



# گروه تاپ



**Kia-ac.ir**



**@Kia\_ac**





**تعاریف:**

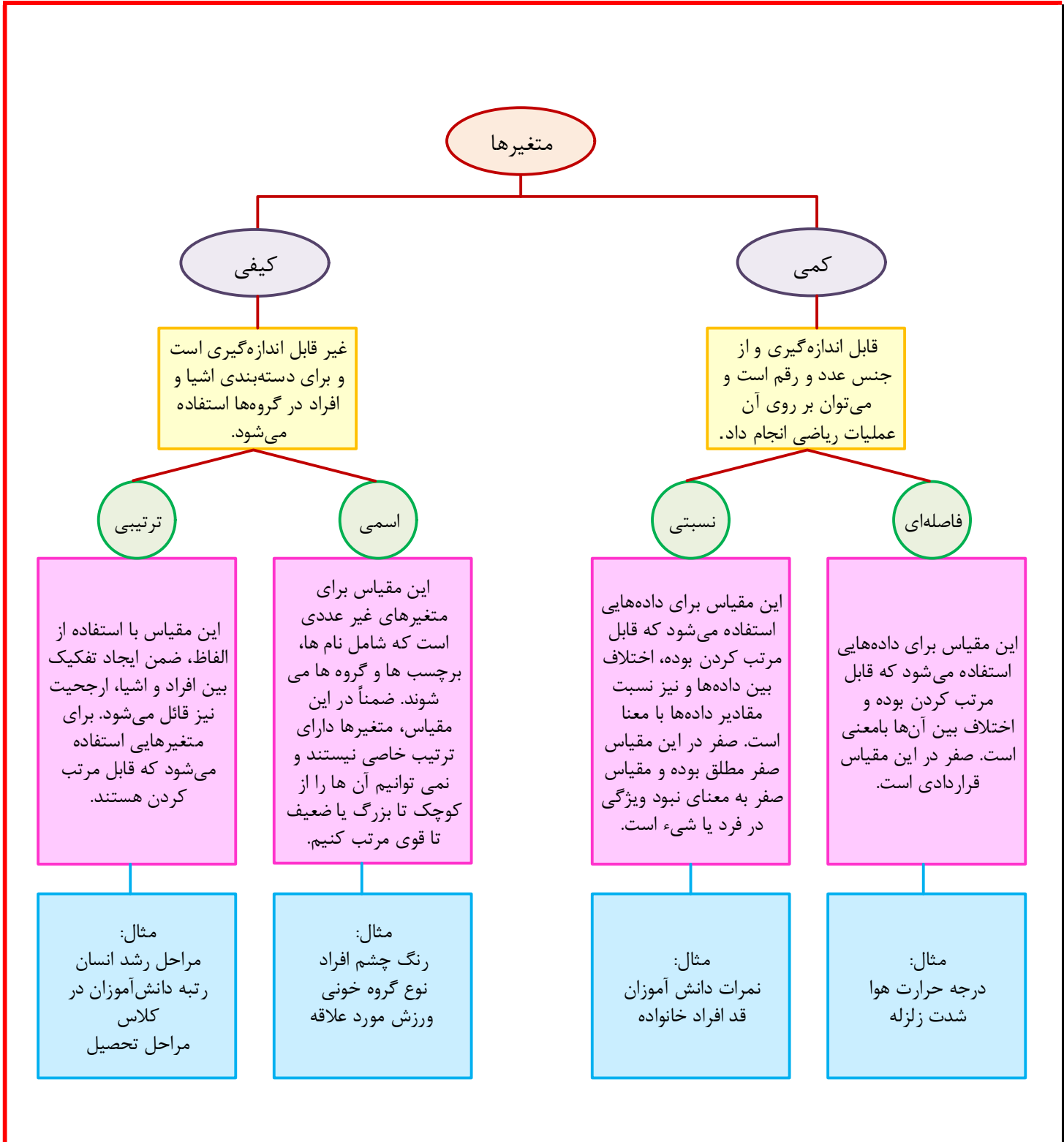
داده‌ها: واقعیت‌هایی دربارهٔ یک چیزند که در محاسبه، استنباط یا برنامه‌ریزی به کار می‌روند.  
واحد آماری: هر یک از افراد یا اشیایی که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود.  
جامعه آماری: کل افراد یا اشیایی که از نظر موضوعی خاص آن‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. (مجموعه‌ی کل واحدهای آماری)

سرشماری: اگر همه‌ی اعضای جامعه را مورد بررسی قرار دهیم، سرشماری کرده‌ایم.

مشکلات سرشماری:

- (۱) زمان بر بودن
  - (۲) پرهزینه بودن
  - (۳) در دسترس نبودن همه‌ی اعضای جامعه
  - (۴) کم یا زیاد شدن تعداد اعضا در طول سرشماری
  - (۵) عدم امکان استفاده از سرشماری در بررسی‌های مخرب
  - (۶) بالا رفتن خطا در جمع‌آوری داده
- نمونه: هر زیر مجموعه‌ای از جامعه آماری که با روش مشخصی انتخاب شده باشند.  
نمونه تصادفی: نمونه‌ای است که همه‌ی اعضای جامعه شانس یکسانی برای انتخاب شدن داشته باشند.  
آمارگیری: گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن.  
پارامتر: مشخصه عددی مربوط به جامعه آماری  
آماره: مشخصه عددی مربوط به نمونه

<p><u>مشاهده و آزمایش</u>: گردآوری داده‌ها بدون نیاز به پاسخگویی افراد. (این روش برای مطالعات با دقت بالا مناسب نیست.)</p> <p><u>پرسش‌نامه</u>: مجموعه سوالات از پیش تعیین شده که توسط افراد پاسخ داده می‌شود. (مرسوم‌ترین روش است/ اگر واحدهای نمونه زیاد باشد، این روش زمان‌بر است.)</p> <p><u>مصاحبه</u>: پرسش شفاهی بین دو نفر. (زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر از همه‌ی پاسخ‌های احتمالی فرد مقابل اطلاع نداشته باشد.)</p> <p><u>دادگان</u>: مجموعه‌ای از اطلاعات از پیش تهیه شده. (همیشه اطلاعات مثبتی ما در اختیار نیست.)</p>	}	<p>روش‌های جمع‌آوری داده‌ها</p>
---	---	---------------------------------



(کنکور سراسری ۹۸ انسانی داخل کشور)

کدام در مورد گردآوری داده‌ها، کدام بیان درست است؟

- ۱) علم آمار نحوه گردآوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است.
- ۲) یک روش آماری مناسب می‌تواند دقیق‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد.
- ۳) دادگان‌ها همیشه اطلاعات ثبتي را در اختیار آمارگر قرار می‌دهند.
- ۴) عدد آماره همواره کوچک‌تر از عدد پارامتر است.

پاسخ: گزینه ۱

(کنکور ۹۲، دافل کشور)

(۲) نمونه برابر جامعه آماری  
(۴) نمونه، زیرمجموعه جامعه آماری

کدام مورد عمل سرشماری انجام نشده است؟

(۱) تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد.  
(۳) اندازه نمونه برابر اندازه جامعه

پاسخ: گزینه ۴

(کنکور سراسری ۸۹ تجربی داخل کشور)

(۴) با متغیر کیفی (۳) سرشماری

کدام بررسی، اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟

(۱) نمونه تصادفی (۲) دسته‌بندی

پاسخ: گزینه ۳

(کنکور سراسری ۹۸ انسانی خارج کشور)

(۲) پارامتر ثابت و آماره متغیر  
(۴) پارامتر متغیر و آماره متغیر

کدام یک جامعه آماری، کدام مشخصه عددی، درست است؟

(۱) پارامتر ثابت و آماره ثابت  
(۳) پارامتر متغیر و آماره ثابت

پاسخ: گزینه ۲

تفاوت بین آماره و پارامتر در این است که ..... در نمونه و ..... در جامعه آماری کار برد دارد و پارامتر همواره ..... است.

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲ آذر ۹۷)

(۱) آماره-پارامتر-ثابت (۲) آماره-پارامتر-متغیر (۳) پارامتر-آماره-ثابت (۴) پارامتر-آماره-متغیر

پاسخ: گزینه ۱

در یک کارخانه روزانه ۵۰۰ کالا تولید می‌شود. برای بررسی کیفیت این کالاها، ۳ نمونه ۱۰۰ تایی انتخاب می‌کنیم. در

این نمونه‌ها نسبت کالاهای معیوب به تریب برابر ۱٪ و ۲٪ و ۶٪ است. بنابراین تخمین می‌زنیم  $\frac{1+2+6}{3} = 3$  درصد کالاها

(آزمون گاج دوازدهم انسانی-۷ فروردین ۹۸)

معیوب‌اند. اعداد ۲٪، ۶٪ و ۳٪ به ترتیب کدام است؟

(۱) آماره، آماره، پارامتر (۲) پارامتر، پارامتر، پارامتر (۳) آماره، پارامتر، آماره (۴) پارامتر، پارامتر، آماره

پاسخ: گزینه ۱

(کنکور سراسری ۹۱ تجربی داخل کشور)

(۴) پرسش هدایت‌کننده (۳) انجام آزمایش

کدام جمع‌آوری داده‌ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

(۱) مصاحبه (۲) مشاهده

پاسخ: گزینه ۴

(کنکور سراسری ۹۰ تجربی خارج از کشور)

(۴) آزمایش (۳) مشاهده

کدام طریق برای جمع‌آوری داده‌ها مناسب نیست؟

(۱) مصاحبه (۲) الگوی خاص

پاسخ: گزینه ۲

(آزمون سنجش دوازدهم انسانی - ۳۰ فروردین ۹۸)

کدام چه زمانی از مصاحبه استفاده می‌کنیم؟

- (۲) اطلاعات کافی از تمامی پاسخ‌های ممکن را نداریم.  
 (۴) اطلاعات مثبتی در اختیار باشد.

(۱) تعداد واحد نمونه زیاد باشد.

(۳) به دقت زیاد نیاز باشد.

پاسخ: گزینه ۲

(آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۶ اردیبهشت ۹۸)

کدام روش جمع‌آوری داده‌ها در کدام مورد متفاوت است؟

(۲) وزن محصولات یک باغ

(۱) بررسی سن درختان یک باغ

(۴) اعداد تصادفات جاده چالوس در سال گذشته

(۳) تعداد موتورسیکلت‌های عبوری

پاسخ: گزینه ۴

(آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۷ فروردین ۹۸)

کدام نوع متغیر و مقیاس اندازه‌گیری «دمای بدن افراد در طول روز» چگونه است؟

(۴) کیفی ترتیبی

(۳) کیفی اسمی

(۲) کمی نسبتی

(۱) کمی فاصله‌ای

پاسخ: گزینه ۱

کدام نوع متغیر و مقیاس اندازه‌گیری در متغیر «دمای بدن ماهی‌های قزل‌آلای رودخانه هراز (برحسب درجه سلسیوس)»

(آزمون گزینه‌دو دوازدهم انسانی - ۲۳ آذر ۹۷)

کدام است؟

(۴) کیفی ترتیبی

(۳) کمی فاصله‌ای

(۲) کیفی اسمی

(۱) کمی نسبتی

پاسخ: گزینه ۳

(آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۲۹ آذر ۹۸)

کدام متغیر «قیمت» و «سرعت» یک اتومبیل به ترتیب از چه مقیاسی هستند؟

(۴) فاصله‌ای - فاصله‌ای

(۳) نسبتی - نسبتی

(۲) فاصله‌ای - نسبتی

(۱) نسبتی - فاصله‌ای

پاسخ: گزینه ۳

کدام متغیرهای سن و شماره دانش‌آموزی یک دانش‌آموز به ترتیب از کدام نوع و مقیاسی هستند؟

(آزمون گزینه‌دو دوازدهم انسانی - ۲۳ فروردین ۹۸)

(۲) کمی نسبتی - کمی فاصله‌ای

(۱) کمی فاصله‌ای - کمی نسبتی

(۴) کمی فاصله‌ای - کیفی ترتیبی

(۳) کمی نسبتی - کیفی اسمی

پاسخ: گزینه ۳

کدام در یک مسابقه اتومبیل رانی، متغیرهای «رتبه‌های افراد شرکت کننده» و «سرعت اتومبیل‌ها» به ترتیب چه نوعی هستند؟  
 (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۵ بهمن ۹۷)

