



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون : بانک تست ریاضی یازدهم

تاریخ برگزاری ۱۴۰۴/۰۴/۲۹

تجربی (فصل ۴ مثلثات)

۱ کدام گزینه، نادرست است؟ ($\pi \simeq 3/14$)

۱ اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی الساقینی، ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث، کوچکتر از اندازه هر یک از ساقهای آن است.

۲ انتهای کمان زاویه $\frac{17\pi}{3}$ رادیان، در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

۳ مکمل زاویه ۶۰ درجه بر حسب رادیان، برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

۴ در دایره‌ای به شعاع ۱ سانتی‌متر، طول کمان روبه‌روی زاویه ۱۸۰ درجه، تقریباً برابر $3/14$ سانتی‌متر است.

۲ اگر $f(x) = \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x}$ و $D_f = \left(-\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ حاصل $\left[f^{-1}(4/5) - f^{-1}(0/125)\right]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۴ -۴

۳ -۲

۲ ۳

۱ ۱

۳ مجموعه نقاط روی دایره مثلثاتی که در نامعادلات $\tan x > \cot x$ و $\sin x < \frac{1}{2}$ صدق می‌کنند، چه کسری از محیط دایره است؟

۴ $\frac{1}{12}$

۳ $\frac{1}{4}$

۲ $\frac{1}{6}$

۱ $\frac{1}{3}$

۴ اگر $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{8}$ و $\tan 2\alpha = \frac{3}{2m-1}$ باشد، دامنه تابع $f(x) = \tan\left(2x - \frac{m\pi}{6}\right)$ به ازای بیشترین مقدار صحیح m کدام است؟

۲ $D_f = R - \left\{\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right\}$

۱ $D_f = R - \left\{k\pi - \frac{\pi}{3}\right\}$

۴ $D_f = R - \left\{\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right\}$

۳ $D_f = R - \left\{k\pi + \frac{\pi}{6}\right\}$

۵ خطی به معادله $y = 2$ و نمودار تابع با ضابطه $y = -1 - 3\sin x$ نسبت به هم چگونه‌اند؟ ($x \in [0, 2\pi]$)

۲ در یک نقطه بر هم مماس‌اند.

۱ در سه نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

۴ متقاطع نیستند.

۳ در دو نقطه متقاطع‌اند.

۶ تابع $y = \cos x$ در فاصله $[-2\pi, 4\pi]$ چندبار برابر $\frac{1}{3}$ می‌شود؟

۴ ۸

۳ ۶

۲ ۴

۱ ۲

۷ حاصل $\tan \frac{19\pi}{6} \sin \frac{13\pi}{3} + \cos^2 \frac{11\pi}{4}$ کدام است؟

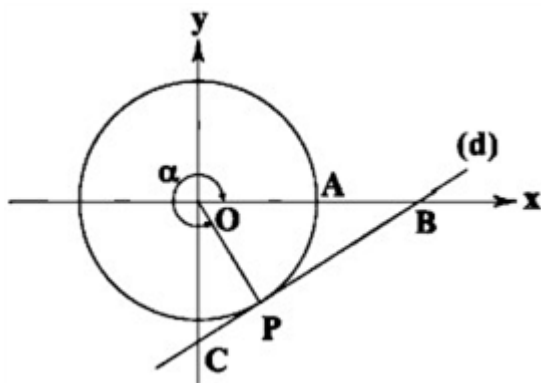
۴ $\frac{1}{2}$

۳ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲ $\frac{3}{2}$

۱ ۱

۸ اگر در شکل مقابل خط (d) در نقطه‌ی P بر دایره‌ی مثلثاتی مماس بوده و زاویه‌ی $\angle AOP$ برابر α باشد، آن‌گاه طول پاره‌خط CP برابر است با:



۴ $\frac{1}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha)$

۳ $\frac{1}{2}(\cos \alpha - \tan \alpha)$

۲ $-\cot \alpha$

۱ $-\tan \alpha$

۹ اگر $x - 2y = -\frac{\pi}{4}$ ، حاصل $\tan(y - x)$ کدام است؟

۴ $-\tan y$

۳ $\tan x$

۲ $\cot y$

۱ $-\cot x$

۱۰ اگر $\cos\left(\frac{11\pi}{4} - x\right) - 2\cos(x - 5\pi) = 0$ ، حاصل $\tan\left(\frac{5\pi}{4} + x\right)$ کدام است؟

۴ -3

۳ $-\frac{1}{3}$

۲ ۳

۱ $\frac{1}{3}$

۱۱ در دایره‌ای به شعاع ۹ واحد، طول کمان روبه‌رو با زاویه‌ی α برابر 12π می‌باشد.

حاصل $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) + \sin(3\pi - 2\alpha)$ کدام است؟

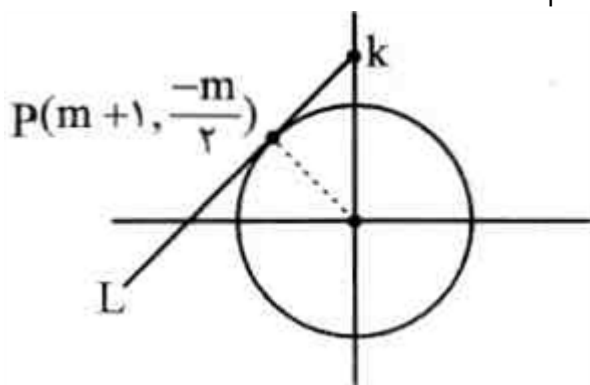
۴ $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

۳ $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

۲ $\sqrt{3}$

۱ صفر

۱۲ در شکل مقابل، خط L بر دایره‌ی مثلثاتی در نقطه‌ی P مماس است. k کدام است؟



۴ $\frac{4}{5}$

۳ $\frac{5}{4}$

۲ $\frac{4}{3}$

۱ $\frac{3}{4}$

۱۳ اگر $\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = ۴$ و $۵\pi < x < ۶\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ کدام است؟

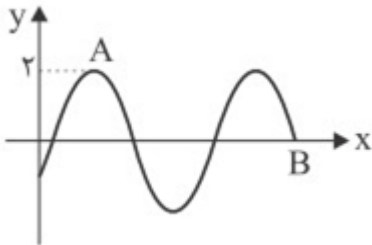
۴ $\frac{1/۶}{\sqrt{۳}}$

۳ $-\frac{1/۶}{\sqrt{۳}}$

۲ $۰/\sqrt[۸]{۲}$

۱ $-۰/\sqrt[۸]{۲}$

۱۴ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin\left(x - \frac{\pi}{۳}\right)$ به صورت زیر است. شیب خط گذرنده از A و B چقدر است؟



۴ $-\frac{۲}{۳\pi}$

۳ $-\frac{۴}{۷\pi}$

۲ $-\frac{۴}{۵\pi}$

۱ $-\frac{۴}{۳\pi}$

۱۵ حاصل عبارت $\frac{\sin ۷۰^\circ + \sin ۴۷۰^\circ}{\cos ۸۸۰^\circ - \cos(-۳۸۰^\circ)}$ برابر کدام گزینه است؟ ($\tan ۲۰^\circ = ۰/۳۶$)

