



نام و نام خانوادگی :

نام و نام خانوادگی :

نام درس :

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه :

نام دبیر :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی سال یازدهم تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۴/۲۹

تجربی (فصل ۵ توابع نمایی و لگاریتمی)

۱) معادله  $x \log x = 1$  چند ریشه دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

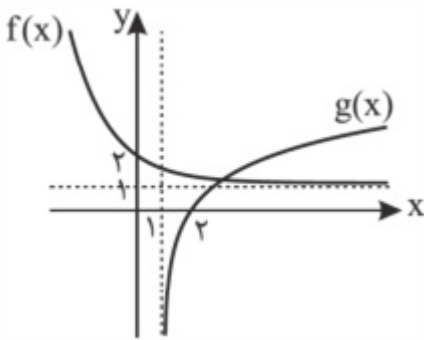
۲) معادله  $x^2 - \log(x+1) = 1$  چند جواب دارد؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳) اگر  $\log_3 a = 2$  باشد، حاصل  $\log_6 a$  بر حسب  $a$  کدام است؟

- ۱)  $2a$  ۲)  $\frac{2a}{a+1}$  ۳)  $\frac{a}{2+2a}$  ۴)  $\frac{2a}{a+4}$

۴) با توجه به نمودار مقابل، ضابطه‌ی توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  کدام می‌تواند باشد؟



۲)  $g(x) = \log_2(x-1) + 1$  و  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$

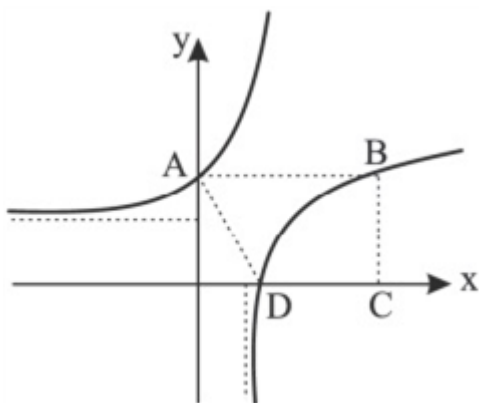
۱)  $g(x) = \log_2 x + 1$  و  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

۴)  $g(x) = \log_2(x-1) - 1$  و  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$

۳)  $g(x) = \log_2 x - 1$  و  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$

۵) با فرض  $\log_2 3 = 0.477$  حاصل عبارت  $a = \log_2 \frac{5}{3}$  را بیابید.

۶ در شکل مقابل، نمودار تابع  $y = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(3x - 2)$  و وارون آن رسم شده است. مساحت دوزنقه‌ی ABCD چقدر است؟



۴  $\frac{7}{3}$

۳  $\frac{7}{6}$

۲  $\frac{5}{3}$

۱  $\frac{5}{6}$

۷ اگر  $\text{Log}_2 \simeq 0.3$  و  $\text{Log}_3 \simeq 0.4$  باشد،

اختلاف ریشه‌های معادله  $(\text{Log}_{\frac{5}{3}})x^2 + (\text{Log}_9)x - \text{Log}_{15} = 0$  چقدر است؟

۴  $\frac{26}{11}$

۳  $\frac{14}{11}$

۲  $\frac{14}{3}$

۱  $\frac{26}{3}$

۸ اگر تساوی  $\text{Log}_{\frac{y}{x}} - 2 \text{Log}_{\frac{x}{y}} = 1$  به ازای  $x, y > 1$  برقرار باشد، کدام گزینه می‌تواند صحیح باشد؟

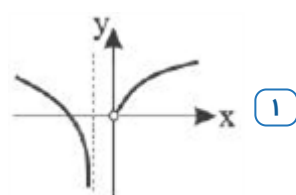
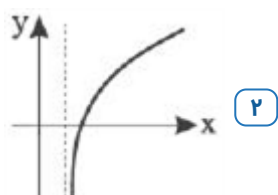
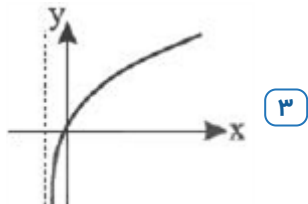
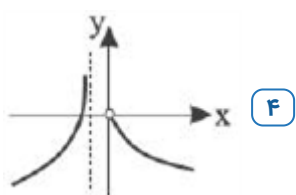
۴  $y = x^2$

۳  $x = y^2$

۲  $y = 2x$

۱  $xy = 1$

۹ نمودار تابع  $y = \text{Log}(x^2 + x) - \text{Log}|x|$  به چه شکلی است؟



۱۰ اگر  $\frac{7}{2} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} x \times \text{Log}_{\frac{1}{2}} x$  باشد، آن‌گاه  $\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x + \frac{1}{2})$  کدام است؟

