



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام درس :

نام دبیر :

نام آموزشگاه :

عنوان آزمون :

بانک تست ریاضی سال یازدهم تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۴/۲۹

تجربی (فصل ۳ تابع)

۱ بخشی از نمودار تابع $y = [x^2 - 4x + m]$ روی خط $y = -1$ به صورت بازه (a, b) قرار دارد. به ازای کدام مقدار m ، طول این بازه، بزرگ ترین مقدار ممکن است؟ (، []، نماد جزء صحیح است.)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲ اگر نمودار تابع $f(x) = ax + b$ از نقاط $(1, 2)$ و $(0, 4)$ بگذرد، نمودار تابع f^{-1} از کدام نقطه‌ی زیر می‌گذرد؟

(۳, ۱) (۴)

(۱, ۳) (۳)

(۲, ۰) (۲)

(۰, ۲) (۱)

۳ نقطه‌ی A رأس سهمی $y = ax^2 + 4x + 1$ است که در ناحیه‌ی اول روی منحنی $y = \frac{1}{x}$ قرار دارد. اگر این سهمی محور طول‌ها را در نقاط B و C قطع کند. مساحت مثلث ABC کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۴ جمله‌ی نهم دنباله‌ی بازگشتی $a_1 = a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ، $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ کدام است؟ (، []، علامت جزء صحیح است.)

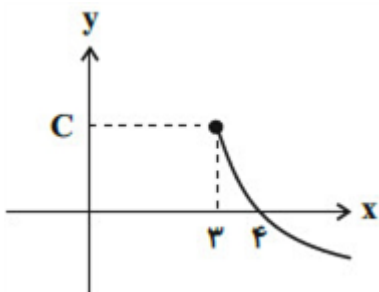
۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۵ اگر نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{x+b}$ به صورت مقابل باشد، کدام نقطه‌ی زیر روی آن قرار دارد؟



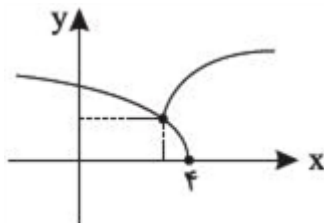
(۱۲, -۴) (۴)

(۳۹, -۵) (۳)

(۱۹, -۴) (۲)

(۲۸, -۵) (۱)

۶ نمودار توابع $f(x) = \sqrt{a-x}$ و $g(x) = b + \sqrt{x-3}$ به صورت زیر است. مقدار $f(b-6)$ کدام است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۹ (۱)

۷ اگر دو تابع $f(x) = \frac{3}{x-2}$ و $g(x) = \frac{ax+b}{x^2-cx+4}$ مساوی باشند آن‌گاه $a+b+c$ کدام است؟

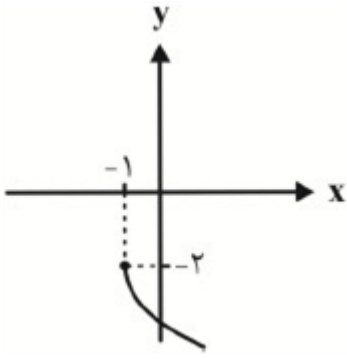
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۸ شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{x+b}$ می‌باشد، دوتایی مرتب (b, a) کدام است؟



(۱, -۲) ۴

(-۱, -۲) ۳

(-۲, ۱) ۲

(۱, ۲) ۱

۹ اگر $f(x) = \sqrt{2x-3}a + k + 1$ و $g(x) = \sqrt{b-3x-2}k$ داشته باشیم $\left\{ \left(2, \frac{k}{2} \right) \right\}$ مقدار $2a + b - 2k$ ، $f - g$ چقدر است؟

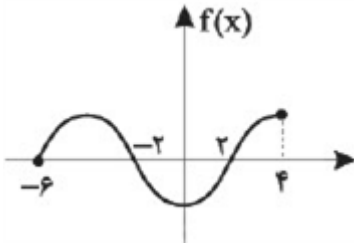
۳ ۴

۱۴ ۳

۱۲ ۲

۱۰ ۱

۱۰ نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{\frac{x}{f(2x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۵ ۴

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱۱ کدامیک از توابع زیر، با تابع $y = \text{Log} \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

$\text{Log} \frac{x^2-4}{x^2+2x}$ ۲

$\text{Log}(x-2) - \text{Log} x$ ۱

$2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}}$ ۴

$\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x} \right)^2$ ۳

۱۲ نمودار تابع $f(x) = [|x|]$ در بازه‌ی $(-3, 3)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟

۳ ۴

۶ ۳

۵ ۲

۴ ۱

۱۳ کدامیک از توابع زیر یک به یک است؟

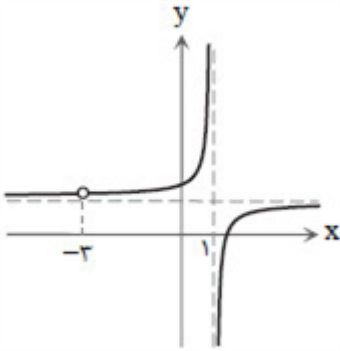
$y = x + |x|$ ۴

$y = \frac{x^2-1}{x}$ ۳

$y = x^2 + 2x$ ۲

$y = x^2 - x$ ۱

۱۴) نمودار تابع $y = \frac{x^2 - ax - 4}{x^2 - bx + c}$ شکل مقابل است. مقدار $f(3)$ چه عددی است؟



۴) $\frac{3}{5}$

۳) $\frac{6}{7}$

۲) $\frac{5}{6}$

۱) $\frac{3}{4}$

۱۵) برد تابع $y = \frac{x + |x|}{|x| + 2}$ کدام است؟

۴) $(0, 2)$

۳) $\left[\frac{1}{2}, 2\right)$

۲) $(0, 1)$

۱) $[1, +\infty)$

۱۶) کدام گزینه در مورد تابع $y = \frac{x-1}{x+1}$ صحیح است؟

۲) در فاصله $(0, 1)$ نزولی است.

۱) در فاصله $(-\infty, 1)$ صعودی است.

۴) در فاصله $(-\infty, -1)$ نزولی است.

۳) در فاصله $(1, +\infty)$ صعودی است.

۱۷) اگر $f(x) = 4x + 1$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ باشد، $(2f + g)(-4)$ کدام است؟

۴) -۳۱

۳) ۳۱

۲) -۲۸

۱) ۲۸

۱۸) اگر f یک تابع خطی باشد و $f(1) = 7$ و $f(5) = 15$ باشد، $f^{-1}(x)$ کدام است؟

۴) $2x - 5$

۳) $2x + 5$

۲) $\frac{x+5}{2}$

۱) $\frac{x-5}{2}$

۱۹) اگر $f(x) = \sqrt{x+a}$ ، $g(x) = \sqrt{b-x}$ و $f + g = \{(-1, c)\}$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۴) ۲

۳) -۲

۲) -۳

۱) صفر

۲۰) اگر $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x+4}}$ و $g(x) = \frac{x^2-25}{\sqrt{x+4}}$ باشند، دامنه تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

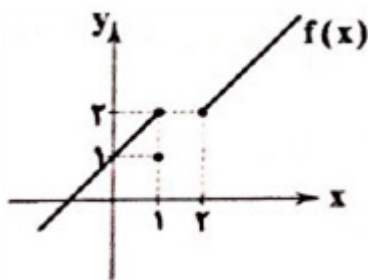
۴) $(-4, +\infty) - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

۳) $(-4, +\infty)$

۲) $R - \{-5, 5\}$

۱) $(-4, +\infty) - \{5\}$

۲۱ اگر از نمودار زیر دو نقطه را حذف کنیم، آن گاه f تابعی وارون پذیر خواهد بود. چند حالت برای حذف این نقاط وجود دارد؟



۱ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۲۲ به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a ، تابع $f(x) = |2x + a|$ در بازه‌ی $(-1, 2)$ یک به یک است؟

$\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ (۴)

$R - (-4, 2)$ (۳)

$(-4, 2)$ (۲)

$R - \left(-1, \frac{1}{2}\right)$ (۱)

۲۳ اگر $x \cot g x + f(-x) \operatorname{Cotg} x = f(x) \operatorname{tg} x$ باشد، $f(x)$ کدام است؟

$\frac{x}{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{Cotg}^2 x}$ (۴)

$\frac{x}{\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{Cotg}^2 x}$ (۳)

$\frac{x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x}$ (۲)

$\frac{x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$ (۱)

۲۴ به ازای کدام مقدار x ، نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4} - 3$ بالای محور x هاست؟

$(-\infty, -\sqrt{6})$ (۲)

$(2, +\infty)$ (۱)

$(-\infty, 2)$ (۴)

$(-\sqrt{6}, -2) \cup (2, \sqrt{6})$ (۳)

۲۵ حدود x در معادله‌ی $[x]^2 - [x] = 0$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$[-1, 1)$ (۴)

$[-1, 1) - \{0\}$ (۳)

$[0, 2) - \{1\}$ (۲)

$[0, 2)$ (۱)

۲۶ به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2 + a}$ به صورت $(-\infty, 0)$ می‌باشد؟

$\emptyset$ (۴)

$\{0\}$ (۳)

$[0, +\infty)$ (۲)

$(0, +\infty)$ (۱)

۲۷ اگر f یک تابع معکوس پذیر باشد و داشته باشیم $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$ حاصل $f(5)$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۲۸ اگر $f = \{(2, a+1), (\sqrt{b}, 3)\}$ و $f^{-1} = \{(a-1, c+1), (d, b-2)\}$ حاصل $a+b+c+d$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۱۴ (۱)

۲۹ اگر رابطه‌ی $f = \{(4, 2), (m^2 - 3m, 2), (-1, m^2), (m, -1)\}$ ، یک تابع یک به یک باشد، مجموعه‌ی مقادیر m کدام است؟