۴ $-۰/۳۲$

۳ $۰/۳۲$

۲ $-۰/۶۸$

۱ $۰/۶۸$

۱۶ اگر $\cos \frac{۳\pi}{۱۴} = m$ باشد، حاصل عبارت $A = \left(\operatorname{tg} \frac{۳\pi}{۱۴}\right)^{11} \left(\operatorname{tg} \frac{۲\pi}{۷}\right)^{12}$ برحسب m کدام است؟

۴ $\frac{1-m^2}{m^2}$

۳ $1 - \frac{1}{m^2}$

۲ $\frac{|m^2|}{1-m^2}$

۱ $\frac{m^2}{1-m^2}$

۱۷ حاصل عبارت $\cos\left(\frac{10\pi}{۳}\right) \operatorname{tg}\left(\frac{-۲1\pi}{۴}\right) + \sin\left(\frac{۲۳\pi}{۶}\right)$ کدام است؟

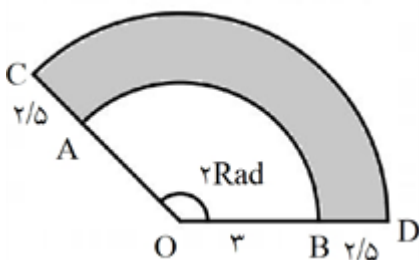
۴ $-\frac{1}{۴}$

۳ -۱

۲ ۱

۱ صفر

۱۸ AB و CD کمان‌هایی به مرکز O هستند. محیط قسمت هاشورخورده چقدر است؟ ($\pi = ۳$)



۴ ۲۴

۳ ۲۲

۲ ۲۰

۱ ۱۸

۱۹ حاصل $A = \sqrt{۲} \sin\left(-\frac{۲۳\pi}{۴}\right) + \frac{1}{\sqrt{۳}} \cos\left(\frac{19\pi}{۲} + \frac{۲\pi}{۳}\right) - \sqrt{۳} \operatorname{tg}\left(\frac{11\pi}{۶}\right)$ کدام است؟

۴ $\frac{\sqrt{۲}-\sqrt{۳}}{۲}$

۳ صفر

۲ $\frac{۵}{۲}$

۱ $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۰ در یک تراکتور شعاع چرخ جلو ۵۰ cm و شعاع چرخ عقب ۱۲۰ cm است. اگر چرخ جلو ۹۰ درجه بچرخد، چرخ عقب چه زاویه‌ای را طی می‌کند؟

$\frac{3\pi}{8}$ (۴)

$\frac{5\pi}{24}$ (۳)

$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

۲۱ اگر $\sin^3 \alpha \cdot \cos^3 \alpha < 0$ و $\cos^3 \alpha \cdot \tan^3 \alpha > 0$ باشد، α چه کسری از نواحی اول و دوم را می‌تواند دربرگیرد؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۲ نمودارهای توابع $y = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ و $y = \cos(m - 2x)$ بر هم منطبق هستند. m کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟

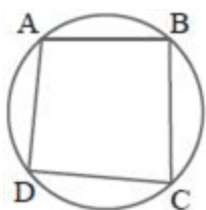
$-\pi$ (۴)

$\frac{3\pi}{2}$ (۳)

$-\frac{3\pi}{2}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

۲۳ با توجه به شکل زیر حاصل عبارت $\sin \hat{A} + \cos \hat{B} + \sin \hat{C} + \cos \hat{D}$ با کدام برابر است؟



$4 \cos \hat{B}$ (۴)

$2 \cos \hat{C}$ (۳)

$4 \cos \hat{D}$ (۲)

صفر (۱)

۲۴ اگر مجموع کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار تابع $f(x) = m \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + k$ برابر ۶ باشد و $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ، آن‌گاه $f(\pi)$ کدام است؟

$3 + 2\sqrt{3}$ (۴)

$3 - \sqrt{3}$ (۳)

$3 + \sqrt{3}$ (۲)

$3 - 2\sqrt{3}$ (۱)

۲۵ هرگاه $-\frac{\pi}{4} < x < -\frac{\pi}{6}$ باشد، کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

$\sin^2 x > \sin x$ (۴)

$\sin^2 x > \cos^2 x$ (۳)

$\cos^2 x > \cos x$ (۲)

$\sin^2 x < \sin x$ (۱)

۲۶ اگر $\frac{5\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{11\pi}{6}$ و $\tan \alpha = \frac{1}{m-1}$ باشد، حدود m کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{3} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$m \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{3} \leq m \leq 0$ (۲)

$m \neq 1$ (۱)

۲۷ اگر $\sin \alpha = \sin \beta = -\frac{1}{4}$ و $0 < \alpha < \beta < 2\pi$ ، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

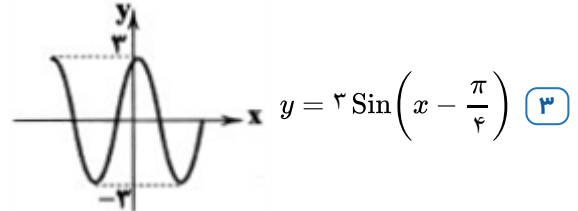
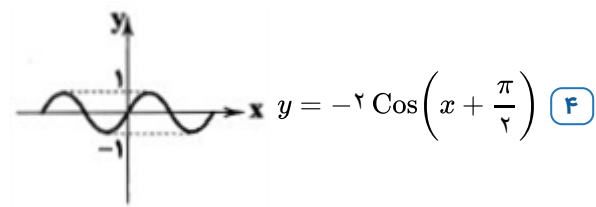
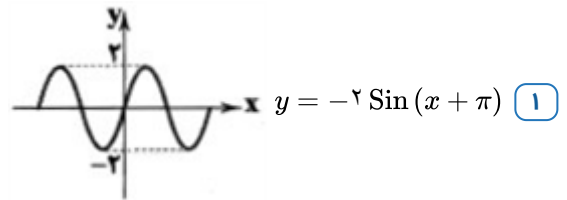
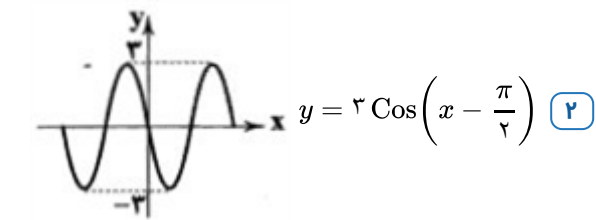
4π (۴)

3π (۳)

2π (۲)

π (۱)

۲۸ در کدامیک از گزینه‌ها، نمودار تابع به درستی رسم شده است؟



۲۹ یک دوندۀ با سرعت ۱۰ کیلومتر بر ساعت، دور یک پیست دومیدانی به شعاع ۲۰ متر در حال دویدن است. این دوندۀ در ۳۰ ثانیه تقریباً چند درجه را طی می‌کند؟ ($\pi \simeq 3$)

