



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

عنوان آزمون :

بانک تست ریاضی سال دهم

تاریخ برگزاری

۱۴۰۴/۰۴/۲۹

تجربی فصل ۷ آمار و احتمال

۱ احتمال آنکه یک شناگر رقیب اصلی خود را ببرد، $\frac{m}{n}$ است (m و n نسبت به هم اول هستند). احتمال قهرمانی وی $\frac{1}{3}$ است و در صورتی که اصلی ترین رقیبش را ببرد، این احتمال به $\frac{1}{4}$ افزایش پیدا کند، مقدار mn کدام است تا با احتمال $\frac{5}{8}$ حداقل یکی از این دو اتفاق (قهرمانی یا بردن اصلی ترین رقیب) افتاده باشد؟

۷۹ (۴)

۱۵۸ (۳)

۸۴ (۲)

۱۶۸ (۱)

۲ با ارقام متمایز ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ اعداد سه رقمی می سازیم. احتمال آن که عدد ساخته شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۳ کدامیک از روش های زیر، جزء مراحل علم آمار نیست؟

تحلیل و تفسیر داده ها (۲)

جمع آوری اعداد و ارقام (۱)

نتیجه گیری، قضاوت و پیش بینی مناسب (۴)

انجام آزمایش (۳)

۴ در پرتاب ۳ تاس، احتمال آنکه حاصل ضرب سه عدد رو شده عددی اول باشد، کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{24}$ (۳)

$\frac{1}{72}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۵ یک عدد سه رقمی به تصادف از میان اعداد سه رقمی انتخاب می کنیم. احتمال اینکه عدد انتخابی فرد بوده و شرط «رقم یکان > رقم دهگان > رقم صدگان» برقرار باشد، کدام است؟

$\frac{19}{300}$ (۴)

$\frac{9}{150}$ (۳)

$\frac{4}{75}$ (۲)

$\frac{17}{300}$ (۱)

۶ ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. احتمال آنکه دو نفر خاص پشت هم سخنرانی کنند، چقدر است؟

$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{2}{7}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۷ دو عدد را به طور متوالی و با جای گذاری از مجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰ انتخاب می کنیم. احتمال اینکه عدد دوم از عدد اول بزرگتر باشد، کدام است؟

$\frac{17}{35}$ (۴)

$\frac{19}{40}$ (۳)

$\frac{17}{20}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۸ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ متغیر، ویژگی از اعضای یک جامعه است که بررسی و مطالعه می‌شود و از یک عضو به عضو دیگر ثابت است.
- ۲ به متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری باشند، کیفی گویند.
- ۳ رتبه دانش‌آموزان در کنکور سراسری، متغیر کیفی ترتیبی است.
- ۴ متغیرهای از نوع «تعداد»، کمی پیوسته است.

۹ اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای باشند، پیشامد این‌که «A رخ ندهد ولی B رخ دهد» کدام است؟

- ۱ $A - B$ ۲ $B - (A \cap B)$ ۳ $(A - B)'$ ۴ $(A \cup B)'$

۱۰ از میان ۵ ریاضی‌دان، ۴ فیزیک‌دان و ۳ شیمی‌دان به چند طریق می‌توان کمیته‌ای علمی انتخاب کرد به گونه‌ای که این کمیته ۴ نفره باشد و از هر رشته حداقل یک نفر در آن عضو باشد؟

- ۱ ۱۸۰ ۲ ۲۴۰ ۳ ۲۷۰ ۴ ۳۶۰

۱۱ احتمال آنکه فردی از کارت عابر بانک A استفاده کند ۳۴ درصد و احتمال آنکه از کارت عابر بانک B استفاده کند ۶۲ درصد و احتمال آنکه از حداقل یکی از این دو کارت استفاده کند ۸۱ درصد است. احتمال آنکه این فرد از هر دو کارت A و B استفاده کند، چند درصد است؟

- ۱ ۱۵ ۲ ۱۶ ۳ ۱۷ ۴ ۱۸

۱۲ از مجموعه $\{۸۰۰, ۲۰۳, ۲۰۲, ۲۰۱\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد بر ۳ بخش‌پذیر است ولی مضرب ۵ نیست یا بر ۳ بخش‌پذیر نیست ولی مضرب ۵ است؟

- ۱ $\frac{۷}{۱۵}$ ۲ $\frac{۲}{۵}$ ۳ $\frac{۳}{۵}$ ۴ $\frac{۲}{۱۵}$

۱۳ روی یک تاس اعداد ۱، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و روی تاس دیگر اعداد ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ حک شده است. این دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده ۴ باشد، چقدر است؟