۴ ۲

۳  $-\text{Log}_{\frac{1}{2}} 23$

۲ -۲

۱  $\text{Log}_{\frac{1}{2}} 23$

۱۱ اگر نمودار تابع  $f(x) = a(b)^x - 1$  از دو نقطه‌ی  $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $B(1, 1)$  بگذرد،  $f(-1)$  کدام است؟

۴  $\frac{3}{4}$

۳  $-\frac{1}{4}$

۲  $-\frac{1}{2}$

۱  $-\frac{3}{4}$

۱۲ اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{5x+3} > (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2x+11}$  را A و مجموعه جواب نامعادله‌ی

$\text{Log}_{\frac{1}{3}}(10 - x) \leq 2$  را B بنامیم، در مجموعه‌ی  $(A \cap B)$  چند عدد صحیح وجود دارد؟

۴ بی‌شمار

۳ ۱۰

۲ ۹

۱ صفر

۱۳) مجموع جواب‌های معادله‌ی  $\left(\log_{\frac{1}{6}} x\right)\left(\log_{\frac{1}{4}} x\right) + \log_{\frac{1}{6}} x - \log_{\frac{1}{4}} x - 1 = 0$  کدام است؟

- ۴ (۱)  $\frac{5}{16}$  (۲) ۲۰ (۳)  $\frac{65}{4}$  (۴)

۱۴) در تابع  $f(x) = \log_{\frac{1}{81}}(x+1)$  مقدار  $f(4)$  کدام است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)

۱۵) نمودار تابع  $y = \frac{9^x + 3^{x+1}}{3^{2x+2} + 9^{x+1/5}}$  از چه تعداد از نواحی مختصات می‌گذرد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶) لگاریتم عدد  $x$  در مبنای ۲۷ برابر  $\frac{2}{3}$  است.  $x$  کدام است؟

- ۳ (۱) ۹ (۲) ۲۷ (۳) ۸۱ (۴)

۱۷) اگر  ${}^2\log(x - 4y) = 2$  و  ${}^2\log(x + y - 1) + {}^2\log(2y + 2) = 0$  باشد، مقدار  $xy$  کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۸) اگر  ${}^2\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + \log_{\frac{1}{3}} x = 2$  باشد، حاصل  ${}^2\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + x + 7)$  چقدر است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۹) اگر  $f\left(2 + \log_{\frac{1}{3}} x\right) = \frac{8^x - 1}{27^x + 2}$  مقدار  $f(1)$  کدام است؟

- $\frac{1}{5}$  (۱)  $\frac{7}{29}$  (۲)  $\frac{3}{11}$  (۳) صفر (۴)

۲۰) اگر  $6^a = 2$  و  $6^b = 5$  باشد، حاصل  $\log_{65} 40$  کدام است؟

- $\frac{3a+b}{2b-a+1}$  (۱)  $\frac{2a+b}{2b+a+1}$  (۲)  $\frac{3a+b}{2b+a-1}$  (۳)  $\frac{2a+b}{2a-b+1}$  (۴)

۲۱) حاصل  $\left(\log_{\frac{1}{3}} 2 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 3 \cdot \log_{\frac{1}{5}} 4 \cdots \log_{\frac{1}{22}} 21\right)^{-1}$  با لگاریتم چه عددی در پایه  $\frac{1}{3}$  برابر است؟

- $\frac{1}{31}$  (۱)  $\frac{1}{81}$  (۲)  $\frac{1}{243}$  (۳)  $\frac{1}{729}$  (۴)

۲۲) اگر  $\log_2 2 = a$ ، آن‌گاه حاصل  $\log_{\frac{1}{9}\sqrt{\frac{1}{2}}} \sqrt[8]{3}$  کدام است؟

- $\frac{2+a}{2a+1}$  (۱)  $\frac{6+a}{4a+1}$  (۲)  $\frac{6a+1}{a+4}$  (۳)  $\frac{3a+1}{2+a}$  (۴)

۲۳) عدد  $1/5$  در  $\log_{1/5}$  در کدام بازه قرار دارد؟

- (۰، ۱) (۱) (۱، ۲) (۲) (-۱، ۰) (۳) (-۲، -۱) (۴)

۲۴ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله‌ی  $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1 \times (\sqrt[9]{3})^4 \times 3^{(x^2-5x)}$  باشد  $(\alpha > \beta)$  آن‌گاه  $\alpha + \beta$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۷ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

۲۵ در معادله‌ی  $x^{\log_2 x} = 16$  مقدار  $x$  را حساب کنید.