$\{-1, 4\}$ (۴)

$\{\}$ (۳)

$\{-1\}$ (۲)

$\{4\}$ (۱)

۳۰ معادله‌ی $x^2 - \left[x^2 + \frac{x}{3}\right] = 0$ چند ریشه دارد؟

بی شمار (۴)

۲۸ (۳)

۲۶ (۲)

۲۷ (۱)

۳۱) مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $[-x] + [x] = -1$ شامل چند عدد صحیح در بازه‌ی $(0, 5)$ نمی‌شود؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

۳۲) اگر $[-\frac{1-2x}{9}] = -5$ ، آن‌گاه عبارت $[\frac{11x+1}{3}]$ ، چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟ ([: جزء صحیح])

- ۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

۳۳) برد تابع $y = \frac{1}{x^4 + x^2 + 1}$ به صورت بازه‌ی $(\alpha, \beta]$ است. $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۳۴) ضابطه‌ی وارون تابع $y = 2x + |x - 1|$ در صورت وجود کدام است؟

۱) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & x \geq 2 \\ x-1 & x < 2 \end{cases}$ ۲) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$

۳) $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & x \geq 2 \\ x+1 & x < 2 \end{cases}$ ۴) وارون‌پذیر نیست.

۳۵) دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{2x^2 - 5x + 3}$ به کدام صورت است؟

۱) $\{x | x \geq 1\}$ ۲) $\left\{x | x \geq 1, x \neq \frac{3}{2}\right\}$

۳) $\{x | x > 1\}$ ۴) $\left\{x | x > 1, x \neq \frac{3}{2}\right\}$

۳۶) مجموعه‌ی اعداد طبیعی، زیرمجموعه‌ی دامنه‌ی کدام یک از توابع زیر نمی‌باشد؟

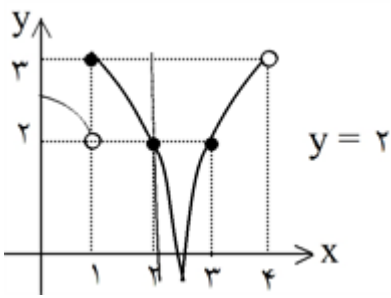
۱) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ ۲) $g(x) = \sqrt{x+1}$ ۳) $h(x) = \frac{x-1}{x}$ ۴) $k(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2-8}}$

۳۷) برد تابع $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2}$ کدام است؟

۱) $R - \{0\}$ ۲) $R - \{1, -2\}$ ۳) $R - \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$ ۴) $R - \{-2\}$

۳۸ مطابق شکل، نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = f(x)$ در دامنه‌ی تعریفش رسم شده است.

دامنه‌ی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{2-f(x)}}$ کدام است؟



۴ $R - [2, 3]$

۳ $(2, 3)$

۲ $(1, 2)$

۱ $(-\infty, 4)$

۳۹ اگر x عددی غیر صحیح باشد، حاصل $[x-1] + [2-x]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴ 0 یا 1

۳ 0 یا -1

۲ 1

۱ صفر

۴۰ دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2}$ برابر است با:

۴ $R - \{2, 3\}$

۳ $R - \{1, 2\}$

۲ $R - \{1\}$

۱ $R - \{-3, 1\}$

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول بازه مورد نظر که روی خط $y = -1$ قرار گرفته، زمانی بزرگترین مقدار ممکن است که تابع $f(x) = x^2 - 4x + m$ بر خط $y = -1$ مماس باشد، یعنی عرض رأس سهمی f برابر (-1) باشد:

$$y_S = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(16 - 4m)}{4} = -1 \Rightarrow 16 - 4m = 4 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3$$

۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون نمودار تابع $f(x) = ax + b$ از نقاط $(1, 2)$ و $(0, 4)$ می‌گذرد، پس مختصات آن‌ها در معادله‌ی تابع صدق می‌کند.

$$\left. \begin{aligned} (1, 2) \in f &\Rightarrow f(1) = 2 \Rightarrow a + b = 2 \\ (0, 4) \in f &\Rightarrow f(0) = 4 \Rightarrow b = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2$$

چون مختصات نقطه‌ی $(2, 0)$ در معادله‌ی تابع f صدق می‌کند، پس مختصات نقطه‌ی $(0, 2)$ در معادله‌ی f^{-1} صدق خواهد کرد. بنابراین نمودار تابع f^{-1} از نقطه‌ی $(0, 2)$ می‌گذرد.

۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی $\frac{-b}{2a}$ و عرض آن $-\frac{\Delta}{4a}$ است.

$$A\left(\frac{-4}{2a}, \frac{4a - 16}{4a}\right) \xrightarrow{y=\frac{1}{2}} \frac{4a - 16}{4a} = \frac{2a}{-4} \Rightarrow -4a + 16 = 2a^2 \Rightarrow a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow a = -4, a = 2$$

رأس سهمی در ناحیه‌ی اول است و طول رأس سهمی باید مثبت باشد، پس $a = -4$ قابل قبول است.