- ۱ $\frac{۱}{۹}$ ۲ $\frac{۴}{۹}$ ۳ $\frac{۱۷}{۳۶}$ ۴ $\frac{۲}{۹}$

۱۴ درون جعبه‌ای ۶ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۴ مهره سبز وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف انتخاب کنیم با کدام احتمال حداقل یکی از آن‌ها سبز است؟

- ۱ $\frac{۵۷}{۹۱}$ ۲ $\frac{۵۸}{۹۱}$ ۳ $\frac{۵۹}{۹۱}$ ۴ $\frac{۶۰}{۹۱}$

۱۵ از بین ۴ داوطلب رشته ریاضی، ۵ داوطلب رشته تجربی و ۳ داوطلب رشته انسانی، می‌خواهیم ۳ نفر را به تصادف انتخاب کنیم. احتمال آن‌که حداقل یکی از افراد انتخابی از رشته انسانی باشد، چقدر است؟

- ۱ $\frac{۱۲}{۵۵}$ ۲ $\frac{۱۸}{۵۵}$ ۳ $\frac{۲۳}{۵۵}$ ۴ $\frac{۳۴}{۵۵}$

۱۶ از میان ده نقطه‌ی شکل زیر، چهار نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این چهار نقطه، رئوس یک



چهارضلعی باشند، کدام است؟

- ۱ $\frac{۲۳}{۴۲}$ ۲ $\frac{۲۵}{۴۲}$ ۳ $\frac{۲۹}{۴۲}$ ۴ $\frac{۳۱}{۴۲}$

۱۷ در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ را نسبت می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد رو شده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال این که شخص صاحب شماره‌ی ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{10}$ ۲ $\frac{1}{9}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۴ $\frac{1}{7}$

۱۸ تاس سالمی را ۴ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد ظاهر شده هر بار نسبت به دفعه قبل کوچک‌تر باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{432}$ ۲ $\frac{7}{432}$ ۳ $\frac{7}{648}$ ۴ $\frac{5}{648}$

۱۹ قد یک فرد جز کدام متغیر است؟

- ۱ کمی پیوسته ۲ کمی گسسته ۳ کیفی اسمی ۴ کیفی ترتیبی

۲۰ کیسه‌ای شامل x مهره سبز و $(x - 3)$ مهره قرمز است. دو مهره به تصادف از این کیسه بیرون می‌آوریم، اگر احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌ها برابر $\frac{1}{4}$ باشد، آن‌گاه در این کیسه چند مهره وجود دارد؟

- ۱ ۷ ۲ ۹ ۳ ۱۱ ۴ ۱۳

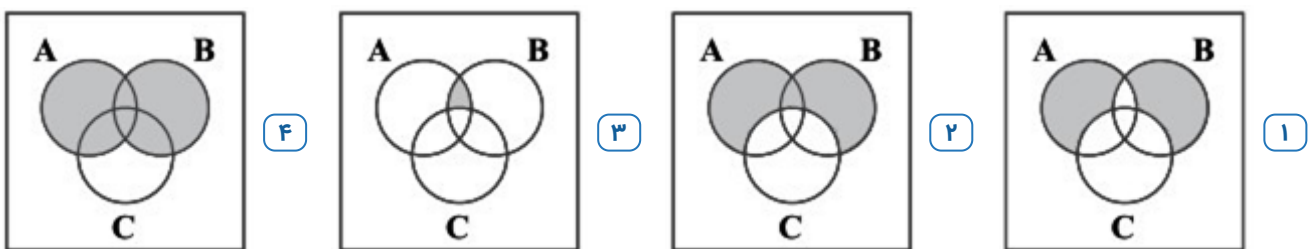
۲۱ حروف $D, D, D, E, E, E, F, F, F$ را به تصادف در یک ردیف کنار هم می‌چینیم. احتمال این که هیچ دو حرف E پیش هم نباشند کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{12}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $\frac{7}{12}$

۲۲ سکه‌ای را حداقل چند مرتبه پرتاب کنیم تا احتمال آمدن حداقل یک «رو» بیش‌تر از $\frac{99}{100}$ باشد؟

- ۱ ۶ ۲ ۷ ۳ ۸ ۴ ۹

۲۳ فرض کنید A, B و C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند. پیشامد آنکه A و B رخ دهد، ولی C رخ ندهد کدام است؟



۲۴ اعداد ۱ تا ۹ را روی ۹ کارت می‌نویسیم. از بین آن‌ها به تصادف دو کارت بیرون می‌آوریم. احتمال این که مجموع اعداد نوشته شده روی کارت‌های انتخاب شده ۱۰ باشد، چقدر؟