۲۶ برد تابع  $f(x) = 2^{x+1} - \frac{4^x - 16}{2^x + 4}$  به صورت  $(a, +\infty)$  است. مقدار  $a$  کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

صفر (۲)

۲ (۱)

۲۷ داروهای در بدن انسان پس از انجام متابولیسم روی آن‌ها پس از مدتی دفع می‌شوند. فرض کنید ۲۰ میلی گرم از یک نوع دارو در بدن شخصی قرار دارد و مقدار آن پس از  $t$  ساعت از رابطه  $A(t) = 20 \cdot (0.8)^t$  برحسب میلی‌گرم به دست می‌آید. چه درصدی از این دارو بعد از ۲ ساعت از بین می‌رود؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۷۲ (۲)

۶۴ (۱)

۲۸ اگر  $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{b} = a$  و  $\log_{\frac{1}{b}} \frac{1}{a} = -1$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\log_{\frac{1}{2}} (a+b)$  کدام است؟

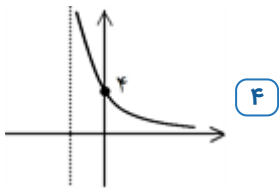
۳ (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۳)

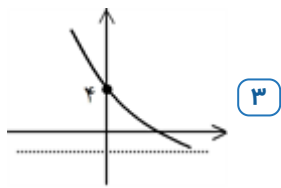
۲ (۲)

-۱ (۱)

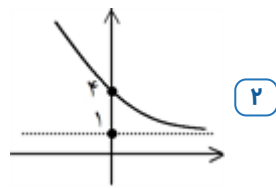
۲۹ نمودار تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = 2^{-x} + 2^{-x+1} + 1$  کدام است؟



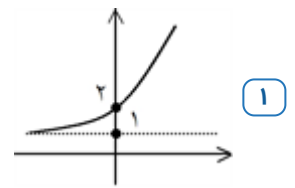
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۳۰ جواب معادله‌ی  $3^x = 2^{1-2x}$ ، عدد  $x = \log_b 2$  است. مقدار  $b$  کدام است؟

۲۷ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

۳۱ معادله‌ی  $\log_{\frac{1}{9}} x^2 + \log_{\frac{1}{3}} (1-2x) = 0$  چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳۲ معادله‌ی لگاریتمی زیر را حل کنید.  $\log(4x-2) - \log(x-2) = \log 2 + \log 5$

۳۳ اگر  $x = {}^8\log_2 \sqrt[4]{2}$  باشد، لگاریتم عدد  $4(x+3)$  در پایه‌ی  $x$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

۳۴ اگر  $\log x + \log y = 2$  و  $\log x = \log 5 - \log \frac{1}{5}$  باشد، کدام رابطه بین  $x$  و  $y$  برقرار است؟

$x = \frac{y}{10}$  (۴)

$x = 10y$  (۳)

$x = 2y$  (۲)

$x = y$  (۱)

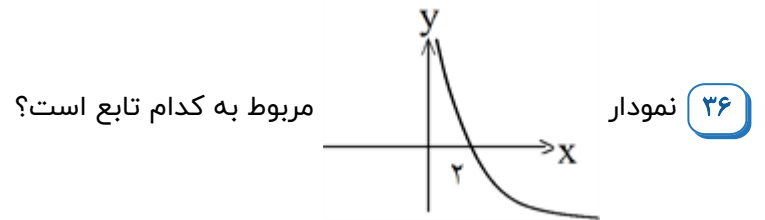
۳۵ اگر  $\log_5^3 = k$  باشد، حاصل  $\log_{\frac{1}{3}}^9 \times \log_{\frac{1}{3}}^{\sqrt{5}}$  کدام است؟

۱ -۱ (۴)

۲ ۱ (۳)

۳  $-\frac{1}{2}$  (۲)

۴  $\frac{1}{2}$  (۱)



۱  $y = 1 + \log x$  (۴)

۲  $y = \log x$  (۳)

۳  $y = \log_2(x + 1)$  (۲)

۴  $y = \log_2(x - 1)$  (۱)

۳۷ مجموع جواب‌های معادله  $\log(\frac{4}{5} - x) = \log \frac{4}{5} - \log x$  کدام است؟

۱  $\frac{3}{2}$  (۱)

۲ ۳ (۲)

۳  $\frac{9}{2}$  (۳)

۴ ۶ (۴)

۳۸ حاصل  $\log_2^2 \sqrt{5} + \log_5^2 \sqrt{2}$  کدام است؟

۱  $-\frac{5}{2}$  (۱)

۲  $\frac{5}{2}$  (۲)

۳  $-\frac{3}{2}$  (۳)

۴  $\frac{3}{2}$  (۴)

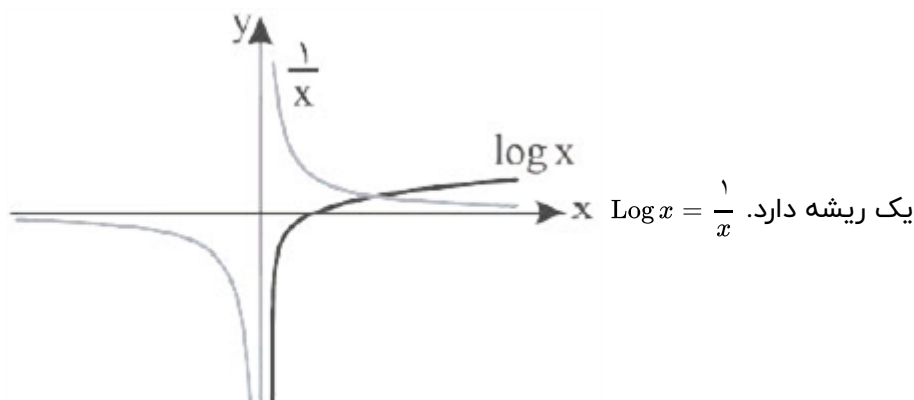
۳۹ فرض کنید  $\log(\frac{6}{347}) = 0.8026$ ، عبارت مقابل را محاسبه کنید.