$\frac{250}{6}$ ۴

۲۵ ۳

۲۵۰ ۲

$\frac{25}{6}$ ۱

۳۰ کدامیک از تساوی‌های زیر صحیح نیست؟

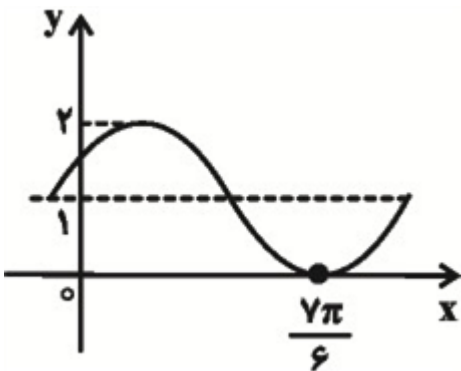
$\sin \frac{5\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} = 0$ ۲

$\sin 60^\circ = \cos(-750^\circ)$ ۱

$\sin \frac{\pi}{8} = \sin \frac{25\pi}{8}$ ۴

$\operatorname{tg} 80^\circ = \operatorname{Cotg} 550^\circ$ ۳

۳۱ ضابطۀ تابع نشان داده شده در شکل، برابر با کدام گزینه زیر می‌تواند باشد؟



$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$ ۲

$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ ۱

$y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ ۴

$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ ۳

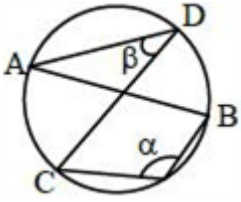
۳۲ در شکل مقابل AB قطر دایره است. چندتا از تساوی‌های زیر درست است؟

الف- $\cos \alpha = \sin \beta$

ب- $\cos^2 \alpha = \sin^2 \beta$

ج- $\sin^4 \alpha = \sin^4 \beta$

د- $\sin^8 \alpha = \sin^8 \beta$



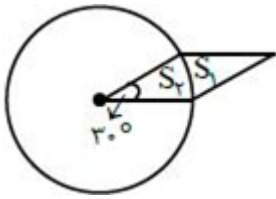
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳۳ در شکل زیر یک رأس لوزی بر مرکز دایره و دو رأس دیگر آن بر روی محیط دایره قرار دارند، حاصل $\frac{S_1}{S_2}$ کدام است؟



$\frac{4}{\pi} - 1$ (۴)

$\frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{6}{\pi} - 1$ (۲)

$\frac{6}{\pi}$ (۱)

۳۴ اگر $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ و $-\frac{9\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$ باشد،

حاصل $A = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟

-0.68 (۴)

-0.28 (۳)

0.68 (۲)

0.28 (۱)

۳۵ انتهای کمان زوایای $\alpha = -\frac{9\pi}{4}$ و $\beta = \frac{7\pi}{3}$ به ترتیب در کدام نواحی دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

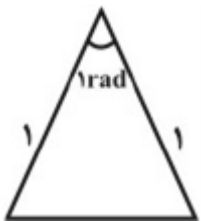
(۴) چهارم - چهارم

(۳) اول - اول

(۲) اول - چهارم

(۱) چهارم - اول

۳۶ در مثلث متساوی‌الساقین زیر به طول ساق‌های یک واحد، زاویه بین دو ساق برابر ۱ رادیان است. در این صورت طول قاعده مثلث چند واحد است؟



(۲) بیشتر از ۱ واحد است.

(۱) برابر ۱ واحد است.

(۴) همه گزینه‌ها می‌توانند صحیح باشند.

(۳) کمتر از ۱ واحد است.

۳۷ اگر $\operatorname{tg} 20^\circ = a$ ، حاصل عبارت $A = \frac{3 \sin 20^\circ + \cos 160^\circ}{5 \cos 290^\circ + 2 \sin 250^\circ}$ کدام است؟

$\frac{3a+1}{5a+2}$ (۴)

$\frac{-3a-1}{-5a+2}$ (۳)

$\frac{3a+1}{-5a+2}$ (۲)

$\frac{3a-1}{5a-2}$ (۱)

۳۸ مقدار ماکسیمم تابع $y = -3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 5$ چند برابر مقدار مینیمم این تابع است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۸ (۱)

۳۹ شعاع دایره‌ای را یک‌بار به اندازه‌ی $\frac{2}{3}$ دور کامل دایره در جهت گردش عقربه‌های ساعت و بار دیگر به اندازه‌ی $\frac{7}{5}$ دور کامل دایره در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. در این صورت مجموعاً شعاع دایره را نسبت به مبدأ حرکت چند درجه دوران داده‌ایم؟

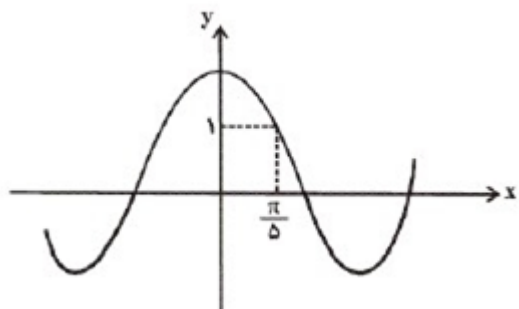
-۷۴۴° (۴)

-۲۶۴° (۳)

+۷۴۴° (۲)

+۲۶۴° (۱)

۴۰ اگر نمودار تابع به معادله‌ی $y = k \cos x$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه حاصل $y = k \sin x$ به ازای $x = \frac{3\pi}{4}$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

۱ (۳)

$-\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست. کمان روبه‌رو به زاویه ۱ رادیان با شعاع دایره (ساق‌های مثلث) برابر است و از وتر روبه‌رو به آن (قاعده مثلث) بزرگ‌تر است.

گزینه ۲: نادرست. انتهای کمان $\frac{17\pi}{3}$ در ربع چهارم قرار دارد.

گزینه ۳: درست. مکمل زاویه ۶۰ درجه، برابر ۱۲۰ درجه که آن هم بر حسب رادیان مساوی $\frac{2\pi}{3}$ است.

گزینه ۴: درست. در دایره‌ای به شعاع ۱ سانتی‌متر، طول کمان روبه‌رو به ۱۸۰ درجه (π رادیان)، برابر $L = 1 \times \pi = \pi$ است.

۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق تعریف تابع وارون، $f^{-1}(4/5)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f^{-1}(4/5) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 4/5 \Rightarrow \frac{1 + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5 + 5 \sin \alpha = 4 + 4 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow -4 \cos \alpha = 5 - 5 \sin \alpha$$

در معادله بالا مشخص است که $\cos \alpha < 0$ و با توجه به اینکه ربع سوم در دامنه تابع f نیست، پس α در ربع دوم است و $\sin \alpha > 0$. طرفین معادله بالا را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$16 \cos^2 \alpha = 25 - 50 \sin \alpha + 25 \sin^2 \alpha \Rightarrow 16(1 - \sin^2 \alpha) = 25 - 50 \sin \alpha + 25 \sin^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 16 \sin^2 \alpha - 50 \sin \alpha + 9 = 0 \Rightarrow (5 \sin \alpha - 4)(16 \sin \alpha + 9) = 0$$

با توجه به آنکه α در ربع دوم است، پس $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. برای محاسبه $f^{-1}(0/125)$ داریم:

$$f^{-1}(0/125) = \beta \Rightarrow f(\beta) = 0/125 \Rightarrow \frac{1 + \sin \beta}{1 + \cos \beta} = \frac{1}{125} \Rightarrow 125 + 125 \sin \beta = 1 + \cos \beta$$

$$\Rightarrow 124 - \cos \beta = -125 \sin \beta$$

در معادله بالا مشخص است که $\sin \beta < 0$ و با توجه به اینکه ربع سوم در دامنه تابع f نیست، پس β در ربع چهارم است و $\cos \beta > 0$. طرفین معادله بالا را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$15376 - 248 \cos \beta + \cos^2 \beta = 15625 \sin^2 \beta \Rightarrow 15376 - 248 \cos \beta + \cos^2 \beta = 15625(1 - \cos^2 \beta)$$

$$\Rightarrow 15376 \cos^2 \beta - 248 \cos \beta - 15375 = 0 \Rightarrow (5 \cos \beta - 3)(15375 \cos \beta + 15376) = 0$$

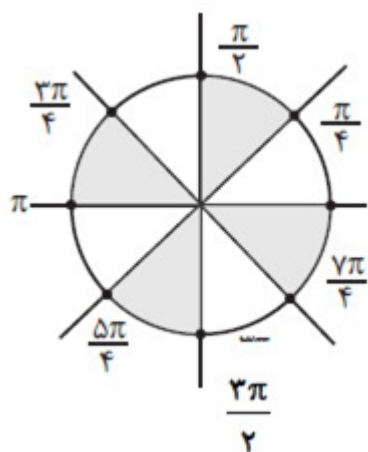
با توجه به آنکه β در ربع چهارم است، پس $\sin \beta = -\frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{3}{5}$.

طبق روابط $\sin \beta = -\sin \alpha$ و $\cos \beta = -\cos \alpha$ و محدوده D_f داریم:

$$\alpha = \beta + \pi \Rightarrow \alpha - \beta = \pi \Rightarrow [\pi] = 3$$

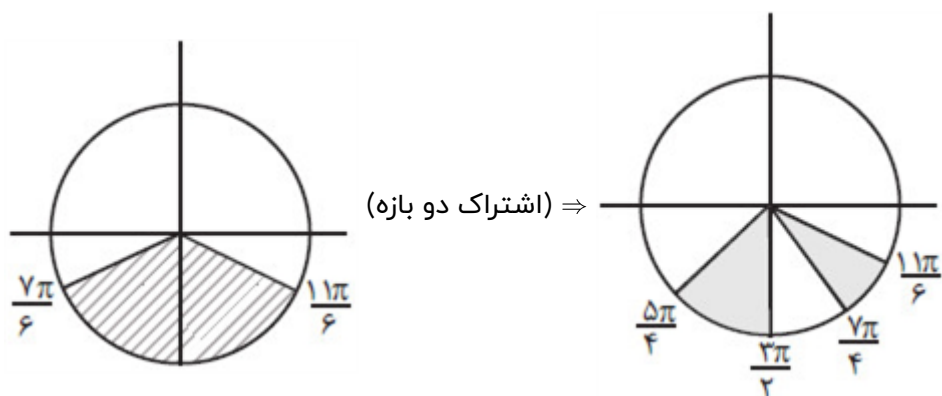
۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

 $\tan x > \cot x \iff$ نواحی هاشور $\sin x > \frac{-1}{2} \iff$ نواحی هاشور 2π

شرط اول

شرط دوم

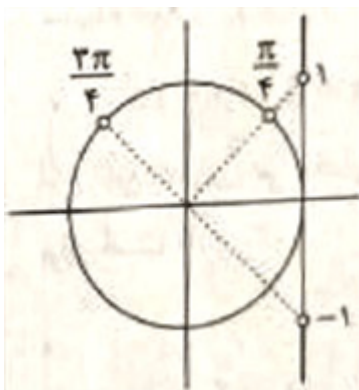


$$\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{5\pi}{4}\right) + \left(\frac{11\pi}{6} - \frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi/3}{2\pi} = \frac{1}{6}$$

۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 2\alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} \tan 2\alpha < -1 \\ \text{یا} \\ \tan 2\alpha > 1 \end{cases} \Rightarrow |\tan 2\alpha| > 1 \Rightarrow \left| \frac{2}{2m-1} \right| > 1$$



$$\Rightarrow \frac{2}{|2m-1|} > 1 \xrightarrow{m \neq \frac{1}{2}} |2m-1| < 2 \Rightarrow -2 < 2m-1 < 2 \Rightarrow -1 < m < 2 \xrightarrow{m \neq \frac{1}{2}} m \in (-1, 2) - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$f(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

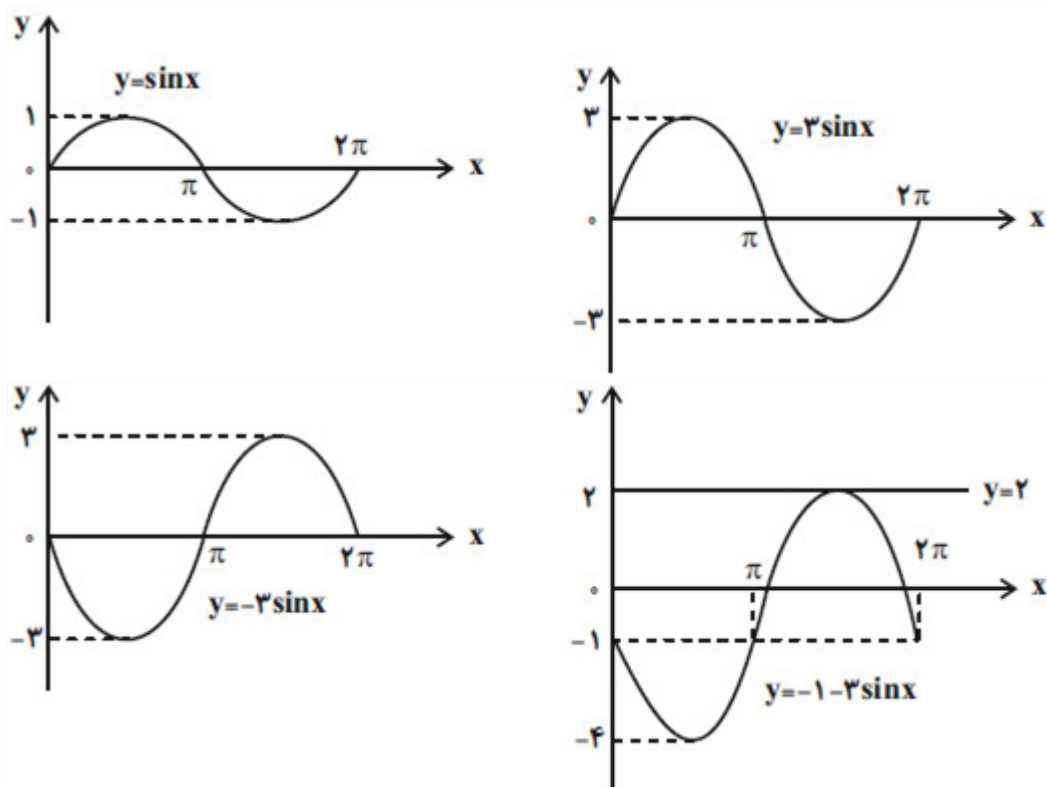
بیشترین مقدار صحیح برای m عدد ۱ می‌باشد. بنابراین داریم:

برای یافتن دامنه این تابع داریم:

$$2x - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \Rightarrow D_f = R - \left\{ \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بهترین روش برای حل اینگونه سؤالات، رسم نمودار توابع داده شده است.