- (۱) کیفی اسمی- کمی نسبتی  
 (۲) کیفی اسمی- کمی فاصله‌ای  
 (۳) کیفی ترتیبی- کمی فاصله‌ای  
 (۴) کیفی ترتیبی- کمی نسبتی  
 پاسخ: گزینه ۴

کدام چه تعداد از موارد زیر متغیر کمی با مقیاس اندازه‌گیری نسبتی است؟  
 (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲ آذر ۹۷)  
 الف) نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس  
 ب) تعداد کتاب‌های درسی دانش‌آموزان دوره ابتدایی  
 پ) درجه حرارت در شهرهای مختلف  
 ت) رتبه دانش‌آموزان در یک آزمون عملی

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴  
 پاسخ: گزینه ۲

کدام متغیر زیر از نوع کیفی با مقیاس اندازه‌گیری اسمی است؟  
 (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۳۰ آذر ۹۷)  
 (۱) درآمد افراد-دمای هوای شهر تهران  
 (۲) شدت زلزله-نمره ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس  
 (۳) قطر لوله آب-وضعیت تأهل  
 (۴) میزان علاقه‌ی فراد به ادامه تحصیل- قد افراد  
 پاسخ: گزینه ۲

کدام یک از متغیرهای زیر به ترتیب کیفی ترتیبی و کمی فاصله‌ای است؟  
 (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲ آذر ۹۷)  
 (۱) مزه غذا- دمای بدن انسان بر حسب سلسیوس  
 (۲) رنگ چشم افراد-وزن یک خودرو  
 (۳) سطح سواد-نمره‌ی آخرین آزمون  
 (۴) مراحل رشد یک نوزاد-تعداد سوالات یک آزمون  
 پاسخ: گزینه ۳

کدام یک از گزینه‌های زیر به ترتیب از راست به چپ متغیر کمی با مقیاس فاصله‌ای و متغیر کیفی با مقیاس اسمی است؟  
 (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۷ اسفند ۹۷)  
 (۱) وزن دانش‌آموزان یک کلاس-رنگ خودرو  
 (۲) دمای بدن انسان-مزه غذا  
 (۳) نمره آزمون فیزیک دانش‌آموزان-سطح تحصیلات افراد  
 (۴) میزان آلودگی هوا-مراحل رشد انسان  
 پاسخ: گزینه ۲

کدام مقیاس برای اندازه‌گیری، از ویژگی‌های بهتری برخوردار است؟  
 (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱ آذر ۹۸)  
 (۱) نسبتی  
 (۲) اسمی  
 (۳) فاصله‌ای  
 (۴) ترتیبی  
 پاسخ: گزینه ۱

نمودارهای تک متغیره

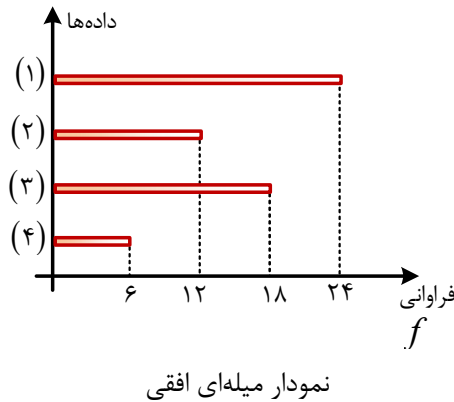
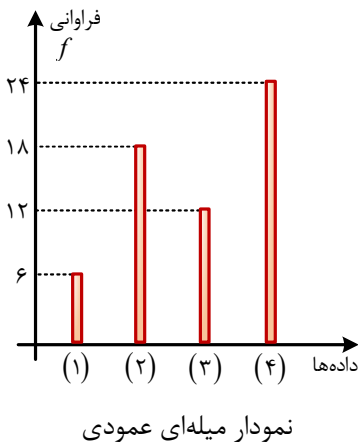
تیپ ۲



این نمودارها، فقط اطلاعات مربوط به یک متغیر را نشان می دهند.

نمودار میله‌ای (افقی و عمودی):

- ✓ در نمودار میله‌ای عمودی، داده‌ها بر روی محور افقی و فراوانی آن‌ها بر روی محور عمودی نمایش داده می شود.
- ✓ در نمودار میله‌ای افقی، داده‌ها بر روی محور عمودی و فراوانی آن‌ها بر روی محور افقی نمایش داده می شود.
- ✓ از نمودار میله‌ای افقی زمانی استفاده می شود که نام متغیرها طولانی باشد.
- ✓ ترتیب قرار گرفتن مهم نیست ولی چیدمان میله‌ها به ترتیب فراوانی، کار مقایسه را ساده تر می کند.
- ✓ مجموع طول میله‌ها برابر با فراوانی کل است.
- ✓ این نمودار برای متغیرهای کمی و کیفی مناسب است.



$$\text{فراوانی هر دسته} = \frac{f_i}{N} = \text{فراوانی نسبی مجموع فراوانی‌ها}$$

$$= 1 \text{ مجموع فراوانی‌های نسبی هر دسته}$$

$$= N \text{ مجموع فراوانی مطلق هر دسته}$$

نمودار دایره‌ای و دایره‌ای سه بعدی (کلوچه‌ای):

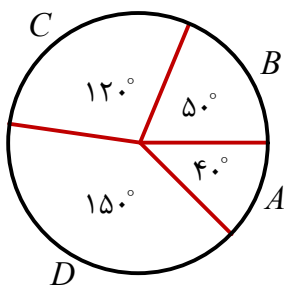
- ✓ در این نمودار به هر دسته یا نوع، یک قسمت از دایره اختصاص داده می شود که زاویه‌ی مرکزی آن متناسب با فراوانی است.

$$\alpha = \frac{f_i}{N} \times 360^\circ \text{ مربوط به هر طبقه: } \alpha_i$$

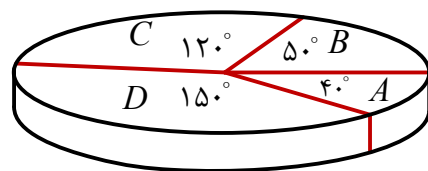
$$S = \frac{\alpha}{360} \times 100 = \frac{f}{N} \times 100 \text{ (درصد مساحت اشغال شده هر دسته یا درصد فراوانی نسبی هر دسته)}$$

$$\text{مجموع } \alpha \text{ ها} = 360^\circ$$

- ✓ این نمودار برای داده‌های کیفی مناسب است.



نمودار دایره‌ای ساده

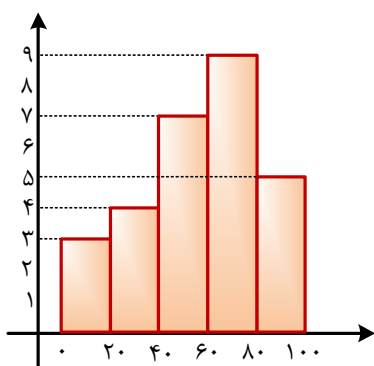


نمودار دایره‌ای سه بعدی (کلوچه‌ای)

### نمودار مستطیلی (بافت نگاشت):

✓ در صورتی که قاعده‌ی مستطیل‌ها با هم برابر باشند، ارتفاع مستطیل‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند ولی اگر قاعده‌ها برابر نباشد برای مقایسه‌ی فراوانی‌ها، باید مساحت مستطیل‌ها را با هم مقایسه کنیم.

✓ فراوانی نسبی داده‌ی هر مستطیل، از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.



$$F_i = \frac{\text{مساحت یک مستطیل}}{\text{مساحت کل مستطیل‌ها}}$$

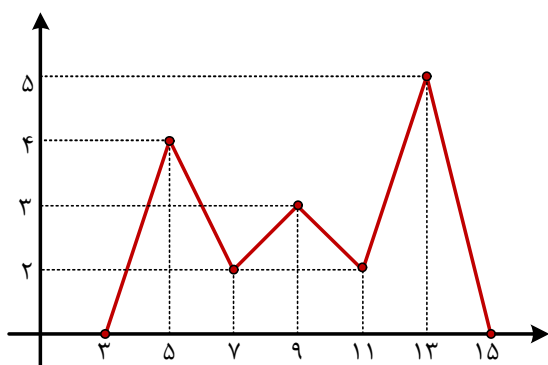
✓ این نمودار برای متغیرهای کمی (هم فاصله‌ای و هم نسبتی) مناسب است.

### نمودار خط شکسته (چندضلعی یا چندبر فراوانی):

✓ اگر وسط‌های فوقانی نمودار مستطیلی یا میله‌ای را به هم وصل کنیم، نمودار خط شکسته آن به دست می‌آید.

✓ نمودار خط شکسته برای متغیرهای کمی و کیفی مناسب است.

✓ سطح زیر نمودار خط شکسته و مستطیلی با هم برابر است.

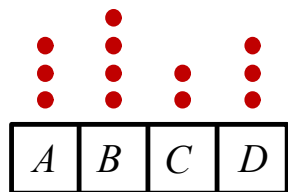


### نمودار نقطه‌ای:

✓ در این نمودار، تعداد نقطه‌های هر دسته، فراوانی مربوط به آن دسته را نشان می‌دهد.

✓ مجموع تعداد نقطه‌ها =  $N$

✓ فراوانی نسبی دسته  $i$ :



$$F_i = \frac{\text{تعداد نقطه‌های دسته } i}{N}$$

✓ این نمودار برای داده‌های کمی با مقدار صحیح یا کیفی مناسب است.



کج در داده‌های آماری دسته بندی شده، مساحت نمودار مستطیلی آن را  $S$  و سطح زیر چندبرفراوانی را که دو سر آن بر روی محور افقی باشد  $S'$  می‌نامیم. نسبت  $\frac{S}{S'}$  چگونه است؟  
(کنکور سراسری ۸۹ تجربی خارج از کشور)

- (۱) کوچک تر از ۱      (۲) بزرگ تر از ۱      (۳) برابر ۱      (۴) اظهار نظر نمی توان کرد.  
پاسخ: گزینه ۳

کج شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق جدول روبرو است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟ (کنکور سراسری ۹۰ تجربی خارج از کشور)

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	$\alpha$	۵۴	۱۸

- (۱) ۵۲      (۲) ۵۴      (۳) ۵۶      (۴) ۵۸  
پاسخ: گزینه ۱

$$27 + 45 + 99 + \alpha + 54 + 18 = 360 \rightarrow \alpha = 360 - 243 = 117^\circ$$

$$\frac{x}{160} = \frac{117}{360} \rightarrow x = \frac{160 \times 117}{360} = 52$$

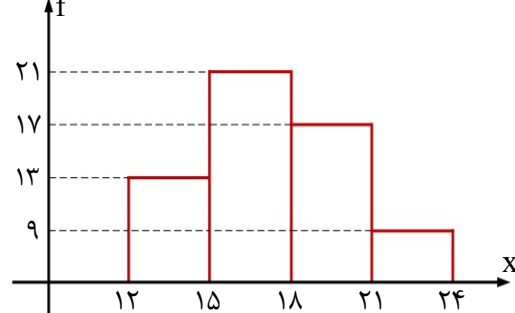
کج در یک شرکت دارویی، جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم. زاویه مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟ (کنکور سراسری ۹۳ تجربی داخل کشور)

نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکتر
فراوانی	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

- (۱) ۸۴°      (۲) ۹۲°      (۳) ۹۶°      (۴) ۱۰۵°  
پاسخ: گزینه ۳

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360 = \frac{120}{30 + 90 + 180 + 120 + 30} \times 360 = \frac{120}{450} \times 360 = 96$$

کج از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی مقابل، سه داده ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویه مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟ (کنکور سراسری ۹۴ تجربی داخل کشور)



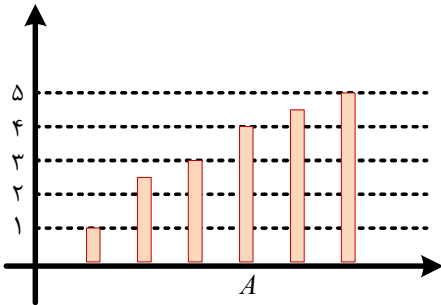
- (۱) ۹۰      (۲) ۱۰۵      (۳) ۱۲۰      (۴) ۱۳۵  
پاسخ: گزینه ۳

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360 = \frac{19}{9 + 12 + 17 + 19} \times 360 = \frac{19}{57} \times 360 = 120$$