$\log \frac{63}{47}$

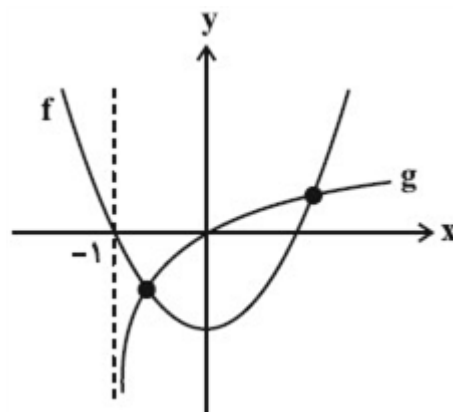
۴۰ عبارت مقابل را حساب کنید:

$\log_7 \sqrt[4]{49}$

۱) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با روش هندسی معادله را حل می‌کنیم:



۲) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد جواب‌های معادله  $x^y - 1 = \text{Log } x + 1$  را باید به دست آوریم. به همین خاطر، نمودار دو تابع  $f(x) = x^y - 1$  و  $g(x) = \text{Log } x + 1$  را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، مشخص است که نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. پس معادله صورت سؤال ۲ جواب دارد.



۳) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \frac{6}{2} = \text{Log } \frac{2 \times 3}{2} = \text{Log } \frac{2}{2} + \text{Log } \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{a} = \frac{a+1}{a}$$

$$\text{Log } \frac{6}{2} = \text{Log } \frac{2^2}{2} = 2 \text{Log } \frac{2}{2} = \frac{2}{\text{Log } \frac{6}{2}} = \frac{2}{\frac{a+1}{a}} = \frac{2a}{a+1}$$

۴) گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع  $f$  یک تابع نمایی کاهشی است که یک واحد به بالا انتقال یافته است، پس ضابطه‌ی آن می‌تواند  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$  باشد. نمودار تابع  $g$  یک تابع لگاریتمی افزایشی است که یک واحد به سمت راست منتقل شده است، پس ضابطه‌ی آن می‌تواند  $g(x) = \text{Log } (x-1)$  باشد.

۵)  $A = \text{Log } \frac{5}{2} = \text{Log } \frac{10}{4} = \text{Log } 10 - \text{Log } 4 = 1 - 2 \text{Log } 2 = 0/4$

۶) گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 0 \Rightarrow 3x - 2 = 1 \Rightarrow x_D = y_A = 1$$

$$y = 1 \Rightarrow \text{Log } \frac{(3x-2)}{2} = 1 \Rightarrow 3x - 2 = 2 \Rightarrow x_B = x_C = \frac{4}{3}$$

$$S = \frac{\left(\frac{4}{3} - 1\right) + \frac{4}{3}}{2} \times 1 = \frac{5}{6}$$

۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\left(\text{Log } \frac{5}{2}\right)x^2 + (\text{Log } 2)x - \text{Log } 5 = 0$$

$$\Rightarrow (\text{Log } 5 - \text{Log } 2)x^2 + (2 \text{Log } 2)x - (\text{Log } 5 + \text{Log } 2) = 0$$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{\text{Log } 5 + \text{Log } 2}{\text{Log } 5 - \text{Log } 2} = -\frac{0.7 + 0.3}{0.7 - 0.3} = -\frac{1}{0.4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{1.4}{0.4}$$

۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \frac{y}{x} - \frac{2}{\text{Log } y} - 1 = 0 \Rightarrow \left(\text{Log } \frac{y}{x}\right)^2 - \text{Log } \frac{y}{x} - 2 = 0$$

به ازای  $x > 1$  و  $y > 1$ ، حاصل  $\text{Log } \frac{y}{x}$  منفی نمی‌شود.

$$\begin{cases} \text{Log } \frac{y}{x} = -1 \text{ غلط} \\ \text{Log } \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

۹

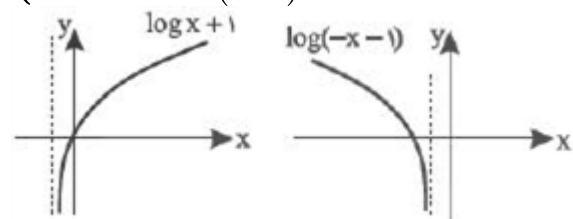
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دامنه تابع را پیدا می‌کنیم:

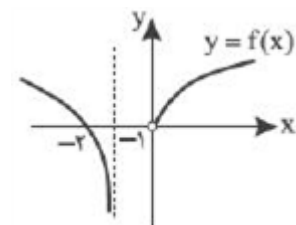
$$\begin{cases} x^2 + x > 0 \Rightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \\ |x| > 0 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f : x < -1 \text{ یا } x > 0$$

$$\text{Log}(x^2 + x) - \text{Log}|x| = \text{Log}\left(\frac{x^2 + x}{|x|}\right)$$

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow \text{Log}\left(\frac{x^2 + x}{x}\right) = \text{Log}(x+1) \\ x < -1 \Rightarrow \text{Log}\left(\frac{x^2 + x}{-x}\right) = \text{Log}(-x-1) \end{cases}$$



نمودار  $f(x)$  به شکل زیر است:



$$\begin{aligned} \log_x x \times \log_x^{\frac{1}{x}} x &= \frac{1}{x} \Rightarrow \log_x x \left( \log_x^{\frac{1}{x}} + \log_x x \right) = \frac{1}{x} \\ \Rightarrow \log_x x \left( \frac{1}{x} \log_x^{\frac{1}{x}} + \log_x x \right) &= \frac{1}{x} \\ \log_x x = \frac{1}{\log_x x} &\xrightarrow{\quad} \log_x x \left( \frac{1}{\log_x x} + 1 \right) = \frac{1}{x} \\ A = \log_x x &\xrightarrow{\quad} A \left( \frac{1}{A} + 1 \right) = \frac{1}{x} \Rightarrow 1 + A = \frac{1}{x} \Rightarrow A = \frac{1}{x} - 1 = \frac{x-1}{x} \\ \Rightarrow A = \frac{x-1}{x} \Rightarrow \log_x x &= \frac{x-1}{x} \Rightarrow x = x^{\frac{x-1}{x}} = \sqrt[x]{x^{x-1}} = \sqrt[x]{x^x} = x \\ \Rightarrow \log_{\frac{x-1}{x}} (x+1) &= \log_{\frac{x-1}{x}}^{\frac{x-1}{x}} = \log_{\frac{x-1}{x}}^{\frac{x-1}{x}} = 1 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون نمودار تابع  $f$  از دو نقطه‌ی  $A\left(-\frac{1}{\sqrt{b}}, \frac{1}{\sqrt{b}}\right)$  و  $B(1, 1)$  می‌گذرد، پس باید مختصات این دو نقطه در معادله‌ی تابع  $f$  صدق کند. یعنی داریم:

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{\sqrt{b}}\right) &= \frac{1}{\sqrt{b}} \Rightarrow ab^{-\frac{1}{\sqrt{b}}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{b}} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \Rightarrow a = \sqrt{b} \quad (1) \\ f(1) &= 1 \Rightarrow ab - 1 = 1 \Rightarrow ab = 2 \xrightarrow{(1)} \frac{1}{\sqrt{b}} \sqrt{b} b = 2 \Rightarrow b\sqrt{b} = 2 \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 2 \Rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} \\ \Rightarrow b &= \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{b}} \times \sqrt{b} = 1 \Rightarrow f(x) = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^x - 1 \Rightarrow f(-1) = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{-1} - 1 = \frac{2^{\frac{2}{3}}}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه شود که ۱۲

$$\begin{aligned} \sqrt{3} + \sqrt{2} &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{3 - 2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ \text{یعنی اعداد } (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \text{ و } (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ معکوس یکدیگرند. بنابراین داریم:} \\ (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2x+3} &> (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{3x+11} \Rightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2x+3} > (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-2x-11} \\ \Rightarrow 0 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 1 &\Rightarrow 2x+3 < -2x-11 \Rightarrow 4x < -14 \Rightarrow x < -\frac{7}{2} \Rightarrow A = (-\infty, -\frac{7}{2}) \\ \log_{\frac{1}{3}}(10-x) &\leq 2 \Rightarrow 10-x \leq 3^2 \Rightarrow 10-x \leq 9 \Rightarrow x \geq 1 \quad (1) \\ 10-x > 0 &\Rightarrow x < 10 \quad (2) \\ \text{از طرفی به دلیل دامنه‌ی تابع لگاریتم باید داشته باشیم:} \\ (1), (2) &\xrightarrow{\text{اشتراک}} 1 \leq x < 10 \Rightarrow B = [1, 10) \Rightarrow A \cap B = \emptyset \\ \Rightarrow \text{پس در } A \cap B &\text{ هیچ عضوی وجود ندارد} \end{aligned}$$