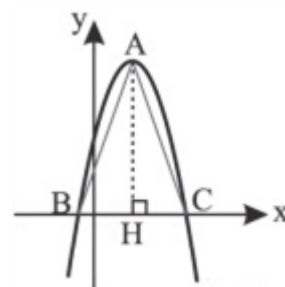
$$y = -4x^2 + 4x + 1$$

$$A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

قاعده‌ی مثلث ABC، برابر اختلاف ریشه‌هاست، پس داریم:

$$BC = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{32}}{4} = \sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(AH)(BC) = \frac{1}{2}(2)(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$



۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = a_1 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = a_{3-1} + a_3 = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 = 2 + 2 = 4$$

$$n = 6 \Rightarrow a_6 = a_5 + a_4 = 2 + 2 = 4$$

$$n = 7 \Rightarrow a_7 = a_6 + a_5 = 4$$

$$n = 8 \Rightarrow a_8 = a_7 + a_6 = 2 + 4 = 6$$

۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع f را حساب می‌کنیم:

$$x + b \geq 0 \Rightarrow x \geq -b$$

با توجه به نمودار، دامنه‌ی f به صورت $x \geq 3$ ، پس $b = -3$. تا اینجا ضابطه‌ی f به صورت $f(x) = a - \sqrt{x - 3}$ به دست آمده

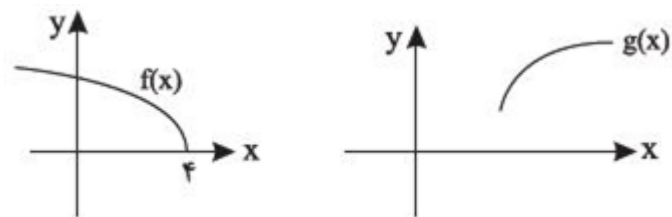
است. تابع f از نقطه‌ی $(4, 0)$ می‌گذرد. پس:

$$f(4) = 0 \Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

ضابطه‌ی f به شکل $f(x) = 1 - \sqrt{x - 3}$ است. پس در بین گزینه‌ها فقط نقطه‌ی $(39, -5)$ روی f قرار دارد.

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
مشخصاً نمودارها به شکل زیر هستند:



با توجه به آن که $D_f = (-\infty, 4]$ و $D_g = [4, +\infty)$ داریم:

$$f(x) = \sqrt{a-x} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(4) = 0$$

$$D_f = (-\infty, 4]$$

$$\Rightarrow g(4) = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(b-1) = f(-1) = \sqrt{4+1} = 3$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{+4\}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷

$$x^2 - cx + 4 = (x-2)^2 \Rightarrow x^2 - cx + 4 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow c = 4$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{2}{x-2} = \frac{ax+b}{(x-2)^2} \xrightarrow{x \neq 2} ax+b = 2(x-2) \Rightarrow ax+b = 2x-4$$

$$a = 2, b = -4$$

$$a+b+c = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $f(x)$ با انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به دست می‌آید.

۸

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ}} y = \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y = -\sqrt{x+1}$$

$$y = -\sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{واحد انتقال به سمت پایین}} y = -2 - \sqrt{x+1} = a - \sqrt{x+b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow (b, a) = (1, -2)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای دامنه‌ی تابع $f-g$ داریم:

۹

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{2\}$$

از طرفی برای دامنه‌ی تابع $f(x)$ و $g(x)$ داریم:

$$D_f : 2x - 2a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{2a}{2}$$

$$D_g : b - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{b}{2}$$

برای آن که اشتراک دامنه‌های توابع f و g تنها عدد ۲ باشد باید داشته باشیم:

$$\frac{2a}{2} = \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

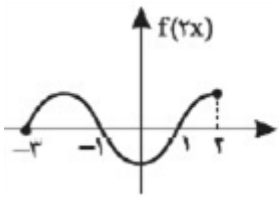
بنابراین می‌توان نوشت:

$$(2f-g)(2) = \frac{k}{2} \Rightarrow 2f(2) - g(2) = \frac{k}{2} \Rightarrow 2(0+k+1) - (0-2k) = \frac{k}{2}$$

$$\Rightarrow 4k+2 = \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{7k}{2} = -2 \Rightarrow k = -\frac{4}{7}$$

و در نهایت داریم:

$$2a+b-7k = 4+4+4 = 12$$



$$\frac{x}{f(2x)} \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow f(2x) > 0 & x = 0, 2 \\ x \leq 0 \Rightarrow f(2x) < 0 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو تابع با هم برابرند، اگر ضابطه و دامنه‌ی آن‌ها با هم برابر باشند. ضابطه هر چهار تابع با

تابع داده شده در صورت سؤال یکی است:

$$\text{Log}(x-2) - \text{Log} x = \text{Log} \frac{x-2}{x}$$

$$\text{Log} \frac{x^2-4}{x^2+2x} = \text{Log} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} = \text{Log} \frac{x-2}{x} \quad \text{و} \quad \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}} = \text{Log} \left(\sqrt{\frac{x-2}{x}} \right)^2$$

$$= \text{Log} \frac{x-2}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 = \text{Log} \frac{x-2}{x}$$