کج در مقایسه‌ی سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است. در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح هر دو میله ۰/۵ است.) (کنکور سراسری ۹۰ تجربی داخل کشور)

- ۶۴ (۱)      ۷۲ (۲)      ۸۰ (۳)      ۹۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

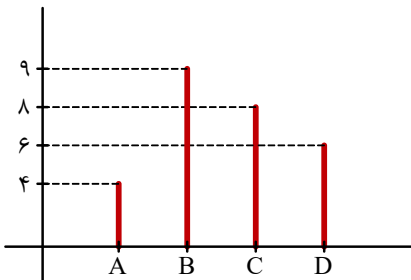


$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ = \frac{4}{1+2/5+3+4+4/5+5} \times 360^\circ = \frac{4}{20} \times 360^\circ = 72^\circ$$

کج شکل مقابل، نمودار میله‌ای داده‌ها، در ۴ دسته است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی دسته D چند درجه است؟ (کنکور ۸۷، داخل کشور)

- ۶۰ (۱)      ۷۵ (۲)      ۸۰ (۳)      ۹۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

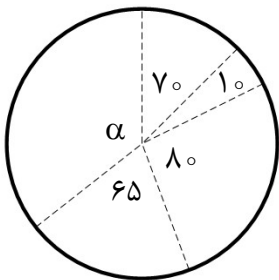


$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ = \frac{6}{4+9+8+6} \times 360^\circ = \frac{6}{27} \times 360^\circ = 80^\circ$$

کج افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آن‌ها با زاویه‌ی مرکزی برحسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه‌ی مرکزی  $\alpha$ ، شامل چند درصد این جامعه است؟ (کنکور سراسری ۹۴ تجربی خارج از کشور)

- ۲۳ (۱)      ۳۲/۵ (۲)      ۳۶ (۳)      ۳۷/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴



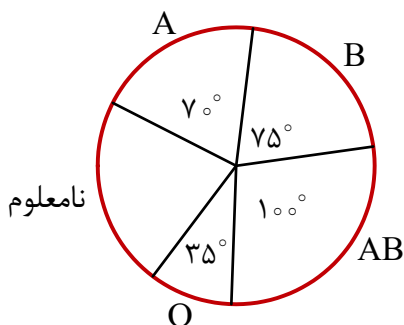
$$70^\circ + 10^\circ + 8^\circ + 65^\circ + \alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 135^\circ$$

$$\frac{135}{360} \times 100 = 37.5$$

کج نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آن‌ها، دارای نوع خون B هستند؟ (کنکور ۹۵ تجربی داخل کشور)

- ۲۵ (۱)      ۳۰ (۲)      ۳۶ (۳)      ۴۰ (۴)

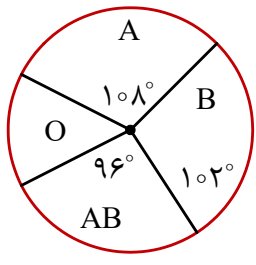
پاسخ: گزینه ۲



$$360^\circ - (70^\circ + 75^\circ + 100^\circ + 35^\circ) = 80^\circ$$

$$\frac{80^\circ}{32} = \frac{75^\circ}{f} \rightarrow f = 30$$

کدام نمودار دایره‌ای مربوط به اهدای خون افراد مراجعه کننده به یک ایستگاه انتقال خون، به شکل مقابل است. چند درصد این افراد در گروه خونی O قرار دارند؟  
(کنکور ۸۵، داخل کشور)



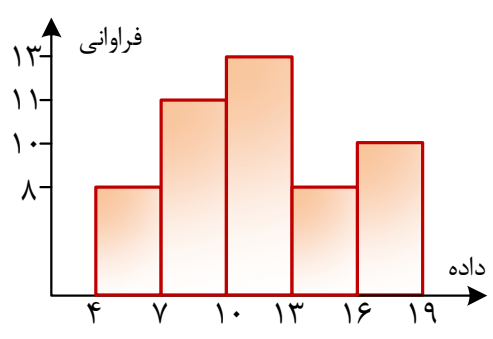
۱۵ (۱)      ۱۶ (۲)      ۱۸ (۳)      ۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$O = 360^\circ - (108^\circ + 102^\circ + 96^\circ) = 54^\circ$$

$$\frac{54}{360} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 15$$

بر اساس نمودار مستطیلی زیر که نمرات درس زبان انگلیسی دانش آموزان در یک کلاس را نشان می‌دهد، چند درصد دانش آموزان نمره‌ی قبولی گرفته‌اند؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱۶ آذر ۹۷)

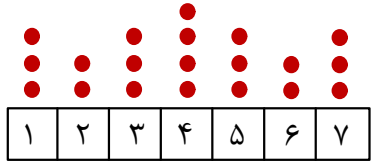


۶۲ (۱)      ۶۹ (۲)      ۷۳ (۳)      ۷۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{13+8+10}{8+11+13+8+10} \times 100 = \frac{31}{50} \times 100 = 62\%$$

در نمودار نقطه‌ای زیر، چند درصد داده‌ها بزرگ‌تر از ۵ است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۵ بهمن ۹۸)



۱۵ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۵ (۳)      ۳۰ (۴)

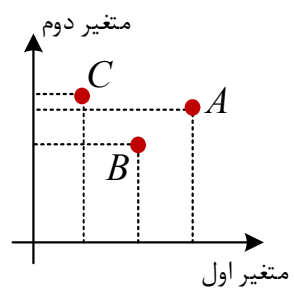
پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{5}{20} \times 100 = 25\%$$

نمودارهای چند متغیره      تیپ ۳     

**نمودار پراکنش نگاشت:**

✓ نمودار دو متغیره است که از نقاطی مانند  $A(x, y)$  تشکیل شده به گونه‌ای که  $x$  مقدار متغیر اول و  $y$  مقدار متغیر دوم را نمایش می‌دهد.



✓ این نمودار، برای نمایش متغیرهای کمی مناسب است.

### نمودار حبابی:

✓ کاملاً مشابه نمودار پراکنش نگاشت است با این تفاوت که به جای نقاط، حباب‌هایی با مساحت‌های مشخص در نمودار قرار می‌گیرند.

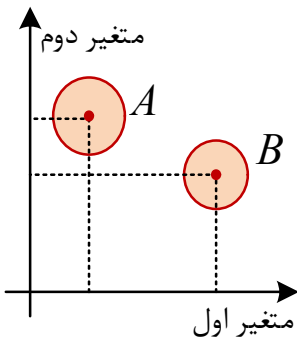
✓ نمودار سه متغیره است که مقدار هر متغیر را می‌توان از محور  $x$ ، محور  $y$  و مساحت هر حباب تشخیص داد.

✓ هر حباب در این نمودار به صورت  $(v_1, v_2, v_3)$  نمایش داده می‌شود که:

$v_1$  ← موقعیت مرکز حباب روی محور  $x$

$v_2$  ← موقعیت مرکز حباب روی محور  $y$

$v_3$  ← مساحت حباب



✓ مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی نباید مقدار منفی یا صفر باشد.

✓ در این نمودار، شعاع دایره‌ها را متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم در نظر می‌گیریم.

✓ این نمودار برای نمایش متغیرهای کمی مناسب است.

### نمودار راداری (تار عنکبوتی):

✓ نموداری است که در آن اعداد هر محور، نسبت مقدار متغیر مورد نظر به ماکزیمم مقدار ممکن را به صورت درصد نمایش می‌دهد.

✓ محل قرارگیری و زاویه محورها نسبت به هم هیچ اطلاعات خاصی را بیان نمی‌کند.

✓ این نمودار برای نمایش ۳ متغیر یا بیشتر کاربرد دارد.

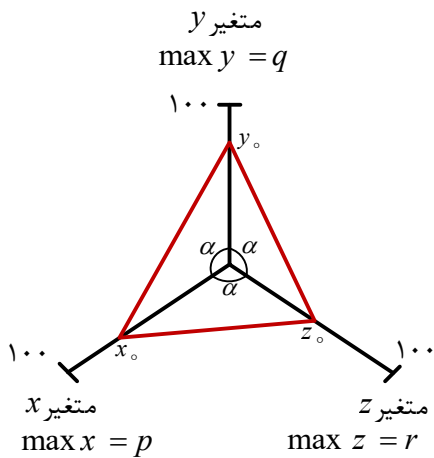
✓ زاویه بین محورها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}}$$

✓ مقدار اصلی متغیرها (برای مثال  $y$ ) به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$y_0 = \frac{y}{q} \times 100 \rightarrow y = \frac{y_0}{100} \times q$$

✓ این نمودار برای نمایش متغیرهای کمی مناسب است.

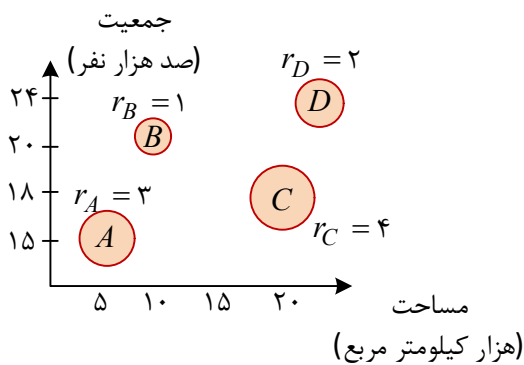


کجھ اگر بخوایم در نمودار حبابی، اختلاف ظاهری اندازه دایره‌ها غیر واقعی و گمراه کننده نباشد، باید شعاع دایره‌ها را متناسب با کدام مورد زیر در نظر بگیریم؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

(۱) توان دوم مقادیر متغیر سوم    (۲) توان سوم مقادیر متغیر سوم    (۳) جذر مقادیر متغیر سوم    (۴) مقادیر متغیر سوم

پاسخ: گزینه ۳

کجھ در نمودار حبابی زیر، متغیر سوم منابع آبی شهرها است. منابع آبی شهر A چند برابر منابع آبی شهر D است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

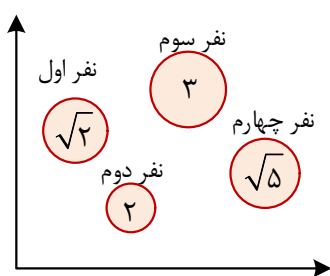


(۱)  $\frac{9}{4}$     (۲)  $\frac{3}{2}$     (۳) ۴    (۴)  $\frac{5}{8}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{A}{D} = \frac{\pi \times 3^2}{\pi \times 2^2} = \frac{9}{4}$$

کجھ در نمودار حبابی زیر متغیر سوم وزن ۴ نفر را نشان می‌دهد. میانگین وزن آن‌ها چند برابر وزن نفر اول است؟ (در نمودار شعاع نفر اول  $\sqrt{2}$ ، نفر دوم ۲، نفر سوم ۳ و نفر چهارم  $\sqrt{5}$  می‌باشد.) (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۶ آذر ۹۷)



(۱)  $\frac{5}{3}$     (۲)  $\frac{5}{2}$     (۳)  $\frac{5}{4}$     (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{2\pi + 4\pi + 9\pi + 5\pi}{4} = 5\pi \quad \rightarrow \frac{5\pi}{2\pi} = \frac{5}{2}$$

کجھ در یک نمودار راداری می‌خواهیم ۱۵ متغیر را نمایش دهیم، زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار چند درجه خواهد بود؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

(۱) ۱۸    (۲) ۲۰    (۳) ۲۲    (۴) ۲۴

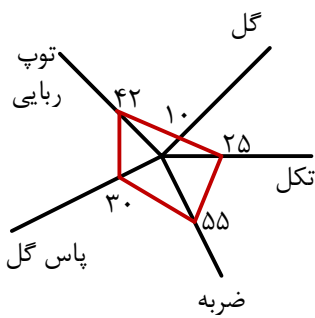
پاسخ: گزینه ۴

$$\alpha = \frac{360^\circ}{15} = 24$$

کله ملیکا و مژگان نمودار راداری نمرات چهار درس خود را رسم کرده‌اند. تعداد شعاع و زاویه بین دو شعاع مجاور در این نمودار به ترتیب کدام است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۵ بهمن ۹۸)

- (۱)  $22/5^\circ, 4$       (۲)  $90^\circ, 4$       (۳)  $45^\circ, 8$       (۴)  $90^\circ, 8$
- پاسخ: گزینه ۲  $\alpha = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$  چهار متغیر داریم؛