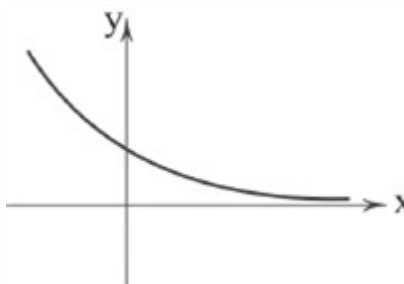
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\begin{aligned} & \left( \log_{\frac{x}{4}} \right) \left( \log_{\frac{x}{4}} \right) + \log_{\frac{x}{4}} - \log_{\frac{x}{4}} - 1 = 0 \\ & \xrightarrow{\text{فاکتور گیری}} \left( \log_{\frac{x}{4}} \right) \left( \log_{\frac{x}{4}} + 1 \right) - \left( \log_{\frac{x}{4}} + 1 \right) = 0 \\ & \xrightarrow{\text{فاکتور گیری}} \left( \log_{\frac{x}{4}} + 1 \right) \left( \log_{\frac{x}{4}} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \log_{\frac{x}{4}} + 1 = 0 \text{ یا } \log_{\frac{x}{4}} - 1 = 0 \\ & \Rightarrow \log_{\frac{x}{4}} = -1 \text{ یا } \log_{\frac{x}{4}} = 1 \Rightarrow x = 4^{-1} \text{ یا } x = 4^1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ یا } x = 4 \\ & \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$f(4) = \log_{\frac{9}{11}} = \log_{\frac{3^2}{11}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی تابع را ساده می‌کنیم: ۱۵



$$\begin{aligned} y &= \frac{(3^x)^x + 3^x \times 3}{(3^x)^x \times 3^2 + 9^x \times 9^{1/2}} = \frac{3^x \times 3^x + 3^x \times 3}{3^2 \times 3^x \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times (3^x)^{1/2}} \\ &= \frac{3^x (3^x + 3)}{3^2 \times 3^2 \times (3^x + 3)} = \frac{3^x}{3^2 \times 9} = \frac{1}{9} \times \left( \frac{1}{3} \right)^x \end{aligned}$$

رسم نمودار

پس نمودار تابع از دو ناحیه از نواحی مختصات می‌گذرد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\log_{\frac{x}{27}} = \frac{2}{3} \Rightarrow 27^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\begin{aligned} \log(x - 4y) &= 2 \log 2 \\ \log(x - 4y) &= \log 4 \Rightarrow x - 4y = 4 \Rightarrow x = 4y + 4 \\ \log(x + y - 1) + \log(2y + 3) &= 0 \\ \Rightarrow \log(x + y - 1)(2y + 3) &= 0 \Rightarrow (x + y - 1)(2y + 3) = 1 \\ \Rightarrow 2xy + 3x + 2y^2 + 3y - 2y - 3 - 1 &= 0 \\ \xrightarrow{x=4y+4} 2(4y+4)y + 3(4y+4) + 2y^2 + y - 4 &= 0 \\ 8y^2 + 4y + 12y + 12 + 2y^2 + y - 4 &= 0 \\ 10y^2 + 16y + 8 &= 0 \Rightarrow y = \frac{-16 \pm \sqrt{128}}{20} \begin{cases} y = -\frac{4}{5} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases} \\ x = 4y + 4 = 4\left(-\frac{1}{5}\right) + 4 = \frac{16}{5} \Rightarrow xy = 2 \times -\frac{1}{5} &= -\frac{2}{5} \end{aligned}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(x+1) + \log_{\frac{1}{3}} x &= 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} x(x+1) = 2 \Rightarrow x^{\frac{1}{3}} + x = 9 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}} + x + 9) &= \log_{\frac{1}{3}} 9 = 2 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\begin{aligned} 2 + \log_{\frac{1}{3}} x &= 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} x = -1 \Rightarrow x = 3^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{3} \Rightarrow f\left(2 + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}\right) &= \frac{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} - 1}{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{(3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} - 1}{(3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{2-1}{3+2} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم و خواص آن داریم: ۲۰

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} a = 2 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \log_{\frac{1}{3}} 2 = a & (1) \\ \log_{\frac{1}{5}} b = 5 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \log_{\frac{1}{5}} 5 = b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3} &= \frac{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}} = \frac{\log_{\frac{1}{3}} (3 \times 5)}{\log_{\frac{1}{3}} (3 \times 5)} = \frac{\log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 5}{\log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 5} = \frac{\log_{\frac{1}{3}} 3^2 + \log_{\frac{1}{3}} 5}{\log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 5} \\ &= \frac{2 \log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 5}{\log_{\frac{1}{3}} 3 + 2 \log_{\frac{1}{3}} 5} \quad (*) \\ \log_{\frac{1}{3}} 3 &= \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \xrightarrow{(1)} 1 - a \\ \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3} &\xrightarrow{(*)} \frac{2(a) + (b)}{(1-a) + 2(b)} = \frac{2a+b}{1-a+2b} \end{aligned}$$