بررسی دامنه‌ها:

دامنه‌ی تابع داده شده:

$$\frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2$$

گزینه‌ی ۱:

$$\left. \begin{matrix} \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x > 2 \\ x > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x > 2$$

گزینه‌ی ۲:

$$\frac{x^2-4}{x^2+2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0 \xrightarrow{x \neq -2} \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow (x < 0 \text{ یا } x > 2) - \{-2\}$$

گزینه‌ی ۳:

$$\left(\frac{x-2}{x} \right)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 2$$

گزینه‌ی ۴:

$$\sqrt{\frac{x-2}{x}} > 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را در بازه‌ی $(-3, 2)$ رسم می‌کنیم. برای این منظور، بازه‌ی داده‌شده را به‌صورت

زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

$$-3 < x \leq -2 \Rightarrow 2 \leq |x| < 3 \Rightarrow [|x|] = 2 \Rightarrow y = 2$$

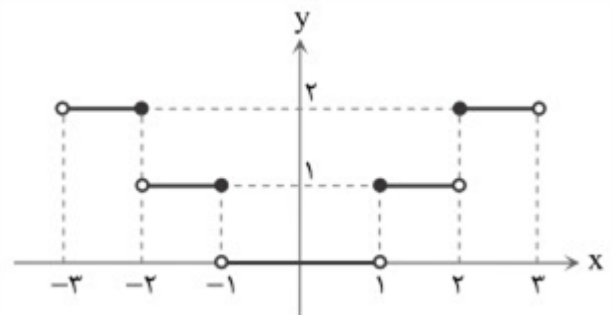
$$-2 < x \leq -1 \Rightarrow 1 \leq |x| < 2 \Rightarrow [|x|] = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$-1 < x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq |x| < 1 \Rightarrow [|x|] = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow 0 \leq |x| < 1 \Rightarrow [|x|] = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow 1 \leq |x| < 2 \Rightarrow [|x|] = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow 2 \leq |x| < 3 \Rightarrow [|x|] = 2 \Rightarrow y = 2$$



همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، نمودار تابع در بازه‌ی $(-3, 2)$ از پنج پاره‌خط تشکیل شده است.

۱۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{مثال نقض گزینه ی ۱:} \quad y = x^2 - x \xrightarrow{y=0} x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{مثال نقض گزینه ی ۳:} \quad y = \frac{x^2 - 1}{x} \xrightarrow{y=0} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\text{مثال نقض گزینه ی ۴:} \quad y = x + |x| \xrightarrow{y=0} |x| = -x \Rightarrow x < 0$$

درهریک از موارد بالا با درنظر گرفتن یک مقدار برای y ، بیش از یک مقدار برای x به دست آمده است. پس هیچ‌یک، یک به یک نیستند. گزینه ی ۲ یک به یک است چون اکیداً صعودی است. دقت کنید که توابع x^2 و x هر دو اکیداً صعودی هستند و جمع دو تابع اکیداً صعودی، اکیداً صعودی است.

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه ی تابع برابر مجموعه اعداد حقیقی منهای ریشه‌های مخرج است. با توجه به شکل

معلوم است که تابع در $x = -3, 1$ تعریف نشده است؛ پس $x = -3, 1$ ریشه‌های مخرج‌اند؛ بنابراین:

$$x^2 - bx + c = (x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow b = -2, c = -3$$

تابع در $x = -3$ تعریف نشده است؛ اما حد دارد؛ پس $x = -3$ ریشه‌ی صورت هم است؛ بنابراین:

$$9 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow 3a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{3}$$

در این صورت:

$$f(x) = \frac{x^2 + \frac{5}{3}x - 4}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x+3)\left(x - \frac{4}{3}\right)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x - \frac{4}{3}}{x-1} = \frac{3x-4}{3x-3} \Rightarrow f(3) = \frac{5}{6}$$

۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای x دو حالت $x \geq 0$ و $x < 0$ را درنظر می‌گیریم:

$$1) \quad x \leq 0 \Rightarrow y = \frac{x-x}{-x+2} = 0$$

$$2) \quad x > 0 \Rightarrow y = \frac{2x}{x+2}$$

$$yx + 2y = 2x \Rightarrow x = \frac{2y}{2-y}$$

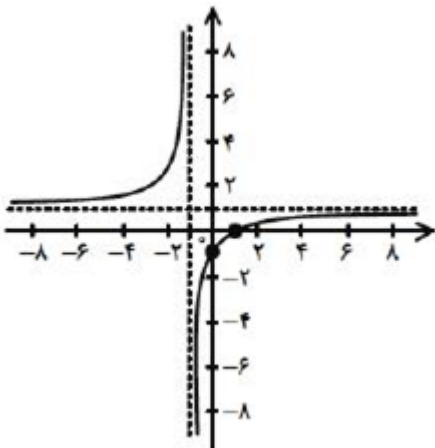
$$x > 0 \Rightarrow \frac{2y}{2-y} > 0 \Rightarrow 0 < y < 2$$

پس برد در این حالت فقط $y = 0$ است.برای یافتن برد، x را برحسب y محاسبه می‌کنیم:اجتماع دو حالت بالا به صورت $0 \leq y < 2$ است.