- ۱ $\frac{1}{9}$ ۲ $\frac{1}{12}$ ۳ $\frac{2}{45}$ ۴ $\frac{2}{9}$

۲۵ خانواده‌ای دارای ۶ فرزند است. احتمال آن که تعداد دختران این خانواده برابر n باشد، $\frac{5}{16}$ می‌باشد، مقدار n کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

۲۶ ۷ مهره یکسان با شماره‌های ۱، ۲، ... و ۷ در کیسه‌ای وجود دارند اگر سه مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره‌ها عددی زوج است؟

۴ $\frac{19}{35}$

۳ $\frac{18}{35}$

۲ $\frac{17}{35}$

۱ $\frac{16}{35}$

۲۷ کدام تعریف زیر درست است؟

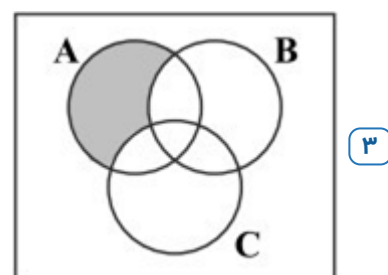
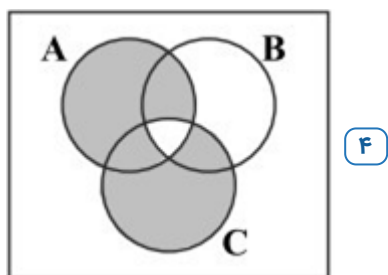
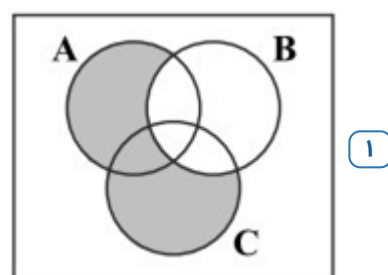
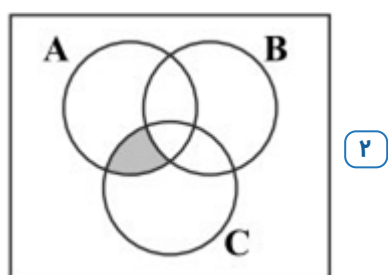
۱ مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد، نمونه نامیده می‌شود.

۲ تعداد اعضای جامعه را «حجم نمونه» گویند.

۳ هر یک از افراد یا اشیای انتخاب شده برای مطالعه را «عضو نمونه» گویند.

۴ «اندازه جامعه» همان تعداد اعضای فعال نمونه است.

۲۸ فرض کنید A ، B و C ، ۳ پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. کدام نمودار ون پیشامد آنکه، «پیشامدهای A یا C رخ دهد، اما پیشامد B رخ ندهد» را به‌درستی نمایش می‌دهد؟



۲۹ درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس از کدام نوع متغیر است؟

۴ ترتیبی

۳ اسمی

۲ پیوسته

۱ گسسته

۳۰ سه تاس را با هم می‌اندازیم احتمال آن که مجموع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۱۶ بوده و سه تاس عدد یکسان نیایند؟

۴ $\frac{1}{81}$

۳ $\frac{1}{96}$

۲ $\frac{1}{72}$

۱ $\frac{1}{54}$

۳۱ مهم‌ترین بخش آمار کدام گزینه است؟

۴ متغیر تصادفی

۳ سرشماری

۲ بررسی جامعه

۱ نمونه‌گیری

۳۲ یک سکه را حداقل چند بار پرتاب کنیم تا احتمال آمدن حداقل یک‌بار رو پیش از $\frac{98}{100}$ باشد؟

۴ ۸

۳ ۵

۲ ۶

۱ ۷

۳۳ دو پیشامد A و B ناسازگار هستند. اگر $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ و $P(A) = \frac{1}{8}$ مقدار $P(B')$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{8}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{5}{8}$ ۴ $\frac{3}{4}$

۳۴ از بین ۵ دانش‌آموز کلاس «الف» و ۴ دانش‌آموز کلاس «ب»، ۳ دانش‌آموز را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که از هر کلاس حداقل یک نفر انتخاب شده باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{6}$ ۲ $\frac{2}{3}$ ۳ $\frac{3}{4}$ ۴ $\frac{5}{7}$

۳۵ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند پیشامد $(A' - B) \cup (B - A')$ برابر است با $S - C$ ، در این صورت پیشامد C کدام است؟

- ۱ فقط A' رخ دهد یا فقط B' رخ دهد. ۲ فقط A رخ دهد یا فقط B رخ دهد.
۳ A و B هر دو با هم رخ دهند. ۴ A' و B' هر دو با هم رخ دهند.