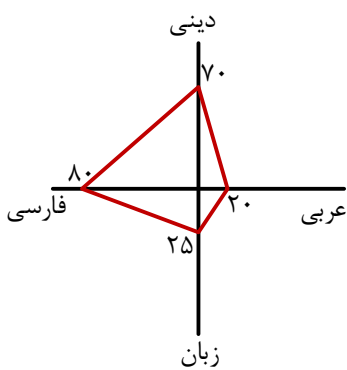
کله در نمودار راداری زیر اگر بیشینه‌ی تکل برابر  $2/8$  و بیشینه‌ی پاس گل برابر  $0/92$  باشد، مقدار متغیر تکل و پاس گل به ترتیب کدام است؟ (ماکزیمم تمام شعاع‌ها، ۱۰۰ است.) (آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۶ اردیبهشت ۹۷)



- (۱)  $0/186, 0/75$       (۲)  $0/276, 0/7$       (۳)  $0/186, 0/85$       (۴)  $0/276, 0/8$
- پاسخ: گزینه ۲  $\text{تکل} = \frac{25}{100} \times 2/8 = 0/7$        $\text{پاس گل} = \frac{30}{100} \times 92 = 0/276$

کله اگر نمودار راداری زیر مربوط به نمرات دروس عربی، زبان، فارسی و دینی یک دانش‌آموز باشد و ضریب این دروس به ترتیب از راست به چپ ۱، ۲، ۴ و ۳ باشد، معدل نمرات این دانش‌آموز کدام است؟ (بیشینه در تمام درس‌ها ۲۰ است)

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی - ۹ اسفند ۹۸)



- (۱) ۱۲      (۲) ۶      (۳) ۱۴      (۴) ۱۳
- پاسخ: گزینه ۱
- $\text{عربی} = \frac{20}{100} \times 20 = 4$        $\text{دینی} = \frac{70}{100} \times 20 = 14$
- $\text{زبان} = \frac{25}{100} \times 20 = 5$        $\text{فارسی} = \frac{80}{100} \times 20 = 16$
- $\bar{x} = \frac{(4 \times 1) + (5 \times 2) + (16 \times 4) + (14 \times 3)}{1 + 2 + 4 + 3} = \frac{120}{10} = 12$



۱- میانگین:

<p>میانگین موزون:</p> <p>اگر در داده‌های آماری، داده‌های تکراری وجود داشته باشد از فرمول زیر استفاده می‌شود:</p> $\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$	<p>میانگین غیر موزون:</p> <p>اگر داده‌های آماری تکرار نداشته باشد از فرمول زیر برای محاسبه میانگین استفاده می‌شود:</p> $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
---	--

نکات مهم در مورد میانگین:

- ✓ میانگین همواره عددی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده است.
- ✓ هرگاه داده‌ها تشکیل تصاعد عددی دهند، برای محاسبه میانگین:

$$\bar{X} = \frac{\text{بزرگ ترین داده} + \text{کوچک ترین داده}}{2}$$

✓ همواره داریم:  $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$

✓ برای یک سری داده‌ی آماری داریم:

★ اگر تمام داده‌ها به علاوه  $K$  ← میانگین به علاوه  $K$

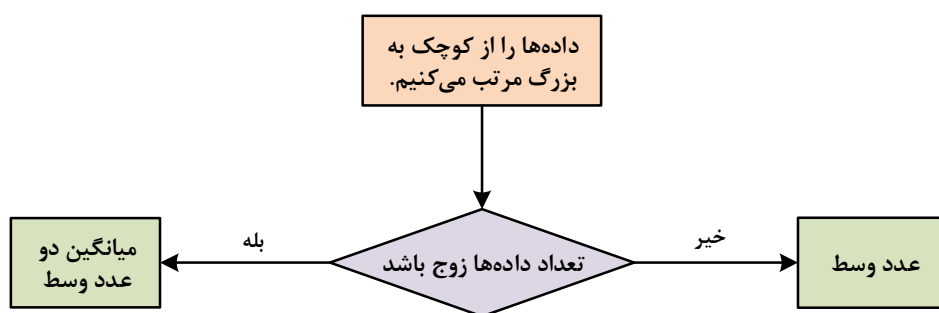
★ اگر تمام داده‌ها منهای  $K$  ← میانگین منهای  $K$

★ اگر تمام داده‌ها ضرب در  $K$  ← میانگین ضرب در  $K$

★ اگر تمام داده‌ها تقسیم بر  $K$  ← میانگین تقسیم بر  $K$  ( $K \neq 0$ )

۲- میانه: اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد میانه‌ی داده‌ها است.

برای به دست آوردن میانه به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:



نکات مهم در مورد میانه:

- ✓ در هر جامعه‌ی آماری فقط یک میانه وجود دارد.
- ✓ اگر در میان داده‌ها، یک سری داده‌های دور افتاده داشته باشیم، میانه شاخص بهتری برای بررسی و تفسیر داده‌ها است؛ چرا که میانه بر خلاف میانگین تحت تأثیر داده‌ها نیست و تغییر نمی‌کند.
- ✓ میانه نسبت به اندازه‌ی داده‌ها حساسیت نشان نمی‌دهد، به عبارت دیگر میانه به بزرگی یا کوچکی داده‌ها کاری ندارد.
- ✓ با هرگونه عملیات ریاضی و تغییر بر روی داده‌ها، همان تغییر بر روی میانه نیز اعمال می‌شود.

۳-مد: داده‌ای که بیش‌ترین فراوانی را در میان داده‌ها داشته باشد، مد یا نما نام دارد.

نکات مهم در مورد مد:

- ✓ اگر در داده‌هایی، همه‌ی داده‌ها یک فراوانی داشته باشند، آنگاه این داده‌ها مد ندارند.
- ✓ اگر در داده‌هایی، دو داده بیش‌ترین فراوانی را داشته باشند، آنگاه این داده‌ها دو مد دارند. (مد ممکن است منحصر به فرد نباشد).
- ✓ اگر جامعه چند مدی باشد، مد شاخص معتبری نیست.
- ✓ مد برای تحلیل متغیرهای کیفی به کار می‌رود.
- ✓ در رأی‌گیری‌ها، اساس تصمیم‌گیری مد است.
- ✓ با هرگونه عملیات ریاضی و تغییر بر روی داده‌ها، همان تغییر بر روی مد اعمال می‌شود.

کدام میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟  
(کنکور سراسری ۸۴ تجربی خارج کشور)

۱۵۹ (۴)

۱۳۵ (۳)

۷۰ (۲)

۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$(\bar{x} - 12) \times 3 \rightarrow (57 - 12) \times 3 = 135$$



کدام نمرات ریاضی ۴۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است، میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

(کنکور سراسری ۹۸ ریاضی داخل کشور)

$x$	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
$f$	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۱۴/۷۵ (۴)      ۱۴/۴ (۳)      ۱۴/۲۵ (۲)      ۱۴/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{x} = 14 + \frac{(-4 \times 5) + (-2 \times 8) + (0 \times 7) + (1 \times 10) + (3 \times 6) + (4 \times 4)}{40} = 14 + \frac{8}{40} = 14/2$$

کدام در جدول فراوانی مقابل، میانگین به صورت  $\bar{X} = 12 + 2\bar{a}$  محاسبه شده است.  $\bar{a}$  کدام است؟

(کنکور سراسری ۸۸ ریاضی داخل کشور)

$x$	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
$f$	۲	۵	۵	۹	۳

۰/۴۵ (۴)      ۰/۵۴ (۳)      ۰/۳۶ (۲)      ۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{x} = 12 + \frac{(-4 \times 2) + (-2 \times 5) + (0 \times 5) + (2 \times 9) + (4 \times 3)}{2 + 5 + 5 + 9 + 3} = 12 + \frac{12}{24} \quad \cdot / 5 = 2\bar{a} \Rightarrow \bar{a} = 0/25$$

کدام در یک نمونه گیری از ۱۰۰۰ اتومبیل در حال حرکت از نظر تعداد سرنشینان، جدول زیر تنظیم شده است. اختلاف

(کنکور ۸۶، خارج کشور)

تعداد سرنشینان	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی نسبی	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۱

میانگین سرنشینان از مُد کدام است؟

۰/۵ (۲)      صفر (۱)  
۱ (۴)      ۰/۷۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = 3 + (0/15 \times -2) + (0/2 \times -1) + (0/25 \times 0) + (0/3 \times 1) + (0/1 \times 2) = 3 + 0 = 3 \quad \Rightarrow 4 - 3 = 1$$

کدام نمرات آمار ۵۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین وزنی نمرات از میانه آن‌ها، کدام است؟

(کنکور سراسری ۹۸ ریاضی خارج کشور)

$x$	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸
$f$	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵

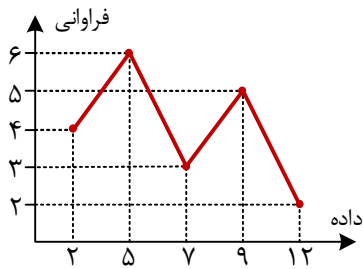
۰/۳۸ (۴)      ۰/۳۶ (۳)      ۰/۳۲ (۲)      ۰/۲۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = 14 + \frac{(-4 \times 6) + (-2 \times 9) + (0 \times 10) + (1 \times 12) + (2 \times 8) + (4 \times 5)}{50} = 14 + \frac{6}{50} = 14/12$$

$$Q_2 = \frac{14 + 15}{2} = 14/5 \quad 14/5 - 14/12 = 0/38$$

کدام در نمودار خط شکسته‌ی زیر، تفاسیل مد و میانگین کدام است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱۷ اسفند ۹۷)



۱/۴ (۴)

۱/۲ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = 5 + \frac{(-3 \times 4) + (0 \times 6) + (2 \times 3) + (4 \times 5) + (7 \times 2)}{4 + 6 + 3 + 5 + 2} = 5 + \frac{28}{20} = 6/4$$

$$6/4 - 5 = 1/4$$

کدام در ۴۵ داده آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده (کنکور ۹۴، خارج کشور)

۱۱۲۲ (۴)

۱۱۲۱ (۳)

۱۱۲۰ (۲)

۱۱۱۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\bar{x} = 1124 - \frac{1204 - 1024}{45} = 1124 - \frac{180}{45} = 1124 - 4 = 1120$$

کدام هرگاه در یک مجموعه مرتب شده از ۳۴ داده آماری، داده‌های پانزدهم تا نوزدهم به ترتیب ۲۰، ۲۲، ۲۳، ۲۵، ۲۶ باشند و مجموع ۲۹ داده دیگر، برابر ۵۹۸ باشد، اختلاف میانه و میانگین داده‌ها کدام است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \text{میانه} &= \frac{x_{17} + x_{18}}{2} = \frac{23 + 25}{2} = 24 \\ \bar{x} &= \frac{598 + 5 \times 20 + (6 + 5 + 3 + 2 + 0)}{34} = \frac{714}{34} = 21 \end{aligned} \right\} \rightarrow 24 - 21 = 3$$

کدام اگر در داده‌های  $x^2 - 29, 13, x^2 - 5, 2x - 5, 2, 4, 7, 2x - 5$  مد برابر ۷ باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟ ( $x > 0$ )

(آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱ آذر ۹۸)

۷/۵ (۴)

۷ (۳)

۶/۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} 2x - 5 = 7 &\rightarrow x = 6 \\ x^2 - 29 = 7 &\rightarrow x = \pm 6 \xrightarrow{x > 0} x = 6 \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{x} = \frac{2 + 2 + 4 + 7 + 7 + 7 + 13}{7} = 6$$

کدام میانگین ۱۳ داده  $۱۱, ۱۰, ۸, ۶, ۹, ۲, a, ۱۰, ۱۳, a, ۱۰, ۱۲, ۴, ۲a$  برابر ۹ است. مجموع میانه و مد داده‌های  
(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۵ بهمن ۹۸)

- ۲۲ (۱) ۲۳ (۲) ۲۱ (۳) ۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{۲a + ۴, ۱۲, ۱۰, a, ۱۳, ۱۰, ۲, a + ۲, ۹, ۶, ۸, ۱۰, ۱۱}{۱۳} = ۹ \rightarrow ۹۷ + ۴a = ۱۱۷ \rightarrow a = ۵$$

$$\text{میان} = \frac{۱۰ + ۱۲}{۲} = ۱۱ \rightarrow \text{داده‌های برید به صورت مرتب شده} \rightarrow ۵, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۲, ۱۳$$

$$\text{مد} + \text{میان} = ۱۲ + ۱۱ = ۲۳$$

کدام در مجموعه اعداد  $\{۶۳, ۷۰, ۶۶, ۵۰, ۷۷, ۶۵, ۶۴, x\}$ ، به ازای کدام مقدار  $x$ ، شاخص‌های میانگین - مد - میانگین برابر  
هم‌اند؟  
(کنکور سراسری ۹۳ ریاضی خارج کشور)

- ۶۴ (۱) ۶۵ (۲) ۶۶ (۳) ۴ نشدنی (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$۵۰, ۶۳, ۶۴, ۶۵, ۶۶, ۷۰, ۷۷$$

$$\text{میان} = ۶۵ \rightarrow x = ۶۵ \quad \text{mod} = ۶۵$$

$$\bar{x} = \frac{۵۰ + ۶۳ + ۶۴ + ۶۵ + ۶۵ + ۶۶ + ۷۰ + ۷۷}{۸} = ۶۵ + \frac{-۱۵ - ۲ - ۱ + ۰ + ۰ + ۱ + ۵ + ۱۲}{۸} = ۶۵$$

شاخص‌های پراکندگی

تپ ۵



۱- دامنه تغییرات: اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده است.  $R = \text{Max} - \text{Min}$

✓ با توجه به این که دامنه تغییرات فقط در مورد اختلاف دو داده اطلاع می‌دهد، بنابراین شاخص خوبی برای پراکندگی داده‌ها نمی‌باشد.