از طرفی داریم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \cdot \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3} \cdot \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} \cdots \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} &= \frac{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}}{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}} \cdot \frac{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}} \cdot \frac{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}} \cdots \frac{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}}{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}} \\ &= \frac{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}}{\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5 \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} x = 5 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9}\sqrt{3} &= \frac{\log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9}\sqrt{3}}{\log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9}\sqrt{3}} = \frac{\log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \sqrt{3}}{\log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \sqrt{3}} = \frac{2 \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} 3}{2 \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} 3} \\ &= \frac{\left(2 \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} 3\right) \times \frac{1}{\log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9}}}{\left(2 \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} 3\right) \times \frac{1}{\log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9}}} = \frac{2 + \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} 3}{2 \log_{\frac{1}{9}\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = \frac{2 + \frac{1}{3} a}{2a + \frac{1}{3}} = \frac{6+a}{4a+1} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳

نکته: اگر  $a > 1$ ، از شرط  $x < y$  نتیجه می‌شود:  $\log_a x < \log_a y$

نکته: اگر  $0 < a < 1$ ، از شرط  $x < y$  نتیجه می‌شود:  $\log_a x > \log_a y$

$$\begin{aligned} 1 < 1/5 < 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^1 < 1/5 < \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \Rightarrow 0 > \log_{1/5} 1/5 > -1 \Rightarrow -1 < \log_{1/5} 1/5 < 0 \\ \Rightarrow \log_{1/5} 1/5 &\in (-1, 0) \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$3^{(x^2-\Delta x)} \times \left(3^2 \times 3^{\frac{1}{3}}\right)^4 \times \left(\frac{1}{3^2}\right)^x = 1 \Rightarrow 3^{(x^2-\Delta x)} \times \left(3^{\frac{8}{3}}\right)^4 \times 3^{-2x} = 3^0$$

$$\Rightarrow 3^{x^2-\Delta x} \times 3^{10} \times 3^{-2x} = 3^0 \Rightarrow 3^{x^2-2x+10} = 3^0 \Rightarrow x^2 - 2x + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\beta + \alpha = 4 + 5 = 9$$

$$x^{\log_2 x} = 16 \Rightarrow \log_2 x^{\log_2 x} = \log_2 16 \Rightarrow \log_2 x \times \log_2 x = 4 \Rightarrow \left(\log_2 x\right)^2 = 4$$

$$\log_2 x = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4$$

$$\log_2 x = -2 \Rightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

۲۵

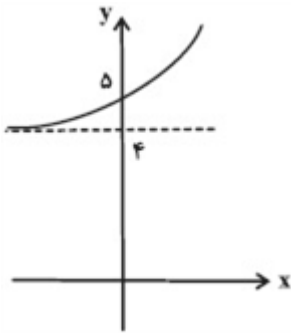
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه تابع  $f(x) = 2^{x+1} - \frac{4^x - 16}{2^x + 4}$  مجموعه اعداد حقیقی است و داریم: ۲۶

$$f(x) = 2^{x+1} - \frac{(2^x)^2 - 4^2}{2^x + 4} = 2^{x+1} - \frac{(2^x - 4)(2^x + 4)}{2^x + 4}$$

$$= 2^{x+1} - 2^x + 4$$

$$f(x) = 2^x(2 - 1) + 4 = 2^x + 4$$

مطابق نمودار تابع  $f$ ، بُرد آن  $(4, +\infty)$  است، پس مقدار  $a$  برابر با ۴ است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بعد از ۲ ساعت  $(0.8)^2 = 0.64$  از کل دارو در بدن باقی می‌ماند، پس  $0.36 = 1 - 0.64$  یا ۳۶٪ از بین رفته است. ۲۷

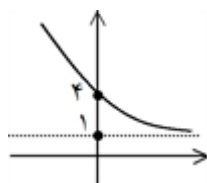
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۸

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} a = a \Rightarrow (\sqrt{2})^a = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}a} = 2^{-1} \Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$$

$$\log_{\frac{1}{b}} \frac{1}{10} = -1 \Rightarrow \frac{1}{10} = b^{-1} \Rightarrow 10^{-1} = b^{-1} \Rightarrow b = 10 \Rightarrow \log_{\frac{1}{10}} (10^{-2}) = \log_{\frac{1}{10}} 10^{-2} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$f(x) = 2^{-x}(1+2) + 1 = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$$



بنابراین نمودار تابع  $f$  به صورت روبه‌رو است:

۳۰

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. از طرفین تساوی  $2^{1-2x} = 3^x$  در پایه‌ی ۲ لگاریتم می‌گیریم، داریم:

$$\begin{aligned} \log_2 (2^{1-2x}) &= \log_2 3^x \Rightarrow 1 - 2x = x \log_2 3 \\ \Rightarrow 1 &= x \left( 2 + \log_2 3 \right) \Rightarrow 1 = x \left( \log_2 2^2 + \log_2 3 \right) \\ \Rightarrow 1 &= x \log_2 12 \Rightarrow x = \frac{1}{\log_2 12} = \log_{12} 2 \Rightarrow b = 12 \end{aligned}$$