۳۶ احتمال این‌که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هرسه موش سفید باشند، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{8}$ ۲ $\frac{4}{33}$ ۳ $\frac{5}{32}$ ۴ $\frac{5}{33}$

۳۷ تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آن‌که عدد رو شده در پرتاب اول بزرگ‌تر از عدد رو شده در پرتاب دوم باشد، چه قدر است؟

- ۱ $\frac{5}{12}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{7}{12}$ ۴ $\frac{2}{3}$

۳۸ احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۵٪ و به فرزند دختر ۱۰٪ است. اگر پدر و مادری به این بیماری مبتلا باشند، چند درصد احتمال دارد که فرزندشان نیز بیمار باشد؟

- ۱ ۱۲/۵٪ ۲ ۲۵٪ ۳ ۸۷/۵٪ ۴ ۷۵٪

۳۹ در پرتاب دو تاس، احتمال آن‌که حاصل ضرب اعداد ظاهر شده بر ۳ بخش‌پذیر باشند، کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{9}$ ۲ $\frac{7}{9}$ ۳ $\frac{5}{9}$ ۴ $\frac{1}{9}$

۴۰ چهار رقم ۰، ۱، ۲، ۳ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم، با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶، حاصل می‌شود؟

- ۱ $\frac{1}{3}$ ۲ $\frac{5}{12}$ ۳ $\frac{4}{9}$ ۴ $\frac{5}{9}$

۱) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} A: \text{پیشامد قهرمانی} \\ B: \text{پیشامد برد اصلی ترین رقیب} \end{array} \right\} \Rightarrow P(B) = \frac{m}{n}$$

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{\frac{m}{n}} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{m}{3n}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{1}{3} + \frac{m}{n} - \frac{m}{3n} \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{1}{3} + \frac{2m}{3n} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{m}{n}$$

$$\xrightarrow{(m,n)=1} m=5, n=12 \Rightarrow mn = (5)(12) = 60$$

$$n(S) = \frac{4}{\text{غیر صفر}} \times \frac{4}{\text{غیر صفر}} \times 3 = 48$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

باید سه رقمی را انتخاب کنیم که مجموع آن‌ها بر ۳ بخش پذیر باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0, 1, 2 \Rightarrow \frac{2}{\text{غیر صفر}} \times \frac{1}{\text{غیر صفر}} \times \frac{1}{\text{غیر صفر}} = 4 \\ 1, 2, 3 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 4 \Rightarrow 3! = 6 \\ 0, 2, 4 \Rightarrow \frac{2}{\text{غیر صفر}} \times \frac{1}{\text{غیر صفر}} \times \frac{1}{\text{غیر صفر}} = 4 \end{array} \right. \Rightarrow n(A) = 4 + 6 + 6 + 4 = 20$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مراحل علم آمار عبارتند از:

- | | |
|----------------------------|--|
| (۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام | (۲) سازماندهی و نمایش |
| (۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها | (۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب |

۴) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای اینکه حاصل ضرب سه عدد طبیعی، عددی اول باشد، لازم است دو تا آن‌ها برابر یک و دیگری اول باشد پس مثلاً تاس اول می‌تواند ۲، ۳ یا ۵ بیاید و در دو تاس دیگر عدد یک رو شود و همین طور عدد اول مورد نظر می‌تواند در حالت‌های دیگر در تاس دوم یا سوم قرار گیرد. پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$n(A) = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = 9 \times 10 \times 10 = 900$$

برای محاسبه‌ی تعداد حالات پیشامد مطلوب، باید به صورت زیر دسته‌بندی کنیم (رقم یکان باید عددی فرد باشد)

$$\text{---} \frac{1}{1} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \binom{8}{2} \times 1 = 28$$

$$\text{---} \frac{1}{3} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \binom{6}{2} \times 1 = 15$$

$$\text{---} \frac{1}{5} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \binom{4}{2} \times 1 = 6$$

$$\text{---} \frac{1}{7} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \binom{2}{2} \times 1 = 2$$

$$\text{---} \frac{1}{9} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \text{صفر} \Rightarrow \text{امکان پذیر نیست.}$$

$$n(A) = 28 + 15 + 6 + 2 = 51$$

توجه شود که پس از انتخاب رقم یکان، باید دو رقم دیگر را از سایر ارقام که بزرگ‌تر از رقم یکان هستند انتخاب کنیم ولی فقط به یک صورت می‌توان آنها را مرتب کرد تا حالت مطلوب مسئله رخ دهد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{51}{900} = \frac{17}{300}$$

۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2! \times 4!}{5!} = \frac{2}{5}$$

۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون انتخاب دو عدد با جای‌گذاری صورت می‌گیرد، پس تعداد اعضای فضای نمونه برابر

$$n(S) = 20 \times 20 = 400 \quad \text{است با:}$$

از میان این ۴۰۰ زوج مرتب، در ۲۰ زوج مرتب $(1, 1)$ ، $(2, 2)$ ، ... و $(20, 20)$ ، دو عدد برابر یکدیگرند. در میان زوج مرتب‌های باقی مانده در نصف حالت‌ها عدد اول و در نصف دیگر حالت‌ها عدد دوم بزرگ‌تر است، بنابراین داریم:

$$n(A) = \frac{400 - 20}{2} = 190$$

$$P(A) = \frac{190}{400} = \frac{19}{40}$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متغیر از یک عضو به عضو دیگر معمولاً تغییر می‌کند. (رد گزینه ۱)

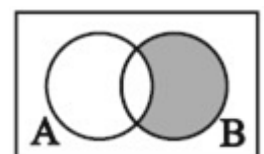
به متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری باشند، کمی گفته می‌شود. (رد گزینه ۲)

متغیرهای از نوع «تعداد»، کمی گسسته است. (رد گزینه ۴)

رتبه دانش‌آموزان در کنکور، متغیر کیفی ترتیبی است زیرا نوعی ترتیب طبیعی در آن وجود دارد.

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق نمودار ون، تساوی‌های زیر برقرار هستند.

$$A' \cap B = B \cap A' = B - A = B - (A \cap B)$$



A رخ ندهد ولی B رخ دهد

۱۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد حالت‌های انتخاب افراد برابر است با:

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{2} \\ = 10 \times 4 \times 3 + 5 \times 6 \times 3 + 5 \times 4 \times 3 = 120 + 90 + 60 = 270$$

۱۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به صورت سؤال داریم $P(A) = 0/34$ ، $P(B) = 0/62$ و $P(A \cup B) = 0/81$ است. از طرفی می‌دانیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/81 = 0/62 + 0/34 - P(A \cap B) \\ \Rightarrow P(A \cap B) = 0/15 = 15\%$$

۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر پیشامد A پخش‌پذیر بودن بر ۳ و پیشامد B مضرب عدد ۵ بودن در مجموعه داده شده باشد:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$P(A) = \frac{\left[\frac{800}{3} \right] - \left[\frac{200}{3} \right]}{600} = \frac{266 - 66}{600} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{\left[\frac{800}{5} \right] - \left[\frac{200}{5} \right]}{600} = \frac{160 - 40}{600} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5}$$

پیشامد $(A \cap B)$ یعنی عددی از مجموعه که مضرب ۱۵ است:

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{800}{15} \right] - \left[\frac{200}{15} \right]}{600} = \frac{53 - 13}{600} = \frac{40}{600} = \frac{1}{15}$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{5 + 3 - 2}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموع اعداد رو شده دو تاس باید ۴ باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{array}{c} \text{تاس دوم} \quad \text{تاس اول} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{مجموع ۴} = \{(1, 3) \text{ یا } (2, 2) \text{ یا } (3, 1)\} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \end{array}$$

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ مهره از ۱۵ مهره است:

$$n(S) = \binom{15}{3} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{3 \times 2 \times 1 \times 12!} = 455$$

از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

حداقل ۱ مهره سبز باشد A

هر سه مهره از رنگ‌های غیرسبز باشند = هیچ‌کدام از مهره‌ها سبز نباشند A'

مجموعاً ۱۱ مهره غیر سبز داریم:

$$P(A') = \frac{\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{165}{455} = \frac{33}{91} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{33}{91} = \frac{58}{91}$$

۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$تعداد کل افراد = ۳ + ۵ + ۴ = ۱۲$$

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} = 220$$

برای آن که حداقل یک نفر از رشته‌ی انسانی انتخاب شود از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

پیشامدی که هیچ کدام از افراد انتخابی از رشته‌ی انسانی نباشد A'

$$n(A') = \binom{5+4}{3} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 84$$

$$P(A') = \frac{84}{220} = \frac{21}{55}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$$

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر چهار نقطه بخواهند تشکیل چهارضلعی دهند، نباید از نقاط روی پاره‌خط، بیش از ۲

نقطه انتخاب شود. پس:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{0}\binom{5}{4} + \binom{5}{1}\binom{5}{3} + \binom{5}{2}\binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{1 \times 5 + 5 \times 10 + 10 \times 10}{210} = \frac{31}{42}$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \quad \text{تذکر:}$$

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

$$A: 10 \text{ مجموع} \Rightarrow \begin{cases} 1, 3, 6 \Rightarrow 3! = 6 \\ 1, 4, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 4, 4 \Rightarrow 3 \\ 2, 2, 6 \Rightarrow 3 \\ 3, 3, 4 \Rightarrow 3 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 27$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