✓ اگر تمام داده‌ها با عدد ثابت  $k$  جمع یا از عدد ثابت  $k$  کم شود، در دامنه‌ی تغییرات تغییر ایجاد نمی‌شود.

✓ اگر تمام داده‌ها در عدد ثابت  $k$  ضرب شود، دامنه‌ی تغییرات در قدر مطلق  $k$  ضرب می‌شود.

✓ اگر دامنه‌ی تغییرات صفر شود، به این مفهوم است که تمام داده‌ها با هم برابرند.

## ۲- واریانس و انحراف معیار:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\text{واریانس}}$$

✓ اگر تمام داده ها را با عدد ثابت  $k$  جمع یا از عدد ثابت  $k$  کم کنیم، در واریانس و انحراف معیار تغییری ایجاد نمی‌شود.

✓ اگر داده ها در  $k$  ضرب گردد، انحراف معیار در  $|k|$  و واریانس در  $k^2$  ضرب می‌گردد.

✓ در چند سری از داده ها، آن سری از داده ها از واریانس و انحراف معیار بیشتری برخوردار است که دامنه ی تغییرات بیشتری داشته باشد.

✓ اگر داده‌های تشکیل تصاعد عددی بدهند:  $\sigma = d \sqrt{\frac{N^2 - 1}{12}}$

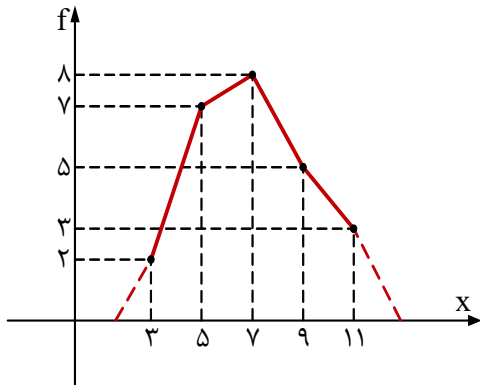
✓ محاسبه‌ی انحراف معیار از طریق میانگین:  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - (\bar{x})^2}$

جمع‌بندی:

$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ ← میانگین غیر موزون:	}	میانگین:	}	شاخص مرکزی
$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$ ← میانگین موزون:				
داده‌ی وسطی در بین داده‌های مرتب شده‌ی صعودی.	←	میان:	}	شاخص‌ها
داده‌ای که بیش‌ترین فراوانی را در میان داده‌ها داشته باشد، مد یا نما نام دارد.	←	مد ( $\hat{x}$ ):		
$R = Max - Min$ ← دامنه تغییرات	}	واریانس:	}	شاخص پراکندگی
$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ ←				
$\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$ ← انحراف معیار:				



(کنکور ۹۵ ریاضی)



کدام با توجه به نمودار چند بر فراوانی مقابل، واریانس کل داده‌ها، کدام است؟

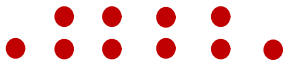
- ۴/۵ (۱)      ۴/۸ (۲)      ۴/۹۲ (۳)      ۵/۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = 7 + \frac{(2 \times -4) + (7 \times -2) + (8 \times 0) + (5 \times 2) + (3 \times 4)}{2 + 7 + 8 + 5 + 3} = 7 + 0$$

$$\sigma^2 = \frac{2(-4)^2 + 7(-2)^2 + 8(0)^2 + 5(2)^2 + 3(4)^2}{25} = \frac{128}{25} = 5/12$$

کدام انحراف معیار داده‌های نمودار نقطه‌ای زیر کدام است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی - ۳۰ فروردین ۹۸)



۱	۲	۳	۴	۵	۶
---	---	---	---	---	---

- ۱/۵ (۱)      ۱/۲۵ (۲)      ۱/۵ (۳)       $\sqrt{2/75}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$\bar{x} = 3/5 \rightarrow$  نمودار متقارن است

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-3/5)^2 + 2(2-3/5)^2 + 2(3-3/5)^2 + 2(4-3/5)^2 + 2(5-3/5)^2 + (6-3/5)^2}{10}} = \sqrt{2/25} = 1/5$$

کدام در ۱۰۰ داده آماری با میانگین ۱۸ و انحراف معیار ۲، تمام داده‌ها را در ۱/۵ ضرب می‌کنیم. واریانس داده‌های جدید کدام است؟ (کنکور ۸۷، داخل کشور)

- ۴ (۱)      ۶ (۲)      ۹ (۳)      ۶/۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\sigma_{new}^2 = (1/5)^2 \sigma_{old}^2 = 2/25 \times 4 = 8/25$$

کدام میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۲ و واریانس آن‌ها ۵ می‌باشد. میانگین مساحت این مربع‌ها کدام می‌باشد؟ (کنکور سراسری ۹۲ ریاضی خارج کشور)

(کنکور سراسری ۹۲ ریاضی خارج کشور)

- ۱۲۴ (۱)      ۱۳۴ (۲)      ۱۴۹ (۳)      ۱۶۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} \rightarrow 5 = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - 12^2} \rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = 149$$

کدام مجموعه ۴۰ داده‌ی آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد. انحراف معیار کدام است؟

(کنکور سراسری ۸۶ تجربی خارج کشور)

۲/۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{340}{40} - \left(\frac{100}{40}\right)^2} = \sqrt{8.5 - 6.25} = \sqrt{2.25} = 1.5$$

کدام میانگین و واریانس ۲۹ داده‌ی آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ می‌باشد. اگر داده‌های ناچور ۱۲ و ۱۳ و ۲۱ و ۲۲، از بین آنان حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده، کدام است؟

(کنکور سراسری ۹۶ انسانی داخل کشور)

۲/۶۶ (۴)

۲/۶۴ (۳)

۲/۵۴ (۲)

۲/۵۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{x}_{new} = 17 \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{29} (x_i - \bar{x})^2}{29} = 5 \rightarrow \sum_{i=1}^{29} (x_i - \bar{x})^2 = 145$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 145 - (25 + 16 + 16 + 25) = 63 \quad \sigma_{new}^2 = \frac{63}{25} = 2.52$$

کدام میانگین و انحراف معیار ۲۲ داده‌ی آماری به ترتیب ۱۶ و ۲ می‌باشد. اگر داده‌های ۱۷ و ۲۰ و ۱۱، به آنان افزوده شوند، واریانس ۲۵ داده‌ی حاصل، کدام است؟

(کنکور سراسری ۹۶ انسانی خارج کشور)

۵/۲ (۴)

۵/۱ (۳)

۴/۹ (۲)

۴/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{22} (x_i - \bar{x})^2}{22} = 4 \rightarrow \sum_{i=1}^{22} (x_i - \bar{x})^2 = 88$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 88 + (25 + 16 + 1) = 130 \quad \sigma_{new}^2 = \frac{130}{25} = 5.2$$

کدام یک جامعه با اندازه ۱۲ و واریانس ۱۲/۶ با جامعه دیگر به اندازه ۲۴ و واریانس ۷/۲، تشکیل جامعه جدیدی داده اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشند، انحراف معیار جامعه جدید کدام است؟ (کنکور سراسری ۹۶ ریاضی داخل کشور)

۳/۲ (۴)

۳/۱ (۳)

۳ (۲)

۲/۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = n\sigma^2 \quad \sigma = \sqrt{\frac{12 \times 12/6 + 24 \times 7/2}{36}} = 3$$

بررسی عملکرد و دقت

تیپ ۶



برای مقایسه‌ی دقت دو گروه از داده‌ها:

(۱) دامنه تغییرات هر گروه را به دست آورید.

☆ هرچه دامنه تغییرات بیشتر باشد، دقت کمتر است.

(۲) اگر دامنه تغییرات دو گروه برابر بود، میانگین دو گروه را به دست آورید:

الف) اگر میانگین دو گروه برابر باشد، واریانس داده‌ها را بررسی کنید.

☆ هرچه واریانس بیشتر باشد، پراکندگی بیشتر است پس دقت کمتر است.

ب) اگر میانگین دو گروه برابر نباشد، ضریب تغییرات را بررسی کنید. (خارج از بحث رشته انسانی)

☆ هرچه ضریب تغییرات بیشتر باشد، پراکندگی بیشتر است پس دقت کمتر است.

(کنکور سراسری ۹۳ ریاضی داخل کشور)

کدام نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است:

A : ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹

B : ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸

دقت عمل کدام بیشتر است؟

(۴) غیر پیش بینی

(۳) یکسان

(۲) B

(۱) A

پاسخ: گزینه ۲

$$R_A = 19 - 14 = 5$$

$$R_B = 18 - 14 = 4$$



کدام امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی چنین است: A: ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹ و B: ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸ (کنکور ۹۰، داخل کشور)

(۱) یکسان (۲) غیر قابل بررسی (۳) A (۴) B

پاسخ: گزینه ۴

$$R_A = R_B = 7$$

$$\bar{x}_A = 25 \rightarrow \sigma_A = \sqrt{\frac{9+4+1+4+16}{5}} = \sqrt{\frac{34}{5}}$$

$$\bar{x}_B = 25 \rightarrow \sigma_B = \sqrt{\frac{16+1+0+4+9}{5}} = \sqrt{\frac{30}{5}}$$

### پراکندگی در منحنی نرمال (خم بهنجار)

تیپ ۷



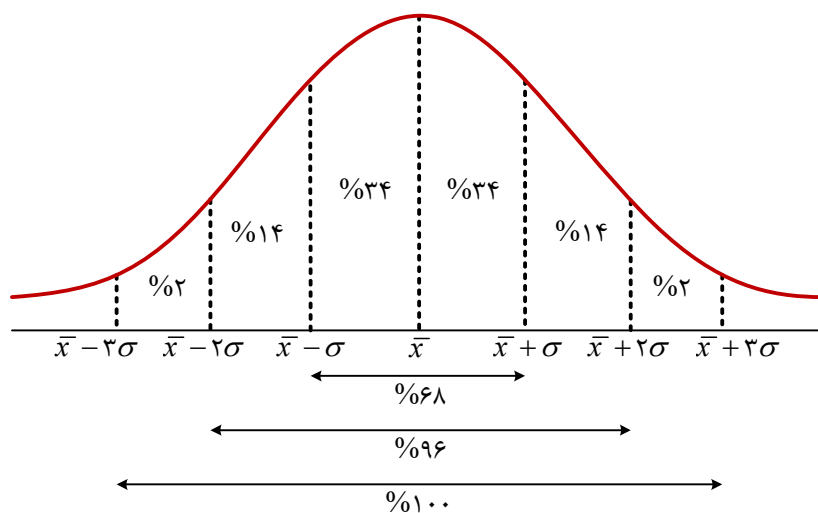
اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد، بافت نگاشت (هیستوگرام) آنها را می‌توان به صورت یک خم تصور کرد اگر این خم بصورت یک زنگ باشد، به آن خم بهنجار گفته می‌شود.