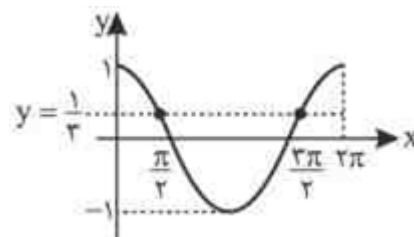
با توجه به نمودار کاملاً مشخص است که نمودار تابع $y = -1 - 3 \sin x$ و خط $y = 2$ در بازه $[0, 2\pi]$ در یک نقطه بر هم می‌آیند.

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$[-2\pi, 4\pi] = [-2\pi, 0], [0, 2\pi], [2\pi, 4\pi]$$

این بازه شامل سه دوره مثلثاتی است و $\cos x$ در هر دوره دو بار برابر $\frac{1}{3}$ می‌شود، پس (در هر دوره، ۲ جواب وجود دارد). در کل ۶ بار جواب است.



۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\tan \frac{19\pi}{6} &= \tan \left(3\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin \frac{12\pi}{3} &= \sin \left(4\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{11\pi}{6} &= \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

پس عبارت داده شده برابر است با:

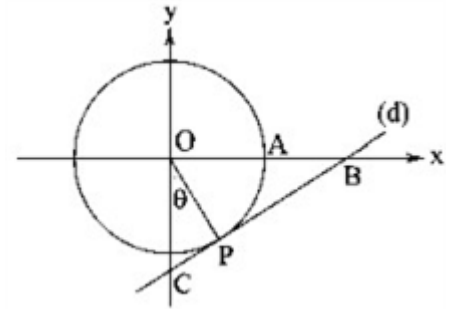
$$\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = 270^\circ + \theta \Rightarrow \theta = \alpha - 270^\circ$$

$$\Delta OCP : \tan \theta = \frac{CP}{OP} \Rightarrow CP = \tan \theta$$

$$CP = \tan(\alpha - 270^\circ) \Rightarrow CP = -\cot \alpha$$



۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x - 2y = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow 2y - x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow y + y - x = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow y - x = \frac{\pi}{3} - y \Rightarrow \tan(y - x) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - y\right) = \cot y$$

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \cos\left(\frac{11\pi}{3} - x\right) &= -\sin x \\ \cos(x - 5\pi) &= -\cos x \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\sin x - 3(-\cos x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 3 \cos x \Rightarrow \cot x = \frac{1}{3}$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{3} + x\right) = -\cot x = -\frac{1}{3}$$

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \frac{L}{R} \Rightarrow \alpha = \frac{12\pi}{9} = \frac{4\pi}{3}$$

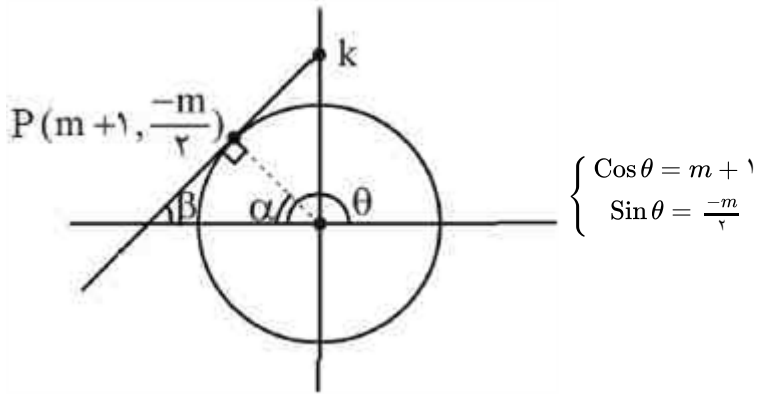
حال خواهیم داشت:

$$\cos\left(\frac{4\pi}{3} - \alpha\right) = -\sin \alpha = -\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\sin(2\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha = \sin 2\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل زیر را ببینید. در ابتدا دقت کنید که برای نوشتن معادله خط موردنظر، باید شیب آن که برابر با $\operatorname{tg} \beta$ است را به دست بیاوریم. با توجه به مختصات نقطه P ، به راحتی داریم:



(دقت کنید که شعاع دایره بر خط مماس عمود است.)

پس باید:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \left(\frac{-m}{2}\right)^2 + (m+1)^2 = 1 \Rightarrow \frac{m^2}{4} + (m^2 + 2m + 1) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}m^2 + 2m = 0 \Rightarrow m\left(\frac{5}{4}m + 2\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ غ ق} \\ m = -\frac{8}{5} \end{cases}$$

پس نقطه P به صورت $P\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ بوده و $\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\pi - \theta) = -\operatorname{tg} \theta = -\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{3}{4}$$

پس کافی است معادله خط گذرنده از نقطه $p\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ با شیب $m = \operatorname{tg} \beta = \frac{3}{4}$ را بنویسیم:

$$y = \frac{3}{4}x + h \xrightarrow[\text{نقطه } \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right) \text{ را صدق می دهیم}]{\frac{4}{5} = \frac{3}{4}\left(-\frac{3}{5}\right) + h} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{-9}{20} + h \Rightarrow h = \frac{4}{5} + \frac{9}{20} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

بنابراین معادله خط فوق به صورت $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ است و مقدار k همان عرض از مبدأ این خط یعنی $\frac{5}{4}$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$5\pi < 4x < 6\pi \Rightarrow \frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin^2 x < \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} < 0$$

پس یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ صحیح است. حال فارغ از علامت، اندازه را به دست می‌آوریم.