روش دوم: جدول

	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مجموع ۳ تاس	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱
تعداد حالات	$\binom{2}{2}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{5}{2}$	$\binom{6}{2}$	$\binom{7}{2}$	۲۵	۲۷

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

۱۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر نتایج پرتاب تاس را در نظر بگیریم، یکی از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ خواهد بود. برای محاسبه تعداد حالات پیشامد مطلوب دقت شود که باید ۴ نتیجه متمایز از نتایج پرتاب تاس را در نظر بگیریم که این چهار عدد فقط به یک صورت می‌توانند مرتب شوند که هر بار عدد ظاهر شده از عدد قبلی کوچک‌تر باشد، پس کافی است ۴ عدد از نتایج پرتاب تاس را انتخاب کنیم و آن را به یک صورت مرتب کنیم تا حالت مطلوب مسئله رخ دهد، از این‌رو تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$n(A) = \binom{6}{4} \times 1 = 15$$

بدیهی است که فضای نمونه‌ای پرتاب ۴ تاس به صورت $n(S) = 6^4$ خواهد بود، پس خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{6^4} = \frac{5}{432}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قد یک فرد متغیر کمی پیوسته است. ۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر احتمال هم‌رنگ بودن $\frac{1}{2}$ باشد، احتمال ناهم‌رنگ بودن هم $\frac{1}{2}$ خواهد شد و بنابراین داریم: ۲۰

$$\frac{\binom{x}{1} \binom{x-3}{1}}{\binom{2x-3}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x(x-3)}{\frac{(2x-3)(2x-4)}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x(x-3)}{(2x-3)(x-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow (2x-3)(x-2) = 2x(x-3)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x = 2x^2 - 4x - 3x + 6 \Rightarrow x = 6$$

پس تعداد کل مهره‌ها $6 + 3 = 9$ مهره است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$n(S) = \frac{9!}{3!3!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!3!3!} = 1680$$

برای تعیین تعداد حالات پیشامد مطلوب کافی است حروف غیر E را کنار هم قرار داده، سپس از مکان‌های مناسب مابین یا در ابتدا و انتهای این حروف، سه مکان را برای قرار دادن حروف E انتخاب کنیم، در این صورت خواهیم داشت:

✓ D ✓ D ✓ D ✓ F ✓ F ✓ F ✓

$$n(A) = \binom{7}{3} \times \frac{6!}{3!3!} = 700$$

$$P(A) = \frac{700}{1680} = \frac{5}{12}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر A پیشامد آمدن حداقل یک «رو» باشد، متمم آن یعنی A' پیشامد آن است که هیچ‌کدام از سکه‌ها «رو» نیامده باشد. به عبارت دیگر همه‌ی سکه‌ها «پشت» بیایند. پس اگر فرض کنیم n بار سکه را پرتاب کرده باشیم، داریم: ۲۲

هر n تا سکه پشت آمده است

$$P(A') = \frac{\binom{n}{n}}{2^n} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (*)$$

از طرفی طبق فرض $P(A) > \frac{99}{100}$ است. بنابراین:

$$(*) \rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{2^n} > \frac{99}{100} \Rightarrow 1 - \frac{99}{100} > \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{100} > \frac{1}{2^n} \xrightarrow[\text{جهت عوض}]{\text{طرفین معکوس}} 100 < 2^n$$

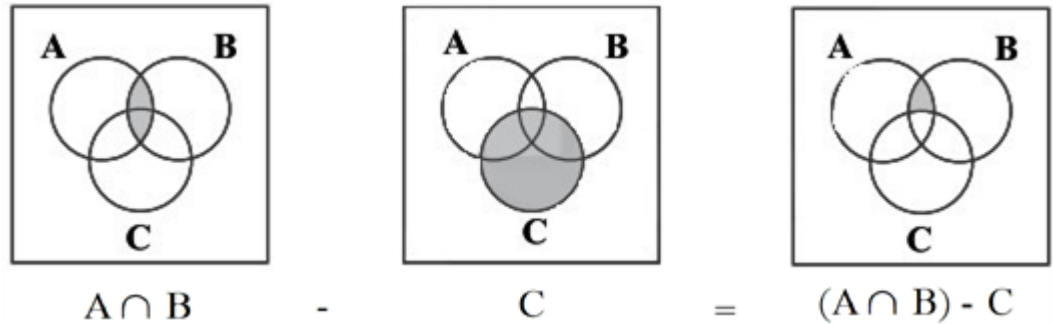
$$\Rightarrow n \geq 7 \Rightarrow n \text{ حداقل} = 7$$

۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می‌دهد که دو پیشامد A و B هر دو رخ بدهند.