در نمودار نرمال که به فرم زیر است همیشه میانگین و مد با هم برابر هستند.

★ تقریباً ۶۸٪ داده‌ها در بازه  $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$  قرار دارند که به این بازه فاصله ۱ برابر انحراف معیار از میانگین هم گفته می‌شود.

★ تقریباً ۹۶٪ داده‌ها در بازه  $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$  قرار دارند که به این بازه فاصله ۲ برابر انحراف معیار از میانگین هم گفته می‌شود.

★ تقریباً ۱۰۰٪ داده‌ها در بازه  $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$  قرار دارند که به این بازه فاصله ۳ برابر انحراف معیار از میانگین هم گفته می‌شود.



کمی میانگین و واریانس طول لوله‌های تولیدی شرکتی به ترتیب ۱۹ و ۴ است. اگر طول لوله‌های تولیدی این شرکت از خم به‌هنگار پیروی کند، چند درصد لوله‌های تولیدی در فاصله ۲۱-۱۵ قرار دارند؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱ آذر ۹۸)

- ۳۴ (۱)                      ۶۸ (۲)                      ۷۴ (۳)                      ۸۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{ccccccc} \bar{x} - 3\sigma & \bar{x} - 2\sigma & \bar{x} - \sigma & \bar{x} & \bar{x} + \sigma & \bar{x} + 2\sigma & \bar{x} + 3\sigma \\ 13 & 15 & 17 & 19 & 21 & 23 & 25 \end{array}$$

$$14\% + 34\% + 34\% = 82\%$$

کمی میانگین وزن یک نوع کنسرو ماهی ۳۰۰ گرم است. اگر تقریباً ۹۶ درصد کنسروهای تولید شده این کارخانه وزنی بین ۲۷۰ گرم تا ۳۳۰ گرم داشته باشند، در این صورت انحراف معیار وزن این نوع کنسرو تقریباً چند است؟

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲ آذر ۹۷)

- ۱۰ (۱)                      ۸/۵ (۲)                      ۳۰ (۳)                      ۱۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \rightarrow 96\% \qquad 300 - 2\sigma = 270 \rightarrow \sigma = 15$$

کمی اگر میانگین یک سری از داده‌های آماری که از منحنی نرمال پیروی می‌کنند، برابر با ۱۰ و ۹۶ درصد داده‌ها در بازه‌ی [۲, ۱۸] قرار داشته باشند، واریانس داده‌ها کدام است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲ آذر ۹۷)

- ۳ (۱)                      ۴ (۲)                      ۹ (۳)                      ۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) \rightarrow 96\% \qquad 10 - 2\sigma = 2 \rightarrow \sigma = 4 \rightarrow \sigma^2 = 16$$



شاخص‌های آماری: کمیت‌هایی هستند که برای اندازه‌گیری یا مقایسه پارامتری از جامعه آماری به کار می‌روند.

نمایی کلی از شاخص‌های ذکر شده در کتاب درسی

شاخص خط فقر:	نصف میانگین یا <u>نصف میانه</u> درآمد ماهانه افراد جامعه
شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی:	میانگین مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف‌کنندگان برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمات در طول یک سال
	شاخص بها در سال پایه - شاخص بها در سال جدید $100 \times \frac{\text{شاخص بها در سال پایه}}{\text{شاخص بها در سال جدید}} = \text{درصد تورم}$
شاخص نرخ بیکاری:	تعداد بیکاران $\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$
	تعداد شاغلین + تعداد بیکاران = جمعیت فعال
شاخص توده بدنی (BMI):	وزن (کیلوگرم) $\text{BMI} = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{مربع قد (متر)}}$
شاخص پایه آموزشی:	$[(\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) \times 0.4] = \text{شاخص پایه آموزشی}$

۱- شاخص خط فقر

این شاخص کمینه درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است.

برای مقایسه‌ی همه کشورها با هم از خط فقر جهانی استفاده می‌شود اما به دلیل عدم تاثیر شرایط اجتماعی، سیاسی و اقتصادی کشورها، گاهی اوقات اختلاف خط فقر جهانی و خط فقر داخلی یک کشور زیاد می‌شود.

اگر اختلاف بین کم درآمدترین و پردرآمدترین فرد جامعه خیلی زیاد باشد، بهتر است از روش نصف میانه استفاده کنیم زیرا استفاده از میانگین، خط فقر را به سمت داده‌ی دور افتاده نزدیک می‌کند.

کدام روش دقیق تر خط فقر را نشان می‌دهد؟  
 کج (مثال) در جامعه‌ای که درآمد افراد آن ۱, ۲, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰۰ میلیون تومان است. خط فقر را به دو روش حساب کنید.

پاسخ: 
$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{1+2+2+4+5+8+100}{7} = \frac{122}{7} = 17/4 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{17/4}{2} = 8/7$$

یافتن میانه 
$$\rightarrow 1, 2, 2, 4, 5, 8, 100 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{Q_2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

↓  
میانه  $Q_2$

واضح است که خط فقر ۲ میلیونی برای این جامعه مناسب تر است. چون اختلاف بین کم ترین درآمد (۱ میلیون) و بیشترین درآمد (۱۰۰ میلیون) بسیار زیاد است.

کج درآمد ماهیانه کارمندان یک شرکت به صورت جدول زیر است. با وجه به تعریف خط فقر به کمک میانه، خط فقر برای کارمندان این شرکت چند هزار تومان است؟ (آزمون گزینه دو دوازدهم انسانی-۲۷ اسفند ۹۷)

دریاف	۱	۲	۳	۴
درآمد ماهیانه (هزار تومان)	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰۰	۲۱۰۰
تعداد اعضای خانواده	۴	۳	۵	۳

۲۰۰۰ (۴)    ۵۰۰ (۳)    ۲۵۰ (۲)    ۲۰۰ (۱)  
 پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{2000}{4} = 500 \quad \frac{3000}{3} = 1000 \quad \frac{1000}{5} = 200 \quad \frac{2100}{3} = 700$$

$$200, 200, 200, 200, 200, 500, 500, \boxed{500}, 500, 700, 700, 700, 700, 1000, 1000, 1000 \rightarrow \frac{500}{2} = 250$$

کج در یک جامعه آماری، خط فقر به روش نصف میانگین برابر ۳ میلیون تومان در ماه می‌باشد. اگر درآمد افراد در این جامعه آماری برابر با  $k, 1, 5, 4, 2, 6$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟ (درآمدها بر حسب میلیون تومان هستند).

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

۱۲ (۴)    ۱۸ (۳)    ۲۰ (۲)    ۲۳ (۱)  
 پاسخ: گزینه ۱

$$\text{خط فقر} = \frac{\bar{x}}{2} \rightarrow 3 \times 2 = \frac{6+2+1+5+4+1+k}{7} \rightarrow 42 = k + 19 \rightarrow k = 23$$

کج با توجه به جدول زیر می‌خواهیم به افراد زیر خط فقر (برحسب نصف میانگین) یارانه پرداخت کنیم. به چند نفر یارانه تعلق می‌گیرد؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی - ۳۰ فروردین ۹۸)

تعداد اعضای خانوار	درآمد ماهیانه خانوار (تومان)
۴	۱,۰۰۰,۰۰۰
۳	۷,۵۰۰,۰۰۰
۴	۴,۰۰۰,۰۰۰
۲	۲,۵۰۰,۰۰۰
۲	۲,۲۵۰,۰۰۰

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{10000 + 75000 + 40000 + 25000 + 22500}{4 + 3 + 4 + 2 + 2} = \frac{26250}{15} = 1750$$

$$\text{خط فقر} = \frac{1750}{2} = 875$$

$$\text{مینیمم درآمد ماهیانه هر فرد} = \frac{4000}{4} = 1000 > 875$$

## ۲- شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی

این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.

اگر این شاخص زیاد شود می‌گوییم تورم اتفاق افتاده است.

تغییر متوسط قیمت کالا و خدمات در طول زمان تورم گفته می‌شود که به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\text{تورم} = \frac{(\text{شافص بها در سال جدید}) - (\text{شافص بها در سال پایه})}{(\text{شافص بها در سال پایه})} \times 100$$

(شاخص بهای تمام کالاها در سال پایه برابر ۱۰۰ است.)

شاخص بهای دو کالا از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$x$ : قیمت کالای الف در سال پایه

$y$ : قیمت کالای الف در یک سال خاص

$m$ : مقدار مصرف کالای الف در سال پایه

$z$ : قیمت کالای ب در سال پایه

$t$ : قیمت کالای ب در سال خاص

$n$ : مقدار مصرف کالای ب در سال پایه

$$\text{شاخص بهای دو کالا} = \frac{(y \times m) + (t \times n)}{(x \times m) + (z \times n)} \times 100$$

افزایش شاخص بهای کالاها و خدمات در یک سال مشخص سبب ایجاد تورم و کاهش قدرت خرید مردم می‌شود.

کجھ مثال) اگر تورم قیمت مسکن بین سال‌های ۹۲ تا ۹۶ برابر ۴۰ درصد باشد و شاخص بهای مسکن در سال ۹۲ برابر ۲۰ باشد، شاخص بهای مسکن در سال ۹۶ کدام است؟

پاسخ:

$$\text{تورم مسکن} = \frac{(\text{شافص مسکن در سال ۹۶}) - (\text{شافص مسکن در سال ۹۲})}{(\text{شافص مسکن در سال ۹۲})} \times 100$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{x - 20}{20} \times 100 \Rightarrow 40 = (x - 20) \times 5 \xrightarrow{\text{دو طرف را بر ۵ ساده می‌کنیم}} x - 20 = 8 \Rightarrow x = 28$$

کجھ مثال) سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده‌است. قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۵۰۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال به ازای هر کیلوگرم است. اگر قیمت این دو کالا در سال ۹۸ به ۸۰۰۰ و ۱۲۰۰۰۰ ریال برسد؛ با فرض آن که میزان مصرف این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰ و ۵۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این دو کالا روی هم چقدر است؟

پاسخ:

$$\text{شافص بهای دو کالا با هم} = \frac{(100 \times 8000) + (50 \times 120000)}{(100 \times 5000) + (50 \times 70000)} \times 100 = \frac{8 + 60}{5 + 35} \times 100 = 170$$

کجھ هزینه خوراکی در سال پایه (۱۳۹۰) برابر ۴۰۰ هزار تومان و شاخص هزینه خوراکی در سال پایه ۱۰۰ و در سال ۱۳۹۶ برابر ۱۵۰ می‌باشد. هزینه خوراکی در سال ۱۳۹۶ نسبت به سال ۱۳۹۰ چند تومان افزایش یافته است؟

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

- ۶۰۰۰۰ (۱)      ۴۵۰۰۰ (۲)      ۲۲۰۰۰ (۳)      ۲۰۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} 400 \mid x \\ 100 \mid 150 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{400 \times 150}{100} = 600 \text{ هزار} \rightarrow 600 - 400 = 200 \text{ هزار}$$

کھ سبد هزینه خانواده‌ای در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده است. اگر قیمت این کالاها در سال پایه و سال ۱۳۹۷ به صورت جدول زیر باشد، با فرض آنکه مقادیر مصرفی این کالاها در سال پایه به ترتیب ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشند، شاخص بهای نان و گوشت در سال ۱۳۹۷ کدام است؟ (آزمون گزینه‌دو دوازدهم انسانی-۲۴ اسفند ۹۷)

	نان	گوشت
سال پایه	۱۰۰۰	۴۰۰۰۰
سال ۱۳۹۷	۱۵۸۰	۵۹۸۰۰

۱۷۰ (۴)      ۱۶۰ (۳)      ۱۵۰ (۲)      ۱۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{(200 \times 1580) + (80 \times 59800)}{(200 \times 1000) + (80 \times 40000)} \times 100 = \frac{(2 \times 158) + (8 \times 598)}{(2 \times 1) + (8 \times 40)} \times 100 = \frac{(2 \times 158) + (8 \times 598)}{2 + 32} = 150$$

کھ سبد هزینه خانواده‌ای در سال پایه از دو کالای نان و مرغ تشکیل شده است. قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۳۰۰۰ تومان بوده و در سال ۹۷ به ترتیب به ۲۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ تومان رسیده است. اگر مقدار مصرفی نان در سال پایه ۸۰ کیلوگرم و شاخص بهای نان و مرغ در سال ۹۷، ۳۲۰ باشد، مقدار مصرفی مرغ در سال پایه بر حسب کیلوگرم کدام است؟ (آزمون گزینه‌دو دوازدهم انسانی-۲۳ فروردین ۹۸)

۶۰ (۴)      ۵۰ (۳)      ۴۰ (۲)      ۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$320 = \frac{(2000 \times 80) + (12000 \times m)}{(1000 \times 80) + (3000 \times m)} \times 100 \rightarrow 320 = \frac{(2 \times 80) + (12 \times m)}{(1 \times 80) + (3 \times m)} \times 100 \rightarrow 3/2 = \frac{160 + 12m}{80 + 3m}$$

$$256 + 9/6m = 160 + 12m \rightarrow 96 = 2/4m \rightarrow m = 40$$

کھ قیمت سه نوع کالا در سال پایه ۲۰۰۰ و ۷۵۰۰ و ۳۵۰۰ واحد پول، در سال مورد نظر به ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ واحد پول است. تعداد مورد نیاز این سه کالا در سال به ترتیب ۶۰ و ۱۰۰ و ۸۰ می‌باشد. مقدار تورم آن تقریباً چند درصد است؟ (کنکور سراسری انسانی ۹۸ خارج کشور)

۴۰/۱ (۴)      ۳۹/۲ (۳)      ۳۷/۴ (۲)      ۳۵/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{شاخص} = \frac{3000 \times 60 + 10000 \times 100 + 5000 \times 80}{2000 \times 60 + 7500 \times 100 + 3500 \times 80} \times 100 = 137/4$$

$$\text{تورم} = 137/4 - 100 = 37/4$$

#### ۴- شاخص نرخ بیکاری:

این شاخص میزان افراد بیکار جامعه نسبت به جمعیت فعال را نشان می‌دهد.