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$A = \sin x - \cos x \xrightarrow{A^2} A^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = -\frac{4}{5}\sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\max = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$x_A \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow A\left(\frac{2\pi}{3}, 2\right)$$

$$x_B \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2\pi \Rightarrow x = \frac{7\pi}{3} \Rightarrow B\left(\frac{7\pi}{3}, 0\right)$$

$$m = \frac{2 - 0}{\frac{2\pi}{3} - \frac{7\pi}{3}} = -\frac{4}{5\pi}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\begin{cases} 70^\circ = 72^\circ - 2^\circ \Rightarrow \sin 70^\circ = \sin(-2^\circ) = -\sin 2^\circ \\ 47^\circ = 36^\circ + 9^\circ + 2^\circ \Rightarrow \sin 47^\circ = \sin(9^\circ + 2^\circ) = \cos 2^\circ \\ 88^\circ = 72^\circ + 18^\circ - 2^\circ \Rightarrow \cos(18^\circ - 2^\circ) = -\cos 2^\circ \\ -38^\circ = -36^\circ - 2^\circ \Rightarrow \cos(-38^\circ) = \cos(-2^\circ) = -\cos 2^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 70^\circ + \sin 47^\circ}{\cos 88^\circ - \cos(-38^\circ)} = \frac{-\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}{-\cos 2^\circ - \cos 2^\circ}$$

$$= \frac{-\sin 2^\circ}{-2\cos 2^\circ} + \frac{\cos 2^\circ}{-2\cos 2^\circ} = \frac{1}{2}\tan 2^\circ - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 0.36 - \frac{1}{2} = 0.18 - 0.5 = -0.32$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. توجه داریم که $\frac{4\pi}{14} = \frac{2\pi}{7}$ و $\frac{2\pi}{7} = \frac{2\pi}{14} + \frac{2\pi}{14}$ است، یعنی $\frac{2\pi}{7}$ و $\frac{2\pi}{14}$ متمم یکدیگرند. پس $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{14} = \operatorname{Cotg} \frac{2\pi}{7}$ است. از طرفی می‌دانیم:

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{Cotg} \alpha = 1 \Rightarrow A = \left(\operatorname{Cotg} \left(\frac{2\pi}{7} \right) \right)^{11} \times \left(\operatorname{tg} \frac{2\pi}{7} \right)^{11}$$

$$= \left(\operatorname{Cotg} \left(\frac{2\pi}{7} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{7} \right) \right)^{11} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{2\pi}{7} \right) = \operatorname{Cotg}^2 \left(\frac{2\pi}{7} \right) \quad (*)$$

$$\text{از طرفی: } 1 + \operatorname{Cotg}^2 \left(\frac{2\pi}{7} \right) = \frac{1}{\sin^2 \left(\frac{2\pi}{7} \right)} \xrightarrow{\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha} \frac{1}{1 - m^2}$$

$$\xrightarrow{(*)} A = \operatorname{Cotg}^2 \left(\frac{2\pi}{7} \right) = \frac{1}{1 - m^2} - 1 = \frac{m^2}{1 - m^2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\cos \left(\frac{10\pi}{3} \right) = \cos \left(3\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{-21\pi}{4} \right) = \operatorname{tg} \left(-5\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} \right) = -1$$

$$\sin \left(\frac{23\pi}{6} \right) = \sin \left(4\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \left(\frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\left(-\frac{1}{2} \right) \times (-1) + \left(-\frac{1}{2} \right) = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$AB \text{ کمان} = 3 \times 2 = 6$$

$$CD \text{ کمان} = 5/5 \times 2 = 11$$

$$\text{محیط} = 6 + 11 + 2/5 + 2/5 = 22$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

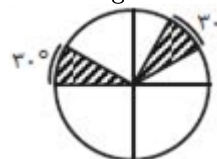
$$\begin{cases} \sin\left(-\frac{12\pi}{5}\right) = -\sin\left(\frac{12\pi}{5}\right) = -\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{5}\right) = \sin\frac{\pi}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \cos\left(\frac{19\pi}{5} + \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{5}\right) = \sin\frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \operatorname{tg}\left(\frac{11\pi}{5}\right) = \operatorname{tg}\left(2\pi - \frac{\pi}{5}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{5} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{5}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right) - \sqrt{5}\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 1 + \frac{1}{5} + 1 = \frac{11}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مسافتی که دو چرخ طی می‌کنند، یکسان است. بنابراین داریم: ۲۰

$$l_1 = l_2 \Rightarrow \theta_1 r_1 = \theta_2 r_2 \Rightarrow \frac{\pi}{5} \times 50 = \theta_2 \times 120 \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi \times 50}{5 \times 120} \Rightarrow \theta_2 = \frac{5\pi}{12}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\left. \begin{array}{l} \sin 3\alpha \cdot \cos 3\alpha < 0 \\ \cos 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 3\alpha > 0 \Rightarrow \sin 3\alpha > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos 3\alpha < 0 \Rightarrow \text{در ناحیه دوم است } 3\alpha$$


$$90^\circ < 3\alpha < 180^\circ \Rightarrow 30^\circ < \alpha < 60^\circ$$

$$450^\circ < 3\alpha < 540^\circ \Rightarrow 150^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \frac{60^\circ}{180^\circ} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$y = \sin(x + \pi) = -\sin x$$

دو نمودار بر هم منطبق هستند پس:

$$\cos(m - x) = -\sin x$$

و با توجه به گزینه‌ها $m = \frac{3\pi}{4}$ می‌تواند انتخاب شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چهارضلعی محاطی است، پس زوایای روبه‌رو، مکمل هم هستند. ۲۳

$$\begin{aligned} \widehat{A} + \widehat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \sin \widehat{A} = \sin \widehat{C} \\ \widehat{B} + \widehat{D} &= 180^\circ \Rightarrow \cos \widehat{B} = -\cos \widehat{D} \\ \text{عبارت} &= \sin \widehat{C} + \sin \widehat{C} + \cos \widehat{B} - \cos \widehat{B} = 2 \sin \widehat{C} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۴

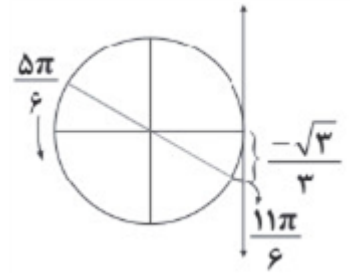
$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Rightarrow -m \leq m \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq m \\ \Rightarrow -m + k &\leq m \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + k \leq m + k \Rightarrow -m + k \leq f(x) \leq m + k \\ \left. \begin{array}{l} \min f = -m + k \\ \max f = m + k \end{array} \right\} &\Rightarrow -m + k + m + k = 6 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3 \\ f(x) &= m \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow m \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) + 3 = 0 \\ m \cos \frac{\pi}{6} &= -3 \Rightarrow m \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -3 \Rightarrow m = \frac{-6}{\sqrt{3}} = \frac{-6\sqrt{3}}{3} = -2\sqrt{3} \\ f(x) &= -2\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3 \Rightarrow f(\pi) = -2\sqrt{3} \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 3 \\ &= -2\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} + 3 \Rightarrow f(\pi) = -2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 3 = -\sqrt{3} + 3 \end{aligned}$$

۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. انتهای کمان x ، در ربع چهارم قرار دارد. در این ناحیه کسینوس مثبت و سینوس منفی است، پس به وضوح گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند. در ربع چهارم مقدار کسینوس، عددی بین صفر و یک است و می‌دانیم که وقتی اعداد بین صفر و یک به توان می‌رسند کوچک‌تر می‌شوند، پس گزینه‌ی (۲) هم نادرست است، اما درستی گزینه‌ی (۴): مقدار سینوس در ربع چهارم عددی بین (-1) و صفر است. اعداد بین صفر و -1 ، هرچه به توان فرد بزرگ‌تری برسند، بزرگ‌تر می‌شوند، یعنی $\sin^3 x > \sin x$.