نکته: پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ بدهد، ولی پیشامد B رخ ندهد.

با توجه به نکات بالا، پیشامد « A و B رخ بدهد، ولی C رخ ندهد» به صورت $(A \cap B) - C$ است که نمایش آن به صورت زیر است:



۲۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حالت‌هایی که مجموع اعداد روی دو کارت ۱۰ است:

$$A = \{(4, 6), (3, 7), (2, 8), (1, 9)\}$$

$$n(S) = \binom{9}{2}$$

پس:

$$P(A) = \frac{4}{\binom{9}{2}} = \frac{4}{\frac{9 \times 8}{2}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم ${}^6P_2 = 6 \times 5 = 30$ می‌باشد. تعداد حالاتی که n فرزند دختر است برابر $\binom{6}{n}$ ، پس:

$$\frac{\binom{6}{n}}{30} = \frac{5}{16} \Rightarrow \binom{6}{n} = \frac{5}{16} \times 30 = 20$$

می‌دانیم: $\binom{6}{0} = \binom{6}{6} = 1$, $\binom{6}{1} = \binom{6}{5} = 6$, $\binom{6}{2} = \binom{6}{4} = 15$, $\binom{6}{3} = \binom{6}{3} = 20$ پس فقط $n = 3$ می‌تواند باشد که با محاسبه $\binom{6}{3} = 20$ درستی جواب حاصل می‌شود.

۲۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر بخواهیم مجموع سه عدد زوج باشد باید یا هر سه تای آنها زوج باشند یا دو تای آنها

فرد و یکی زوج باشد. پس تعداد حالات مطلوب می‌شود:

(در بین اعداد $\{1, 2, \dots, 7\}$ تا عدد فرد و ۳ تا عدد زوج داریم).

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{4}{2} \binom{3}{1} = 3 + 6 \times 3 = 21$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{21}{\binom{7}{3}} = \frac{21}{35}$$

۲۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته (تعریف نمونه): بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب شود، نمونه گویند و هر

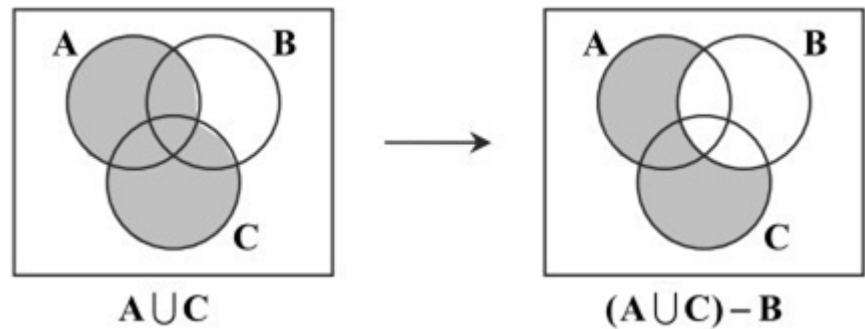
یک از افراد یا اشیای انتخاب شده را عضو نمونه گویند.

نکته (تعریف اندازه یا حجم جامعه): تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه یا حجم جامعه گویند.

۲۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. پیشامد خواسته شده همان $(A \cup C) - B$ است، پس داریم:

پس نمودار گزینه ۱ درست است:



نمودار سایر گزینه‌ها موارد زیر را نشان می‌دهند:

گزینه ۲: پیشامدهای A و C رخ دهد، ولی B رخ ندهد. $(A \cap C) - B$

گزینه ۳: پیشامد A رخ دهد، ولی B یا C رخ ندهد. $A - (B \cup C)$

گزینه ۴: پیشامدهای A یا C رخ دهد، اما هر ۳ پیشامد با هم رخ ندهند. $(A \cup C) - (A \cap B \cap C)$

۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. «درصد درس ریاضی» متغیر کمی پیوسته است.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. $A = \{(\epsilon, \epsilon, \delta), (\epsilon, \delta, \epsilon), (\delta, \epsilon, \epsilon)\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{\epsilon^3} = \frac{3}{\epsilon \times \epsilon \times \epsilon} = \frac{1}{\gamma^2}$

۳۱

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. عمل نمونه‌گیری، مهم‌ترین بخش آمار را تشکیل می‌دهد.

۳۲

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم سکه را حداقل n بار پرتاب کنیم در این صورت می‌توان نوشت:

$$p(\text{حداقل یک بار رو}) = 1 - p(\text{همه پرتاب ها پشت}) = 1 - \frac{1}{\gamma^n}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{\gamma^n} > \frac{98}{100} \Rightarrow \frac{1}{\gamma^n} < \frac{2}{100} \Rightarrow \gamma^n > 50 \Rightarrow n \geq 6$$

۳۳

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم: $A \cap B \Rightarrow P(A \cap B) = 0$ و A و B ناسازگارند.