نرخ بیکاری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

منظور از جمعیت فعال تمام افراد در محدوده سنی ۱۶ تا ۶۵ سال می‌باشد (چه شاغل باشند چه بیکار)

بیکار به فرد بالای ۱۶ سال گفته می‌شود که به طور موقت بیکار شده یا در جست‌وجوی شغل باشد و یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخصی باشد.

تعریف نرخ بیکاری در همه کشورها یکسان می‌باشد لذا معیار و شاخص مناسبی است تا کشورهای مختلف را با هم مقایسه کنیم.

کج (مثال) در یک منطقه ۱۹۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. تعداد بیکاران چقدر باشد تا نرخ بیکاری منطقه برابر با ۵ درصد شود؟

پاسخ:  $x + 1900 = \text{تعداد شاغلین} + \text{تعداد بیکاران} = \text{جمعیت فعال}$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{x}{x+1900} \times \frac{100}{100} \Rightarrow x+1900 = 20x \Rightarrow 19x = 1900 \Rightarrow x = 100$$

کج کشوری ۵۰ میلیون نفر جمعیت دارد که ۸۰٪ آن‌ها جمعیت فعال می‌باشند. اگر در این کشور ۳۰ میلیون نفر مشغول به کار باشند، حداقل چند میلیون شغل جدید باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر یا مساوی ۵ درصد شود؟

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{جمعیت بیکار} = 40 - 30 = 10 \quad \text{جمعیت فعال} = 50 \times \frac{80}{100} = 40 \text{ (میلیون نفر)}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{10-x}{40} \times 100 = 5 \rightarrow 10-x = 2 \rightarrow x = 8$$



کدام در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر، از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر، ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند. حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۶ درصد باشد؟ (کنکور سراسری ۹۸ انسانی داخل کشور)

- پاسخ: گزینه ۲
- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

$$143 - 98 / 58 = 44 / 42 \rightarrow \text{تعداد شغل مورد نیاز} \quad 0.06 \times (1500 + 143) = 98 / 58 = \text{تعداد بیکاران}$$

#### ۵- شاخص توده بدنی (نماتوپ یا سلامت یا BMI)

این شاخص میزان اضافه وزن یا کمبود وزن یک فرد را نشان می‌دهد.

شاخص توده بدنی از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$BMI = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{مربع قد (متر)}}$$

کدام فردی با قد ۱۸۰ سانتی‌متر، اگر بخواهد نماتویی برابر ۲۴ ( $BMI = 24$ ) داشته باشد، باید وزن او چند کیلوگرم باشد؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

- پاسخ: گزینه ۱
- (۱) ۷۷ / ۷۶ (۲) ۷۸ / ۶۴ (۳) ۷۸ / ۲۴ (۴) ۸۰ / ۲۴

$$BMI = \frac{M}{(1/8)^2} \rightarrow M = 24 \times 3 / 24 = 77 / 76 \text{ kg}$$

#### ۶- شاخص پایه آموزشی

این شاخص تعیین‌کننده پایه آموزشی یک کتاب به زبان لاتین می‌باشد.

شاخص پایه آموزشی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[0.4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = \text{شاخص پایه آموزشی}$$

(مقدار آن عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده پایه تحصیلی است.)

کجھ مثال) در یک کتاب لاتین، شاخص پایه آموزش برابر ۱۱ است و میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۸ است. چند درصد کلمات کتاب دشوار است؟

- ۱۰ (۱)      ۱۵ (۲)      ۲۰ (۳)      ۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$[x/4 + 8] \times 100 = 11 \Rightarrow x/4 + 8 = 11/100$$

$$\Rightarrow 11 = [(x+8) \times 0.4] \Rightarrow 11 = [0.4x + 3.2]$$

از آنجا که حل معادله بالا دشوار است لذا به سراغ جایگزینی گزینه‌ها می‌رویم. با عددگذاری تنها  $x = 20$  در معادله صدق می‌کند.

$$\Rightarrow 11 = [0.4 \times 20 + 3.2] \Rightarrow 11 = [11/2] \Rightarrow 11 = 11$$

کجھ در یک کتاب لاتین، هر جمله به طور متوسط دارای ۸ کلمه است و ۲۱ درصد کلمات دشوار هستند. شاخص پایه مربوط به این کتاب کدام است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۶ آذر ۹۷)

- ۷ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$[(21+8) \times 0.4] = [29 \times 0.4] = [11.6] = 11$$

کجھ در یک کتاب لاتین، هر جمله به طور متوسط ۱۴ کلمه دارد و درصد لغات دشوار ثلث عدد شاخص پایه آموزشی است. درصد لغات دشوار کدام می‌تواند باشد؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۷ اسفند ۹۷)

- ۱ (۴)      ۲ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$3x = [(x+14) \times 0.4] \xrightarrow[\text{گزینه‌ها}]{\text{جایگزینی}} 3 \times 2 = [(2+14) \times 0.4] \rightarrow 6 = 6$$



سری زمانی: مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.

نمودار سری زمانی: پراکنش نگاهت سری زمانی که نقاط مشاهده‌شده را با پاره‌خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

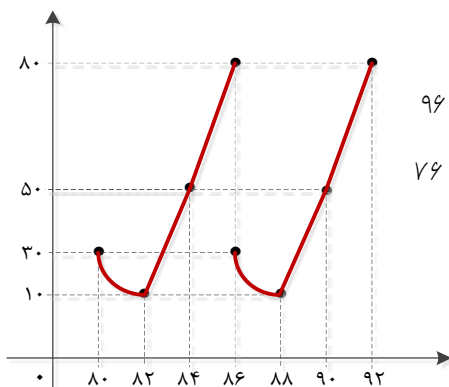
اگر مقادیر یک متغیر را در فواصل زمانی ثابت، اندازه‌گیری کرده و در نمودار پراکنش نگاهت مربوطه، نقاط حاصل را با خطوط شکسته به هم وصل کنیم نمودار سری زمانی ایجاد خواهد شد.

اگر از منحنی به جای خطوط شکسته استفاده شوند، سری زمانی پیوسته خواهد شد.

گاهی اوقات ممکن است سری زمانی متناوب گردد یعنی در طول زمان به فواصل برابر تکرار شود. در این صورت می‌توان اتفاقات و پدیده‌های آینده را پیش‌بینی کرد و یا وضعیت گذشته آن را مشخص کرد.

مثال) در نمودار سری زمانی زیر، تعداد مشتریان در سال ۷۶ چند برابر تعداد مشتریان در سال ۹۶ است؟

پاسخ: طبق نمودار دوره تناوب برابر ۶ می‌باشد. لذا داریم:



$$\left. \begin{array}{l} 50 = \text{تعداد مشتریان در سال } 90 = \text{تعداد مشتریان در سال } 96 \\ 10 = \text{تعداد مشتریان در سال } 82 = \text{تعداد مشتریان در سال } 88 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت فواصله شده} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

کدام گزینه نادرست است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی - ۳۰ فروردین ۹۸)

- ۱) در نمودار سری زمانی شامل ۹ پاره‌خط، داده‌ها در ۱۰ زمان با فاصله‌های یکسان ثبت شده‌اند.
- ۲) در نمودار سری زمانی که از یک الگوی تقریبی پیروی می‌کند، می‌توان داده‌ها را در زمان مشابه که در آینده اتفاق می‌افتد به طور تقریبی به دست آورد.
- ۳) تعداد مشتریان یک تاجر بر حسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند، داده‌های سری زمانی است.
- ۴) تعداد مسافران فرودگاه تهران در هر ماه در سال گذشته، داده‌های سری زمانی است.

پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ داده‌ها لزوماً در فواصل یکسان به دست نمی‌آیند.

کدام گزینه معرف یک سری زمانی نیست؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱۷ اسفند ۹۷)

(۱) میزان فروش فصلی یک شرکت

(۲) تغییرات سالیانه نرخ ارز

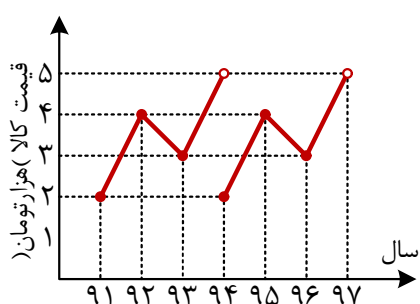
(۳) تعداد پروازهای ماهانه فرودگاه زاهدان در طی یک سال گذشته

(۴) میزان مصرف سوخت اتومبیل براساس مسافت طی شده

پاسخ: گزینه ۴ باید تغییرات براساس زمان باشد.

کدام با توجه به نمودار الگوی زیر، اختلاف قیمت نوعی کالا در سال ۹۰ و ۹۹ کدام است؟

(آزمون گاج دوازدهم انسانی-۷ فروردین ۹۸)



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درون‌یابی

تیپ ۱۰



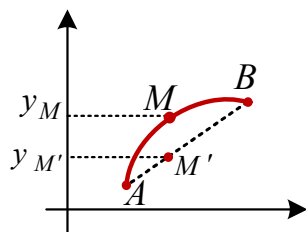
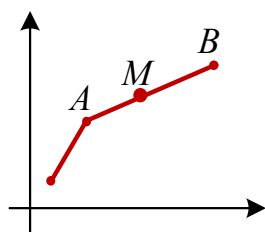
درون‌یابی: تخمین مقدار داده‌ی مورد نظر ما در بین داده‌های مشخص.

اگر درون‌یابی به وسیله‌ی یک پاره خط انجام شود، درون‌یابی خطی نامیده می‌شود.

برای محاسبه مقدار متغیر از طریق درون‌یابی کافی است:

مختصات دو عدد نزدیک به داده‌ی مجهول از دو سمت را پیدا کنید.

مقادیر را در معادله شیب خط قرار داده و مساوی هم قرار دهید.



$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_M}{x_B - x_M}$$

اگر نمودار سری زمانی به صورت خط مستقیم باشد، درون‌یابی دقیق است و خطایی ندارد ولی اگر نمودار به شکل

منحنی باشد خطا داریم.  $e = |MM'| = |y_M - y_{M'}|$

کجھ در نمودار سری زمانی، خطا برای هر نقطه، برابر کدام است؟ (کنکور سراسری ۹۸ انسانی داخل کشور)

(۱) قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی از درون یابی آن.

(۲) نصف درون یابی خطی است.

(۳) قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی از برون یابی آن.

(۴) نصف برون یابی خطی است.