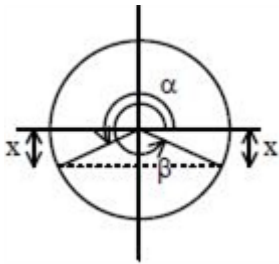
۲۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر α از $\frac{5\pi}{6}$ تا $\frac{3\pi}{4}$ (به غیر از خود $\frac{3\pi}{4}$) تغییر کند، در این صورت $\operatorname{tg} \alpha$ در فاصله‌ی $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ تغییر خواهد کرد. در $\frac{3\pi}{4}$ تانژانت تعریف نمی‌شود اگر $\frac{3\pi}{4} < \alpha \leq \frac{11\pi}{6}$ تغییر کند، آن‌گاه $\operatorname{tg} \alpha$ در بازه‌ی $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ تغییر خواهد کرد. پس در نهایت $\operatorname{tg} \alpha$ همه‌ی مقادیر R را اختیار می‌کند. پس کافی است که $\frac{1}{m-1}$ تعریف شود، یعنی $m \neq 1$.



۲۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، زوایای α و β در بازه $(\pi, 2\pi)$ قرار می‌گیرند.



$$\begin{cases} \alpha = \pi + x \\ \beta = 2\pi - x \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 3\pi$$

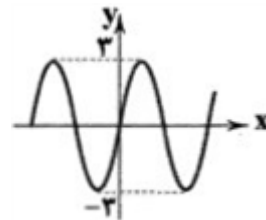
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) y = -2 \sin(x + \pi) = -2(-\sin x) = +2 \sin x$$

این نمودار همان $y = \sin x$ است که عرض‌های آن دو برابر شده‌اند. نمودار رسم شده می‌تواند درست باشد.

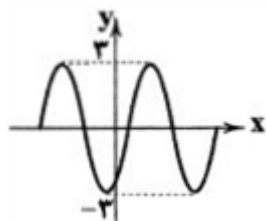
$$۲) y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

باید نمودار $y = \cos x$ به سمت راست منتقل شود و عرض‌ها ۳ برابر شوند. $\Leftarrow$ نمودار درست به شکل زیر است:



$$۳) y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

باید نمودار $y = \sin x$ به سمت راست منتقل شود و عرض‌ها ۳ برابر شوند. $\Leftarrow$ نمودار درست به شکل زیر است:



$$۴) y = -2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -2(-\sin x) = +2 \sin x$$

باید در نمودار $y = \sin x$ عرض‌ها ۲ برابر شوند که در نمودار داده شده، این اتفاق نیفتاده است.

۶۰ دقیقه = ۱ ساعت، ۰/۵ دقیقه = ۳۰ ثانیه

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{c|c} ۱۰ \text{ کیلومتر} & x \\ \hline ۶۰ \text{ دقیقه} & ۰/۵ \end{array} \Rightarrow \frac{۱۰ \times ۰/۵}{۶۰} = \frac{۱}{۱۲} \text{ کیلومتر} = \frac{۱۰۰۰}{۱۲} = \frac{۲۵۰}{۳} \text{ متر}$$

$$l = \frac{۲۵۰}{۳} \text{ و } r = ۲۰ \Rightarrow \theta = \frac{l}{r} = \frac{۲۵۰}{۳ \times ۲۰} = \frac{۲۵}{۶} \text{ رادیان}$$

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{\text{Rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{۱۸۰} = \frac{۲۵}{۶\pi} \Rightarrow D = \frac{۱۸۰ \times ۲۵}{۶ \times ۳} = ۲۵۰^\circ$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \cos(-75^\circ) = \cos(75^\circ) = \cos(2 \times 36^\circ + 3^\circ) = \cos 3^\circ$$

$$= \sin(90^\circ - 3^\circ) = \sin 87^\circ \quad \checkmark$$

$$۲) \sin \frac{5\pi}{3} = \sin\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{5\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} = 0 \quad \checkmark$$

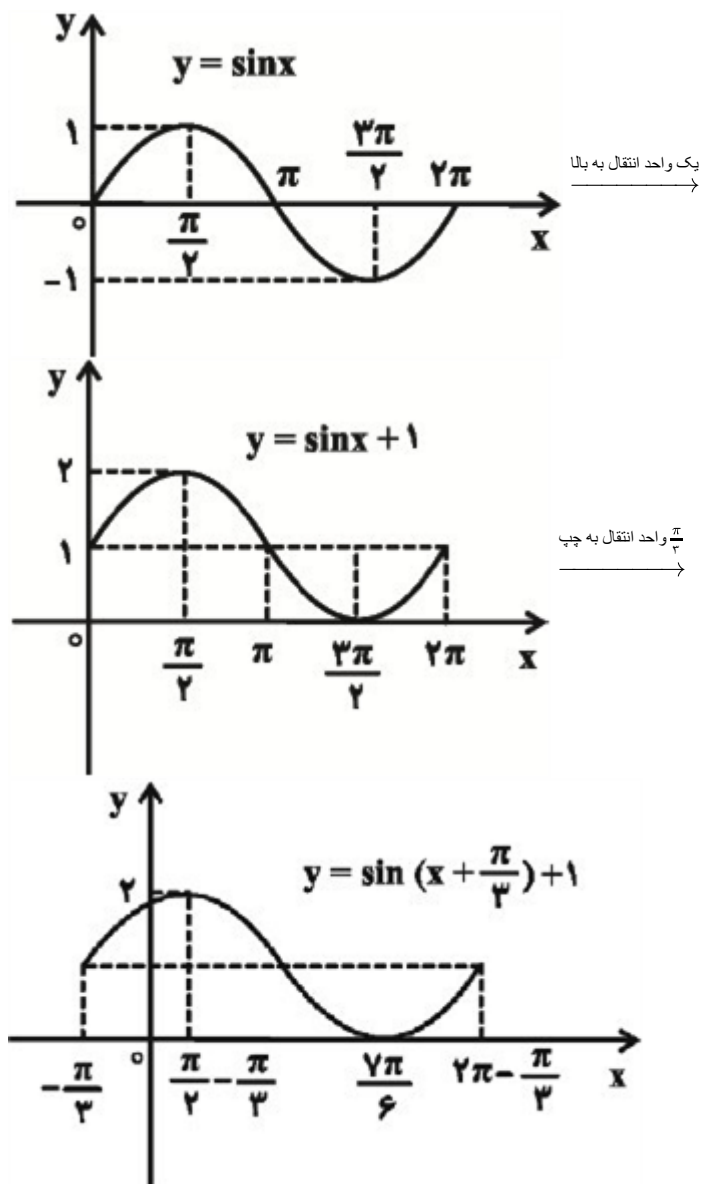
$$۳) \cotg(55^\circ) = \cotg(54^\circ + 1^\circ) = \cotg(2 \times 18^\circ + 1^\circ) = \cotg 1^\circ = \tg(90^\circ - 1^\circ)$$

$$= \tg 89^\circ \quad \checkmark$$

$$۴) \sin \frac{25\pi}{8} = \sin\left(2\pi + \frac{9\pi}{8}\right) = \sin \frac{9\pi}{8} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{8}\right) = -\sin \frac{\pi}{8} \quad \times$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول: با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = \sin x$ ، ضابطه نمودار داده شده را به دست

می‌آوریم. توجه کنید $\frac{7\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$ است.