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\lambda} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{2}{\lambda}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{\lambda} = \frac{5}{\lambda}$$

از طرفی:

۳۴

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. دو حالت مطلوب امکان‌پذیر است:

(۱) دو دانش‌آموز از کلاس «الف» و یک دانش‌آموز از کلاس «ب» انتخاب شود:

$$n(A_1) = \binom{5}{2} \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40$$

(۲) یک دانش‌آموز از کلاس «الف» و دو دانش‌آموز از کلاس «ب» انتخاب شود:

$$n(A_2) = \binom{5}{1} \binom{4}{2} = 5 \times 6 = 30$$

$$n(A) = n(A_1) + n(A_2) = 40 + 30 = 70$$

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، آن‌گاه:

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، انتخاب سه دانش‌آموز از میان نه دانش‌آموز به $84 = \binom{9}{3}$ حالت

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

امکان‌پذیر است، پس:

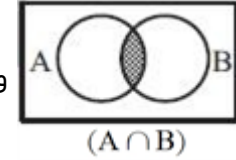
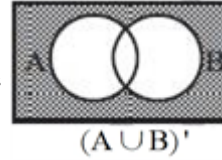
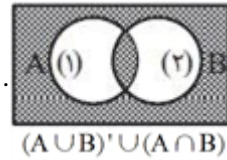
۳۵

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر A و B دو پیشامد باشند، با نمودار ون به راحتی به تساوی‌های زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} (A')' = A \\ A - B = A \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$$

حالا با استفاده از قوانین بالا داریم:

$$(A' - B) \cup (B - A') = (A' \cap B') \cup (B \cap A) = (A \cup B)' \cup (B \cap A)$$



پس:

حالا چون

از طرفی چون ناحیه‌ی (۱) برابر $A - B$ و ناحیه‌ی (۲) برابر $B - A$ است، خواهیم داشت:

$$S - (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B)' \cup (A \cap B)$$

۳۶

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. از میان ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، سه موش را به تصادف انتخاب می‌کنیم. پس

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر ۱۶۵ است. حال احتمال این‌که هر سه موش انتخابی

سفید باشند، برابر است با:

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{6 \times \cancel{3}} = 20 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20}{165} = \frac{4}{33}$$

۳۷

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

فضای نمونه‌ای آزمایش تصادفی به صورت $S = \{(x, y) \mid x, y \in \{1, 2, \dots, 6\}\}$ است.

$$x > y \text{ یا } x = y \text{ یا } x < y$$

فضای نمونه‌ای S، ۳۶ عضو دارد. اگر x و y دو عدد باشند، آن‌گاه:

در ۶ حالت $x = y$ است و تعداد حالت‌هایی که $x > y$ است با تعداد حالت‌هایی که $y > x$ است، برابر می‌باشد،

$$n + 6 + n = 36 \Rightarrow n = 15$$

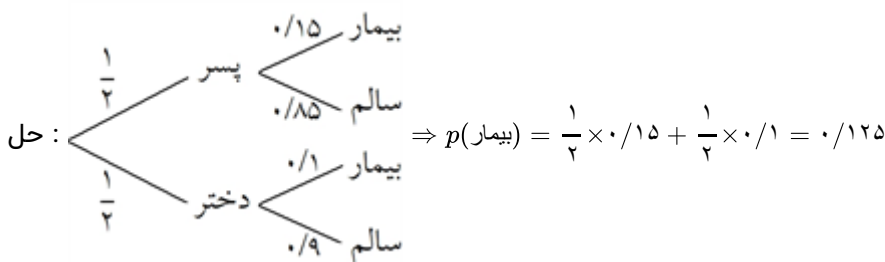
بنابراین:

یعنی در ۱۵ حالت عدد روشده در پرتاب اول بزرگ‌تر از عدد روشده در پرتاب دوم است. لذا:

$$P = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

۳۸

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.



۳۹

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = 36$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4 \times 4}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم عددی مضرب ۶ است که هم مضرب ۲ باشد و هم مضرب ۳. اگر چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ کنار هم قرار داده شوند. عدد حاصل، حتماً مضرب ۳ خواهد بود. پس کفایت تعداد اعداد چهار رقمی مضرب ۲ (زوج) را محاسبه کنیم، داریم:

الف) اگر رقم یکان صفر باشد. $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} = 6$

$$\Rightarrow n(A) = 6 + 4 = 10$$

ب) اگر رقم یکان ۲ باشد. $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} = 4$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

$$n(S) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 18$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4