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار این تابع هموگرافیک به شکل زیر است:

$$y = \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

این تابع در فاصله‌های $(-\infty, -1)$ و $(-1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$(2f + g)(-4) = 2f(-4) + g(-4) = 2(-16 + 1) + \sqrt{4} = -30 + 2 = -28$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون f یک تابع خطی است بنابراین $f(x) = ax + b$ ۱۸

$$\begin{aligned} f(1) &= 7 \Rightarrow a + b = 7 \\ f(5) &= 15 \Rightarrow 5a + b = 15 \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2, b = 5 \Rightarrow f(x) = 2x + 5 \Rightarrow y = 2x + 5 \\ \Rightarrow 2x &= y - 5 \Rightarrow x = \frac{y-5}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که $D_f = [-a, +\infty)$, $D_g = (-\infty, b]$ و چون $D_{f+g} = \{-1\}$ ، بنابراین: ۱۹

$D_f \cap D_g = \{-1\}$ و این وقتی امکان‌پذیر است که $-a = b = -1$ باشد، داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = \sqrt{-1-x}$$

$$(f+g)(-1) = c \Rightarrow f(-1) + g(-1) = c \Rightarrow 0 + 0 = c \Rightarrow c = 0 \Rightarrow a + b + c = 1 - 1 + 0 = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $\frac{f(x)}{g(x)}$ به صورت زیر تعریف می‌شود: ۲۰

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

برای یافتن دامنه تابع $\frac{f(x)}{g(x)}$ باید زیر رادیکال را نامنفی و مخرج را مخالف صفر قرار دهیم، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} D_f : x + 4 > 0 &\Rightarrow x > -4 \\ D_g : x + 4 > 0 &\Rightarrow x > -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f = D_g = (-4, +\infty) \Rightarrow D_f \cap D_g = (-4, +\infty)$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x+4}} = 0 \Rightarrow x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x = \pm 5 \xrightarrow{x > -4} x = 5$$

$$\Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = (-4, +\infty) - \{5\}$$

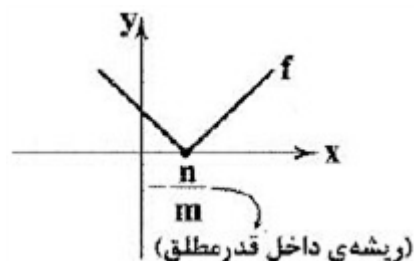
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار باید دو نقطه‌ی $(1, 1)$ و $(1, 2)$ یا این‌که دو نقطه‌ی $(1, 1)$ و $(2, 2)$ و یا این‌که دو نقطه‌ی $(0, 1)$ و $(1, 2)$ حذف شوند تا f تابعی یک به یک و در نتیجه وارون‌پذیر شود. پس سه حالت برای حذف وجود دارد. ۲۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که نقطه‌ی شکستگی نمودار تابع $f(x) = |mx + n|$ ، ریشه‌ی عبارت داخل قدرمطلق است. پس برای این‌که f تابعی یک به یک باشد، باید ریشه‌ی داخل قدرمطلق در بازه‌ی $(-1, 2)$ نباشد. بنابراین ابتدا حدود a را طوری می‌یابیم که ریشه‌ی عبارت داخل قدرمطلق در بازه‌ی $(-1, 2)$ باشد و بعد مجموعه جواب به دست آمده را از R حذف می‌کنیم. ۲۲

$$2x + a = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2} \xrightarrow{x \in (-1, 2)} -1 < -\frac{a}{2} < 2 \xrightarrow{\times (-2)} -4 < a < 2$$

$$\Rightarrow a \in (-4, 2)$$

$$a \in R - (-4, 2) \quad \text{بنابراین جواب نهایی برابر است با:}$$



۲۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. x را به -x تبدیل کرده و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} f(x) \operatorname{tg} x + f(-x) \operatorname{Cotg} x &= x \xrightarrow{\times \operatorname{tg} x} \\ f(-x) \operatorname{tg}(-x) + f(x) \operatorname{Cotg}(-x) &= -x \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow f(x) \left(\frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg} x} \right) = x \Rightarrow f(x) = \frac{x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$$

۲۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x \text{ محور } f \text{ بالای } x \text{ هست} \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow \left(\frac{x^2}{x^2 - 4} - 3 \right) > 0 \Rightarrow \left(\frac{x^2 - 3x^2 + 12}{x^2 - 4} \right) > 0$$

$$\frac{-2x^2 + 12}{x^2 - 4} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x^2 + 12 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6} \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

x	$-\sqrt{6}$	-2	2	$\sqrt{6}$
$-2x^2 + 12$	-	+	+	-
$x^2 - 4$	+	+	-	+
$\frac{-2x^2 + 12}{x^2 - 4}$	-	+	-	-

