b)}{-4(x-1)} = \frac{a(1-b)}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a - ab = 2 \Rightarrow a = ab + 2 \xrightarrow{(*)} a = -2 \xrightarrow{(*)} b = 2$$

گزینه‌ی «۱»:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} [\cos \pi x] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^+ \right] = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} [\cos \pi x] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^- \right] = 1$$

بنابراین حد ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [\cos \pi x] = \left[(-1)^+ \right] = -1, \quad f(1) = \left[-1 \right] = -1$$

گزینه‌ی «۲»:

بنابراین پیوسته است.

گزینه‌ی «۳»:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^+} [\cos \pi x] = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^+ \right] = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} [\cos \pi x] = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^- \right] = -1$$

بنابراین حد دارد، اما ناپیوسته است.

نکته:

فرض کنید تابع f در $x = a$ پیوسته است و $f(a) \in \mathbb{Z}$.(الف) اگر f در $x = a$ مینیمم نسبی داشته باشد، تابع $[f]$ در a پیوسته است.(ب) اگر f در $x = a$ ماکزیمم نسبی داشته باشد، تابع $[f]$ در a ناپیوسته است، اما حد دارد.(ج) اگر f در همسایگی $x = a$ اکیداً یکنوا باشد، تابع $[f]$ در a ناپیوسته است و حد هم ندارد.بنابراین در سؤال داده‌شده، باید به دنبال نقطه‌ی ماکزیمم نسبی باشیم. تابع $\cos \pi x$ در $x = 2$ ماکزیمم نسبی دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left[2x - \frac{1}{4} \right] + \left[2x + \frac{3}{4} \right] = \left[2x - \frac{1}{4} \right] + \left[2x - \frac{1}{4} + 1 \right] \\ \Rightarrow f(x) &= \left[2x - \frac{1}{4} \right] + \left[2x - \frac{1}{4} \right] + 1 = 2 \left[2x - \frac{1}{4} \right] + 1 \\ -\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{13}{8} &\Rightarrow -\frac{3}{4} \leq 2x \leq \frac{13}{4} \Rightarrow -1 \leq 2x - \frac{1}{4} \leq 3 \\ \Rightarrow 2x - \frac{1}{4} &= -1, 0, 1, 2, 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{9}{8}, \frac{13}{8} \end{aligned}$$

چون نقاط $x = \frac{3}{8}$ و $x = \frac{13}{8}$ نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند، پس کافی است پیوستگی تابع در این نقاط فقط پیوستگی

یکطرفه باشد یعنی داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{8}\right)^+} f(x) &= 2 \left[\left(-\frac{3}{8}\right)^+ - \frac{1}{4} \right] + 1 = 2(-1) + 1 = -1 \\ f\left(-\frac{3}{8}\right) &= 2 \left[-\frac{3}{8} - \frac{1}{4} \right] + 1 = -1 \\ \lim_{x \rightarrow \left(\frac{13}{8}\right)^-} f(x) &= 2 \left[\left(\frac{13}{8}\right)^- - \frac{1}{4} \right] + 1 = 5 \\ f\left(\frac{13}{8}\right) &= 2[3] + 1 = 7 \end{aligned}$$

پس تابع f در نقطه $x = -\frac{3}{8}$ پیوستگی راست دارد، ولی در نقطه $x = \frac{13}{8}$ پیوستگی چپ ندارد، بنابراین تابع f در بازه

داده شده دارای ۴ نقطه ناپیوستگی است.

۱۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. لازم است مقدار تابع و حدود چپ و راست تابع در $x = \pi$ با هم برابر باشند:

$$f(\pi) = a \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} a, \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} a$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{\sqrt{2}}}}{x - \pi}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{2} \left| \cos \frac{x}{\sqrt{2}} \right|}{x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{-\sqrt{2} \cos \frac{x}{\sqrt{2}}}{x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sqrt{2} \sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)}{x - \pi} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = 1$$

پس باید:

$$f\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right) = 1 \cos\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

در این صورت:

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|$ در یک همسایگی راست $x = 0$

$$\sin \frac{x}{2} > 0$$

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پس حاصل حد چنین است:

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-1)(x-2) - 6}{x(x-1)(x+1) - 24} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{x^3 - x - 24} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3(x-3) + 2(x-3)}{x^3 - 24 - x + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x^2 + 2)}{(x-3)(x^2 + 3x + 8) - (x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x^2 + 2)}{(x-3)(x^2 + 3x + 8)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2}{x^2 + 3x + 8} = \frac{4 + 2}{4 + 6 + 8} = \frac{11}{18} \end{aligned}$$

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x^2 + x - 10} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x^2 - 8 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4) + (x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{(x-2)(x^2 + 2x + 5)} \times \frac{\sqrt[3]{16x^3} + 2\sqrt[3]{4x} + 4}{\sqrt[3]{16x^3} + 2\sqrt[3]{4x} + 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{(x-2)(x^2 + 2x + 5)(\sqrt[3]{16x^3} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(x-2)}{(x-2)(x^2 + 2x + 5)(\sqrt[3]{16x^3} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{(x^2 + 2x + 5)(\sqrt[3]{16x^3} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)} = \frac{4}{13 \times (4 + 4 + 4)} = \frac{4}{13 \times 12} = \frac{1}{39} \end{aligned}$$

۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع $[f(x)]$ در نقاطی که $f(x) \in \mathbb{Z}$ باشد، ناپیوسته است مگر آن‌که، آن نقطه مینیمم نسبی

$f(x)$ هم باشد که تابع $\sqrt{x}$ اکسترمم نسبی ندارد. پس نقاطی که دارای مقدار صحیحی باشد را می‌یابیم:

$$0 < x < 1000 \Rightarrow 0 < \sqrt{x} < \sqrt{1000}$$

با توجه به این‌که $\sqrt{1000} \approx 31$ ، مقدار $\sqrt{x}$ دارای ۳۱ مقدار صحیح در این بازه خواهد بود.

۱۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که تابع f در کل R دارای حد باشد، دو حالت زیر می‌تواند رخ دهد:

حالت اول: مخرج کسر فاقد ریشه‌ی حقیقی باشد:

$$\Delta = a^2 - 4(3)(9) < 0 \Rightarrow a^2 - 108 < 0 \Rightarrow a^2 < 108$$

$$\Rightarrow -\sqrt{108} < a < \sqrt{108} \xrightarrow{\text{مقادیر صحیح}} -10 \leq a \leq 10$$

حالت دوم: مخرج کسر دارای دو ریشه باشد ولی ریشه‌های آن، همان ریشه‌های صورت کسر باشند، که در این صورت

مخرج کسر، مضربی از صورت کسر خواهد بود. یعنی خواهیم داشت:

$$3x^2 + ax + 9 = k(x^2 - 4x + 3)$$

$$\Rightarrow 3\left(x^2 + \frac{a}{3}x + 3\right) = k(x^2 - 4x + 3)$$

برای برقراری تساوی بالا باید $\frac{a}{3} = -4$ و $k = 3$ باشد یعنی داریم:

$$a = -12, k = 3$$

پس a جمعاً ۲۲ مقدار می‌تواند اختیار کند، زیرا اگر $-10 \leq a \leq 10$ باشد، شامل ۲۱ مقدار صحیح برای a و یک مقدار هم

$a = -12$ خواهد بود.

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} [x] = [5^-] = 4$$

۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول تکلیف براکت را مشخص می‌کنیم. می‌دانیم $[3^-] = 2$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - x + 2}{\sqrt[3]{x+5} - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - (x-2)}{\sqrt[3]{x+5} - 2} \times \frac{\sqrt{2x-5} + (x-2)}{\sqrt{2x-5} + (x-2)} \times \frac{\sqrt[3]{(x+5)^2} + 2\sqrt[3]{(x+5)} + 4}{\sqrt[3]{(x+5)^2} + 2\sqrt[3]{(x+5)} + 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(2x-5) - (x-2)^2}{(x+5) - 8} \times \frac{12}{2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(2x-5 - x^2 + 4x - 4) \times 6}{(x-3)}$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x^2 + 6x - 9}{(x-3)} = 6 \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)^2}{(x-3)} = 6 \lim_{x \rightarrow 3^-} -(x-3) = 0$$

راه حل دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{2x-5} - x + 2}{\sqrt[3]{x+5} - 2} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt[2]{2x-5}^{-1}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+5)^2}}} = \frac{0}{\frac{1}{3 \times 4}} = 0$$

۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید $f(x) = ax + b$.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + ax + b}{x + 3}$$

صورت کسر باید صفر باشد پس: $0 = 2a + b$ و $18 = 3a + b$.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + ax + 3a - 18}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+3)(2x+a-6)}{x+3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (2x + a - 6) = a - 12 \Rightarrow a - 12 = 2 \Rightarrow a = 14$$

پس $b = 24$ و در نتیجه: $f(3) = 3a + b = 66$.

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2(\pi x)}{1 + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos(\pi x)}$$

$$= 1 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2$$

۲۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{|x|}{[x]}\right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{-x}{-1}\right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -1$$

همچنین با توجه به نمودار تابع واضح است که $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ، بنابراین $\left[\lim_{x \rightarrow 0} f(x)\right] = [0] = 0$ پس حاصل حد مطلوب برابر است با $0 + (-1) = -1$.

۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x+1)(2x-1)}{(x+1)(3x+2)} = \frac{-3}{-1} = 3$$

تابع f پیوسته است، پس باید حد چپ و مقدار تابع نیز برابر با ۳ باشند، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x^2 + ax) = 1 - a = 3 \Rightarrow a = -2$$

$$b \cos(-\pi) = b(-1) = -b = 3 \Rightarrow b = -3$$

$$\Rightarrow a + b = -5$$

۲۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left[\frac{x}{2}\right] + 1 = 0 \Rightarrow \left[\frac{x}{2}\right] = -1 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{2} < 0 \Rightarrow -2 \leq x < 0$$

$$\Rightarrow \text{دامنه تابع: } (-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$$

بنابراین تابع در $x = -2$ ، تنها دارای همسایگی چپ است.