پس ضابطه نمودار داده شده می‌تواند برابر با $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ باشد.

راه حل دوم: نقطه $\left(\frac{7\pi}{6}, 0\right)$ تنها در ضابطه تابع داده شده در گزینه «۳» صدق می‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \frac{180^\circ + \widehat{AC}}{2}, \beta = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \alpha = 90^\circ + \beta$$

$$\cos \alpha = \cos(90^\circ + \beta) = -\sin \beta \quad \text{الف:}$$

$$\cos 2\alpha = \cos(180^\circ + 2\beta) = -\cos 2\beta \quad \text{ب:}$$

$$\sin 4\alpha = \sin(360^\circ + 4\beta) = \sin 4\beta \quad \text{ج:}$$

$$\sin 8\alpha = \sin(720^\circ + 8\beta) = \sin 8\beta \quad \text{د:}$$

موارد «ج» و «د» درست هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$\left. \begin{aligned} S_r &= \frac{r \cdot}{r \cdot} \times \pi r = \frac{\pi r}{1} \\ S_1 + S_r &= r \times \frac{1}{r} \times r \times r \times \sin r \cdot = \frac{r}{1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 = \frac{r}{1} - \frac{\pi r}{1}$$

$$\frac{S_1}{S_r} = \frac{\frac{r}{1} - \frac{\pi r}{1}}{\frac{\pi r}{1}} = \frac{\frac{1}{1} - \frac{\pi}{1}}{\frac{\pi}{1}} = \frac{1 - \pi}{\pi} = \frac{1}{\pi} - 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha)$$

$$\Rightarrow A = -\cos \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}, -\frac{5\pi}{2} < \alpha < -\frac{3\pi}{2}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

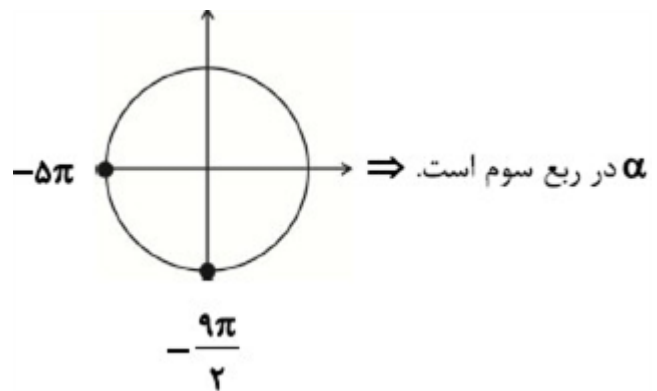
$$\xrightarrow[\sin \alpha < 0]{\alpha \text{ در ربع سوم}} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\alpha \text{ در ربع سوم} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow A = -\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) \Rightarrow A = \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) - \frac{12}{25}$$

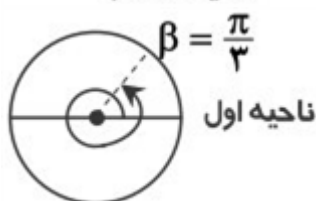
$$\Rightarrow A = -\frac{1}{25} = -0.04$$



۳۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اندازه کل کمان هر دایره 360° یا 2π رادیان است. بنابراین مضارب صحیح 2π در تعیین ناحیه زاویه تأثیری ندارند. برای آنکه کمان α و β را بر روی دایره مشخص کنیم، داریم:

$$\alpha = -\frac{9\pi}{4} = -2\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{ناحیه چهارم است.}$$

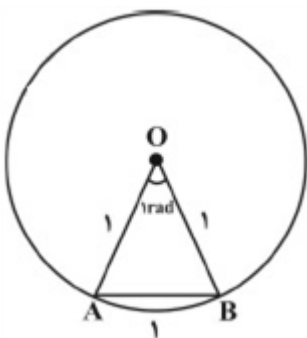


$$\beta = \frac{5\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{در ناحیه اول است.}$$

پس α در ناحیه چهارم و β در ناحیه اول است.

۳۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر این مثلث را در یک دایره فرض کنیم طول کمان روبرو زاویه 1^{rad} برابر ۱ واحد است. پس حتماً AB (قاعده مثلث) کوچکتر از ۱ می‌باشد.



۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \cos 160^\circ = \cos(180^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ \\ \cos 290^\circ = \cos(270^\circ + 20^\circ) = \sin 20^\circ \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \sin 250^\circ = \sin(270^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ \end{cases}$$

بنابراین: $A = \frac{-3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{5 \sin 20^\circ - 2 \cos 20^\circ}$. حال با تقسیم صورت و مخرج بر $\cos 20^\circ$ داریم:

$$A = \frac{-3 \operatorname{tg} 20^\circ - 1}{5 \operatorname{tg} 20^\circ - 2} = \frac{-3a - 1}{5a - 2} = \frac{3a + 1}{-5a + 2}$$

۳۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حداکثر مقدار $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ برابر با ۱ و حداقل مقدار آن برابر با -۱ است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y_{\max} = -3 \times (-1) + 5 = 3 + 5 = 8 \\ y_{\min} = -3 \times (1) + 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{y_{\max}}{y_{\min}} = \frac{8}{2} = 4$$

۳۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر دور کامل دایره 360° است، پس یکبار شعاع دایره را $-\frac{2}{3} \times 360^\circ = -240^\circ$ دوران

می‌دهیم، سپس $\frac{7}{5} \times 360^\circ = 504^\circ$ دوران می‌دهیم. بنابراین داریم: $264^\circ = 504^\circ - 240^\circ$ ، بنابراین مجموعاً شعاع دایره را 264° در خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت دوران داده‌ایم.

$$A \left| \begin{array}{c} \frac{\pi}{\delta} \\ 1 \end{array} \right. \Rightarrow 1 = k \cos \left(\frac{\pi}{\delta} \right) \Rightarrow k = \frac{1}{\cos \left(\frac{\pi}{\delta} \right)}$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{\delta}} y = k \sin x = \frac{1}{\cos \left(\frac{\pi}{\delta} \right)} \sin \left(\frac{\pi}{\delta} \right) = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{\delta} - \frac{\pi}{\delta} \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{\delta} \right)} = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{\delta} \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{\delta} \right)} = 1$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