تعریف نشده

تعریف نشده

$$\text{مجموعه جواب} = (-\sqrt{6}, -2) \cup (2, \sqrt{6})$$

۲۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[x]^2 - [x] = 0 \Rightarrow [x]([x] - 1) = 0$$

$$\begin{aligned} [x] = 0 &\Rightarrow 0 \leq x < 1 \\ [x] = 1 &\Rightarrow 1 \leq x < 2 \end{aligned} \Rightarrow 0 \leq x < 2 \Rightarrow x \in [0, 2)$$

۲۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به عبارت $\sqrt{-x}$ باید $x \leq 0 \Rightarrow -x \geq 0$ یعنی دامنه تابع به صورت $(-\infty, 0]$ بوده استکه در سؤال به صورت $(-\infty, 0)$ داده شده است. مشخص است که باید $x = 0$ ریشهٔ مخرج باشد تا از دامنه حذف گردد

لذا:

$$x^2 + a \xrightarrow{x=0} 0^2 + a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = \{x \mid x < 0\}$$

۲۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واضح است که $(\delta, f^{-1}(\delta)) \in f^{-1}$ پس $(f^{-1}(\delta), \delta) \in f$ است پس نقطه $(f^{-1}(\delta), \delta)$ در ضابطهf صدق می‌کند بنابراین به جای x، $f^{-1}(\delta)$ و به جای $f(x)$ عدد δ را قرار می‌دهیم.

$$f(x) = f^{-1}(\delta) + x - 3 \Rightarrow \delta = f^{-1}(\delta) + f^{-1}(\delta) - 3 \rightarrow f^{-1}(\delta) = 4$$

حال ضابطه تابع f را دوباره می‌نویسیم و $f(\delta)$ را محاسبه می‌کنیم.

$$f(x) = f^{-1}(\delta) + x - 3$$

$$f(\delta) = 4 + \delta - 3 \Rightarrow f(\delta) = 4 + \delta - 3 = \delta$$

۲۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: برای تابع وارون‌پذیر f داریم: $(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$

نکته: دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) برابرند، اگر و تنها اگر: $a = c$, $b = d$

$$f = \{(2, a+1), (\sqrt{b}, 3)\} \Rightarrow f^{-1} = \{(a+1, 2), (3, \sqrt{b})\}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$f^{-1} = \{(a-1, c+1), (d, b-2)\}$$

$$\{(a+1, 2), (3, \sqrt{b})\} = \{(a-1, c+1), (d, b-2)\}$$

واضح است که $a+1 \neq a-1$ پس:

$$\begin{cases} (a+1, 2) = (d, b-2) \\ (3, \sqrt{b}) = (a-1, c+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = b-2 \Rightarrow b = 4 \\ 3 = a-1 \Rightarrow a = 4 \\ a+1 = d \xrightarrow{a=4} d = 5 \\ \sqrt{b} = c+1 \xrightarrow{b=4} c = 1 \end{cases}$$

$$a+b+c+d = 4+4+1+5 = 14 \text{ بنابراین:}$$

۲۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به دلیل وجود دو زوج مرتب $(4, 2)$ و $(m^2-3m, 2)$ در رابطه‌ی f ، شرط لازم برای آن‌که تابع

باشد، آن است که:

$$m^2-3m = 4 \Rightarrow m^2-3m-4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$$

به ازای $m = -1$ ، رابطه به صورت $f = \{(4, 2), (4, 2), (-1, 1), (-1, -1)\}$ در می‌آید، که تابع نیست. (به ازای $x = -1$ دو مقدار برای y وجود دارد.)

به ازای $m = 4$ ، رابطه به صورت $f = \{(4, 2), (4, 2), (-1, 4), (4, -1)\}$ در می‌آید، که یک تابع نیست. (به ازای $x = 4$ دو مقدار برای y وجود دارد.)

۳۰

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^r = \left[x^r + \frac{x}{3} \right] \Rightarrow x^r \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^r = x^r + \left[\frac{x}{3} \right] \Rightarrow \left[\frac{x}{3} \right] = 0 \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq x < 3 \Rightarrow 0 \leq x^r < 27 \left\{ \begin{array}{l} x^r \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow x^r \in \{0, 1, 2, \dots, 26\} \Rightarrow \text{تعداد} = 27$$

۳۱

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \text{ می‌دانیم:}$$

بنابراین مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $[x] + [-x] = -1$ شامل اعداد صحیح نمی‌شود. یعنی اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ در بازه‌ی $(0, 5)$ جزء جواب معادله نیستند.

۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left[\frac{1-2x}{9} \right] = -5 \Rightarrow -5 \leq \frac{1-2x}{9} < -4 \Rightarrow -45 \leq 1-2x < -36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 45 \geq 2x-1 > 36 \Rightarrow 46 \geq 2x > 37 \Rightarrow 23 \geq x > \frac{37}{2}$$

$$\Rightarrow 253 \geq 11x > \frac{407}{2} \Rightarrow 254 \geq 11x+1 > \frac{409}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{254}{3} \geq \frac{11x+1}{3} > \frac{409}{6} \Rightarrow 84 \geq \left[\frac{11x+1}{3} \right] \geq 68$$

پس عبارت مورد نظر، می‌تواند هر یک از مقادیر ۶۸، ۶۹، ...، ۸۳ و ۸۴ را داشته باشد که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$(84 - 68) + 1 = 17$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مخرج کسر را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} + 1 = \left(x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{\left(x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{3}{4}}$$

$$x^{\frac{1}{2}} \geq 0 \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{\left(x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{3}{4}} \leq 1$$

$$\Rightarrow R_y : (0, 1] \Rightarrow \alpha + \beta = 0 + 1 = 1$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با تعیین علامت داخل قدرمطلق تابع را دوضابطه‌ای می‌کنیم:

$$y = \begin{cases} 3x + (x-1) & x-1 \geq 0 \\ 3x - (x-1) & x-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 4x-1 & x \geq 1 \\ x+1 & x < 1 \end{cases}$$

حالا با توجه به این‌که دامنه‌ی تابع معکوس، برد تابع اولیه است، داریم:

$$\begin{cases} y_1 = 4x-1 \Rightarrow x = \frac{y_1+1}{4} \Rightarrow f^{-1}_1(x) = \frac{x+1}{4}; x \geq 2 \\ x \geq 1 \Rightarrow 4x \geq 4 \Rightarrow 4x-1 \geq 3 \Rightarrow y_1 \geq 3 \\ y_2 = x+1 \Rightarrow x = y_2-1 \Rightarrow f^{-1}_2(x) = x-1; x < 2 \\ x < 1 \Rightarrow x+1 < 2 \Rightarrow y_2 < 2 \end{cases}$$

دقت کنید چون تابع خطی است و $y_1 \cap y_2 = \emptyset$ تابع یک‌به‌یک است پس وارون‌پذیر است.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(2)(3) = 25 - 24 = 1$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2(2)} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{ریشه‌های مخرج} = \left\{1, \frac{3}{2}\right\}$$

از طرفی عبارت زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج بایستی بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow D_f = \left\{x \mid x > 1, x \neq \frac{3}{2}\right\}$$

۳۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به بررسی دامنه‌ی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: دامنه‌ی $f(x) = \frac{1}{x^3} - 3x$ تمام اعداد حقیقی است زیرا دلیلی برای محدود کردن x در این تابع وجود ندارد.

گزینه ۲: چون مقدار زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج نمی‌تواند منفی باشد، پس مقدار $x + 1$ باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر شود.

$$x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$$

گزینه ۳: مخرج کسر نمی‌تواند برابر با صفر باشد، بنابراین داریم:

$$x \neq 0 \Rightarrow D_h = R - \{0\}$$

گزینه ۴: عبارت زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد، بنابراین:

$$\frac{x^2}{4x - 8} \geq 0$$

عبارت x^2 همواره نامنفی است، بنابراین برای برقراری نامعادله‌ی فوق کافی است مخرج کسر یعنی $4x - 8$ بزرگ‌تر از صفر باشد (مخرج کسر نمی‌تواند برابر با صفر باشد) و یا صورت کسر برابر با صفر باشد.

$$\begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 4x - 8 > 0 \Rightarrow 4x > 8 \Rightarrow x > 2 \end{cases}$$

لذا دامنه‌ی تابع فوق به صورت $D_k = (2, +\infty) \cup \{0\}$ می‌باشد. مجموعه‌ی اعداد طبیعی زیرمجموعه‌ی دامنه‌ی تابع گزینه‌ی (۴) نمی‌باشد.

۳۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2} \Rightarrow D_f = R - \{1, -2\}$$

$$f(x) = \frac{1}{x+2} \Rightarrow f(x) \neq 0 \quad (1)$$

$$x \neq 1 \Rightarrow \frac{1}{x+2} \neq \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) \neq \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow R_f = R - \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$$

۳۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{\sqrt{2-f(x)}} \Rightarrow 2-f(x) > 0 \Rightarrow f(x) < 2$$

با توجه به نمودار تابع، در فاصله‌ی $2 < x < 3$ ، نمودار تابع f پایین‌تر از خط $y = 2$ قرار می‌گیرد.

۳۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان‌طور که می‌دانید:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$[x-1] + [2-x] = [x] - 1 + 2 + [-x] = [x] + [-x] + 1 \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} -1 + 1 = 0$$

حال داریم:

۴۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ریشه‌های مخرج کسر را یافته، آن‌ها را از دامنه حذف کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2-2}{x^2-3x+2} \Rightarrow x^2-3x+2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دامنه}} D_f = R - \{1, 2\}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