۲۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 + 2a + 2}{0} = \frac{2a + 6}{0} = 1$$

پس داشته باشیم:

$$2a + 6 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \frac{9 + 9 + 2}{-3 - 2} = \frac{20}{-5} = -4$$

۲۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k$$

نکته: اگر $f(x) = k$ یک تابع ثابت باشد، آنگاه:

نکته: ضابطه هر تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است.

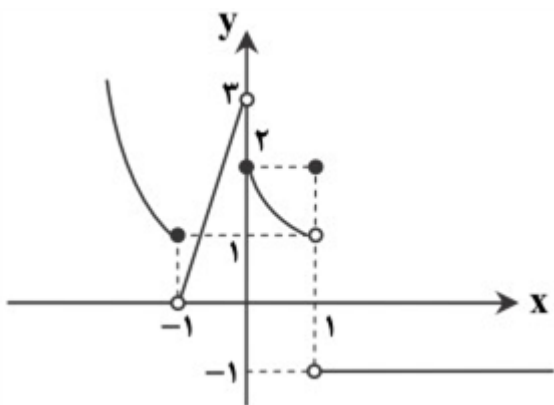
ضابطه تابع خطی $f(x)$ را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (ax + b) = 4 \Rightarrow 3a + b = 4 \\ \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} (ax + b) = 4 \Rightarrow -2a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (2f(x) + 1) = 2(4) + 1 = 9$$

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = 4$ است. پس:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داریم:



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1 + 0 = 1$$

بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow (-2)^- \Rightarrow -2 < f(x) < -1 \Rightarrow [f(x)] = -2$$

$$x \rightarrow 1^+ \Rightarrow -1 < f(x) < 0 \Rightarrow [f(x)] = -1 \Rightarrow 2^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب تست} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 + 4x - 8} \times \frac{\sqrt{x^2 + 3} + 2}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3 - 4}{(x^2 + 4x - 8)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+8)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} = \frac{2}{9 \times 4} = \frac{1}{18} \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= 4 + a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= -b + 3 \\ f(1) &= 2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 - 4 = -2$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)}{(\sin x - \cos x) \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\cos x} = -\sqrt{2}$$

روش دوم، هوییتال:

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(1 + \tan^2 x)}{\cos x + \sin x} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر تابع در بازه‌ی $\left[\frac{1}{4}, 4\right]$ پیوسته باشد، در $x = 1$ نیز پیوسته است. شرط پیوستگی تابع در یک نقطه آن است که حد چپ، حد راست و مقدار تابع، در آن نقطه با هم برابر باشند.

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} + a & ; 1 < x \leq 4 \\ b \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) & ; \frac{1}{4} \leq x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x\sqrt{x} + a) = 1 + a \\ \text{طبق فرض: } f(1) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(b \cos \frac{\pi}{x}\right) = -b \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 + a = 3 = -b \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a - b = 5$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = 2 - 1 = 1$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|(x-2)(x-4)|}{x[2^+] - [2^+]^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2||x-4|}{2x-4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)|x-4|}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-4|}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. برای این که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & -1 \leq x \leq 1 \\ 2 - \sin \frac{\pi}{4}x & x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$ پیوسته باشد، باید در نقاط ۳۷

$x = -1$ و $x = 1$ پیوسته شود.

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= 1 - a + b \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2 + ax + b) = 1 - a + b \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left(2 - \sin \frac{\pi}{4}x\right) = 2 + 1 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 1 - a + b &= 3 \\ b - a &= 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 1 + a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(2 - \sin \frac{\pi}{4}x\right) = 2 - 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + ax + b) = 1 + a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 1 + a + b &= 1 \\ b + a &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 1$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)((x-1)^2 + 2(x+1))}{(x-1)((x-1)^2(x+1)^4 + 3)} = \frac{0 + 2(2)}{0 + 3} = \frac{4}{3}$ ۳۸

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3 \times 0 - a = -a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{x}{\sqrt{x}} + 2 \right] = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x} + 2) = 2$$

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \Rightarrow -a = 2 \Rightarrow a = -2$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. (اگر $x = ۱$ ریشه‌ی مخرج نباشد، آن‌گاه f در $x = -b$ تعریف نمی‌شود.)

$$۱ + b = ۰ \Rightarrow b = -۱$$

$$\lim_{x \rightarrow ۱} f(x) = f(۱) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{x^۲ + ax + ۲}{x - ۱} = c \left\{ \begin{array}{l} ۱ + a + ۲ = ۰ \Rightarrow a = -۳ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{x^۲ - ۳x + ۲}{x - ۱} = c \Rightarrow c = \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{(x - ۱)(x - ۲)}{x - ۱} = -۱$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