۳۱

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا حدود  $x$  را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{0\} \\ 1 - 2x > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \{0\} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \{0\} \\ \log_9 x^2 + \log_3 (1 - 2x) &= \log_{3^2} x^2 + \log_{3^1} (1 - 2x) = \frac{2}{3} \log_3 |x| + \log_3 (1 - 2x) = 0 \\ \Rightarrow \log_3 |x| + \log_3 (1 - 2x) &= \log_3 |x| (1 - 2x) = 0 \Rightarrow |x| (1 - 2x) = 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, 0) \Rightarrow (-x)(1 - 2x) = 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ x = 1 \text{ غ ق} \end{cases} \\ x \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x(1 - 2x) = 1 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب ندارد} \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین معادله‌ی فوق تنها یک جواب دارد.

۳۲

$$\log (2x - 2) - \log (x - 2) = \log 2 + \log 5$$

$$\Rightarrow \log \frac{2x - 2}{x - 2} = \log 10 \Rightarrow \frac{2x - 2}{x - 2} = 10 \Rightarrow 2x - 2 = 10x - 20 \Rightarrow 8x = 18 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

۳۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = 8 \log_2 \sqrt[2]{2} \Rightarrow x = 8 \log_2 \sqrt[2]{2} = 8 \log_{2^2} \sqrt[2]{2} = 8 \times \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4$$

$$\log_{x^2} (x + 2) \xrightarrow{x=2} \log_4 4 = \log_4 4 = 1$$

بنابراین داریم:

۳۴

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log x + \log y = 2 \Rightarrow \log xy = 2 \Rightarrow xy = 10^2 \Rightarrow xy = 100$$

$$\log x = \log 5 - \log 0.5 \Rightarrow \log x = \log \frac{5}{0.5} \Rightarrow \log x = \log 10 \Rightarrow x = 10$$

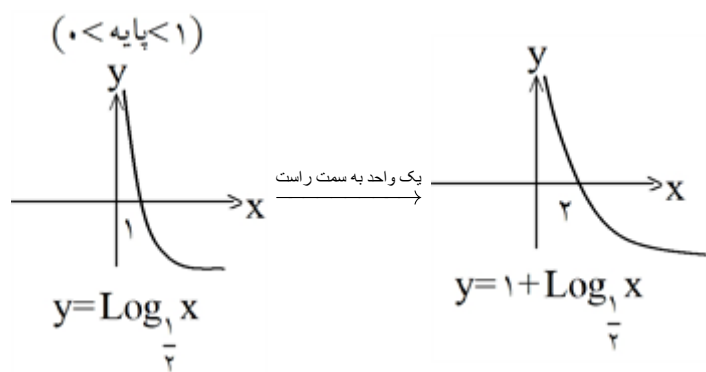
$$xy = 100 \xrightarrow{x=10} 10 \times y = 100 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = y = 10$$

۳۵

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{2^2} 3 \times \log_{3^{-1}} 5^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \log_2 3 \times \frac{1}{-1} \log_3 5 = \log_2 3 \times -\frac{1}{2} \log_3 5 = \frac{1}{1} \times \frac{-1}{2} \times \frac{1}{1} = -\frac{1}{2}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۳۶



$$y = 0 \Rightarrow 1 + \log x = 0 \Rightarrow \log x = -1 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \Rightarrow (\text{محل برخورد با } x\text{ها})$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{4}{5} - x\right) &= \log \frac{4}{5} - \log x \Rightarrow \log\left(\frac{4}{5} - x\right) = \log \frac{\frac{4}{5}}{x} \Rightarrow \frac{4}{5} - x = \frac{\frac{4}{5}}{x} \\ \Rightarrow \frac{4}{5} - x &= \frac{4}{5x} \xrightarrow{\times 5x} 4x - 5x^2 = 4 \Rightarrow 5x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$\log_2 \sqrt[5]{2} + \log_5 \sqrt[2]{5} = \log_{10} \sqrt[10]{10} = \log_{10} 10^{\frac{1}{10}} = \frac{1}{10} \log_{10} 10 = \frac{1}{10}$$

$$\log_{63/47} = \log_{10 \times 63/47} = \log_{10} + \log_{63/47} = 1 + 0.8026 = 1.8026$$

$$\log_v \sqrt[4]{49} = \frac{1}{4} \log_v 49 = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$$

۳۹

۴۰

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 1  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 6  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 7  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 8  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 9  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 10 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 11 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 12 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 13 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 14 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 15 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 16 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 17 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 18 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 19 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 20 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 21 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 22 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 23 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 24 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 25 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 26 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 27 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 28 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 29 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 30 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 31 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 32 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 33 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 34 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 35 | 1 | 2 | 3 | 4 |

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 36 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 37 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 38 | 1 | 2 | 3 | 4 |