پاسخ: گزینه ۱

کجھ در یک مرکز خرید، تعداد مشتریها بین ساعت ۹ تا ۱۳ در جدول زیر آمده است. درون یابی خطی آن در ساعت ۱۰/۵، کدام است؟ (کنکور سراسری انسانی ۹۸ خارج کشور)

۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۰۰	۱۵۰	۱۹۰	۲۵۰	۱۲۰

۱۷۰ (۱)      ۱۷۲ (۲)      ۱۷۵ (۳)      ۱۷۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{190-150}{11-10} = \frac{190-y}{11-10/5} \rightarrow 20 = 190-y \rightarrow y = 170$$

کجھ تعداد گل های زده شده در لیگ برتر فوتبال در هفته های زوج و پائینی در جدول زیر آمده است. تعداد گل ها در هفته ۱۲۵ام به کمک درون یابی خطی کدام است؟ (آزمون گزینه دو دوازدهم انسانی-۲۳ فروردین ۹۸)

۲۸	۲۶	۲۴	۲۲	هفته
۲۹	۳۱	۲۷	۳۰	تعداد گل ها

۲۷/۵ (۱)      ۲۸ (۲)      ۲۹ (۳)      ۲۹/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{31-27}{26-24} = \frac{31-y}{26-25} \rightarrow 2 = 31-y \rightarrow y = 29$$

کجھ میانگین افزایش درآمد یک تعمیرگاه، نسبت به سال اول، برحسب درصد در جدول زیر آمده است. به کمک درون یابی در چه سالی درآمد تعمیرگاه برابر ۳۱/۵ است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۶ آذر ۹۷)

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	سال
۷۰	؟	۶۷	؟	۳۷/۵	؟	؟	۱۹/۵	درآمد

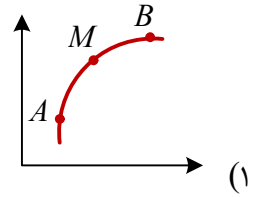
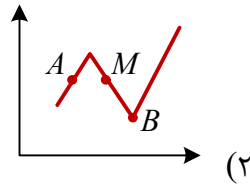
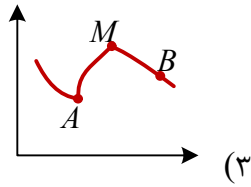
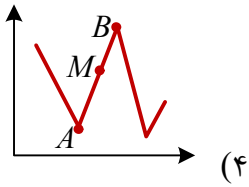
۲ (۱)      ۳ (۲)      ۵ (۳)      ۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{37/5-19/5}{4-1} = \frac{31/5-19/5}{x-1} \rightarrow 6 = \frac{12}{x-1} \rightarrow x = 3$$

کدام نمودار زیر، درونیابی در نقطه  $M$  به کمک نقاط  $A$  و  $B$  هیچ خطایی نداشت؟

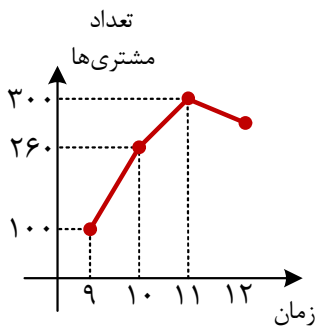
(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۹ بهمن ۹۷)



پاسخ: گزینه ۴

در یک مرکز خرید، تعداد مشتریان از ساعت ۹ تا ۱۲ را به صورت ساعتی ثبت کرده و آن را در شکل زیر با نقطه توپر

نمایش داده‌ایم. خطای درونیابی تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۰ چقدر است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)



۲۰ (۴)

۴۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{300-100}{11-9} = \frac{300-y}{11-10} \rightarrow 100 = 300-y \rightarrow y = 200$$

$$e = |260-200| = 60$$

برونیابی

تیپ ۱۱



**برونیابی:** تخمین مقدار داده‌ی موردنظر که قبل یا بعد از داده‌های ثبت شده قرار دارد.

برای محاسبه‌ی داده‌ها از طریق برونیابی کافی است:

★ از طریق میانگین‌گیری مقادیر  $x$  و  $y$  داده‌های موجود، نقطه‌ی  $A$  را به دست آورید.

★ نزدیک‌ترین نقطه به داده‌ی مورد محاسبه را به عنوان نقطه‌ی  $B$  در نظر بگیرید.

★ مقادیر را در معادله شیب خط قرار داده و مساوی هم قرار دهید.

جدول زیر میزان درآمد یک شرکت خدماتی را طی ۵ ماه نشان می‌دهد. به کمک برون‌یابی خطی، در ماه ششم، میزان درآمد چند میلیون تومان است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۹ اسفند ۹۸)

$x$	۱	۲	۳	۴	۵	۱۸ (۴)	۱۷ (۳)	۱۶ (۲)	۱۵ (۱)
میزان درآمد	۵	۷	۶	۸	۱۴				

پاسخ: گزینه ۳

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \quad \bar{y} = \frac{5+7+6+8+14}{5} = 8 \quad A(3, 8) \quad B(5, 14)$$

$$\frac{14-8}{5-3} = \frac{y-14}{6-5} \rightarrow y = 17$$

در یک مسئله برون‌یابی، به کمک جدول زیر می‌خواهیم مقدار  $y$  را در زمان  $t = 6$  تخمین بزنیم. این مقدار به کمک برون‌یابی خطی کدام است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۵ بهمن ۹۷)

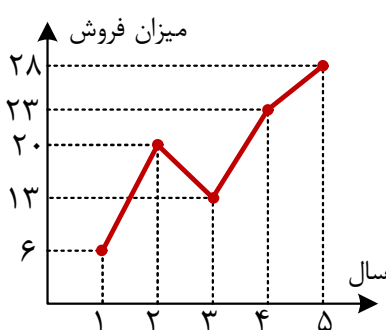
زمان $t$	۱	۲	۳	۴	۵	۱۷ (۴)	۱۸ (۳)	۲۰ (۲)	۲۱ (۱)
مقدار داده $y$	۱۴	۱۳	۱۷	۱۲	۱۹				

پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{t} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \quad \bar{y} = \frac{14+13+17+12+19}{5} = 15 \quad A(3, 15) \quad B(5, 19)$$

$$\frac{19-15}{5-3} = \frac{y-19}{6-5} \rightarrow y = 21$$

نمودار سری زمانی میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد ریال است. تخمین میزان فروش به کمک برون‌یابی خطی در سال ششم چند میلیارد ریال است؟ (آزمون گزینه‌دو دوازدهم انسانی-۱۲ اردیبهشت ۹۸)



۳۴ (۴)    ۳۳ (۳)    ۳۲ (۲)    ۳۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

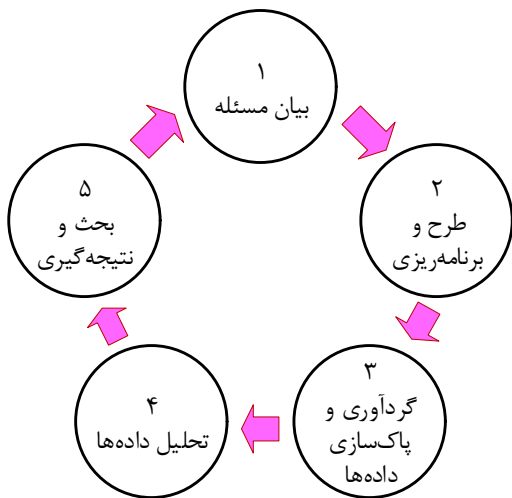
$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \quad \bar{y} = \frac{6+20+13+23+28}{5} = 18$$

$$A(3, 18) \quad B(5, 28)$$

$$\frac{28-18}{5-3} = \frac{y-28}{6-5} \rightarrow y = 33$$



حل کردن مسئله‌های مرتبط با آمار شامل گام‌های زیر است:



۱- بیان مسئله

۲- طرح و برنامه‌ریزی

۳- گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها

۴- تحلیل داده‌ها

۵- بحث و نتیجه‌گیری

۱- بیان مسئله: بیان یک مسئله‌ی دنیای واقعی به صورت یک مسئله‌ی شفاف و دقیق آماری

🔗 طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است.

🔗 فهم مسئله و تعریف دقیق آن در این گام اهمیت فراوانی دارد.

🔗 با توجه به اهداف، بودجه، زمان و سایر شرایط، جامعه آماری را محدود کرده و هدف مطالعه مشخص می‌شود.

۲- طرح و برنامه‌ریزی: یافتن راهی رای رسیدن به پاسخ مسئله و تعیین روش نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج.

🔗 روش اندازه‌گیری، روش نمونه‌گیری و روش کار، در این گام اهمیت فراوانی دارد.

🔗 اولین قدم برای یافتن داده‌ها اندازه‌گیری (سنجش) است.

🔗 واحدهای اندازه‌گیری مناسب برای متغیرهای مورد بررسی در این گام مشخص می‌شود.

🔗 در اندازه‌گیری‌ها باید سعی کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را تا حد امکان به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم.

🔗 در این گام برای تهیه پرسشنامه‌ها می‌توان از افراد متخصص کمک گرفت.

🔗 نمونه‌ی انتخابی در این گام، باید یک نمونه‌ی تصادفی باشد به گونه‌ای که همه‌ی اعضای جامعه شانس حضور یکسان در نمونه را داشته باشند.

🔗 تعداد نمونه‌های  $n$  تایی قابل انتخاب در یک جامعه با اندازه  $N$  
$$\binom{N}{n}$$



### ۳- گردآوری و پاک سازی داده‌ها: گردآوری داده‌ها و اطمینان از درستی آن‌ها

- گردآوری، سازمان‌دهی و پاک‌سازی داده‌ها در این گام اهمیت فراوانی دارد.
- ممکن است در ثبت داده‌ها اشتباهی رخ دهد که با بررسی و اندازه‌گیری مجدد اشتباه را برطرف می‌کنیم.
- در صورت برطرف نشدن اشتباه، بهتر است داده‌های دورافتاده (پرت) حذف شوند. البته وجود داده‌های پرت به این معنا نیست که حتماً اشتباهی رخ داده است. (داده دور افتاده: داده‌ای که از بقیه‌ی داده‌ها خیلی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر باشد).

### ۴- تحلیل داده‌ها: گزارش نتایج به دست آمده متناسب با هدف، نوع متغیرها و ویژگی داده‌ها با استفاده از معیارها، نمودارها و ...

- مرتب کردن داده‌ها، استفاده از شاخص‌های مرکزی و پراکندگی، استفاده از نمودارها و جدول‌ها در این گام اهمیت فراوانی دارد.

- برای تحلیل داده‌های کمی باید هم از شاخص‌های مرکزی و هم شاخص‌های پراکندگی استفاده کنیم.  
(شاخص‌های مرکزی: میانگین، میانه، مد) (شاخص‌های پراکندگی: دامنه تغییرات، دامنه میان چارکی ( $IQR$ ), واریانس، انحراف معیار)
- اگر داده دور افتاده نداشته باشیم بهتر است از  $\bar{x}$ ،  $\sigma$  و نمودار مستطیل-میله (بستنی وارونه) برای تحلیل استفاده کنیم.
- اگر داده دور افتاده داشته باشیم باید از میانه و  $IQR$  و نمودار جعبه‌ای برای تحلیل استفاده کنیم.
- برای گزارش‌دهی متغیرهای کیفی (اسمی یا ترتیبی) باید علاوه بر درصد گزارش شده، تعداد افراد یا اشیاء مورد بررسی نیز در گزارش ذکر شود.

- در این گام داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج را ارائه می‌دهیم ولی کاری به تفسیر نتایج نداریم.

### ۵- بحث و نتیجه‌گیری: تفسیر نتایج به دست آمده و پیدا کردن پاسخی برای پرسش اصلی

- تفسیر نتایج، نتیجه‌گیری، نقد و بررسی و ایده‌های جدید در این گام اهمیت فراوانی دارند.
- در تفسیر نتایج، توجه به محدودیت‌های مطالعاتی که انجام داده‌ایم، بسیار مهم است.
- روش کار و محدودیت‌ها باید آن‌چنان صادقانه گزارش شود که اگر افراد دیگر تصمیم به انجام مطالعه‌ای در این زمینه گرفتند، با مشکلات مشابه مواجه نشوند.
- در بهترین حالت، می‌توانیم نتایج را فقط به جامعه آماری مورد بررسی تعمیم دهیم.
- با انتخاب نمونه‌گیری‌های مختلف از جامعه‌ی آماری، ممکن است نتایج متفاوتی به دست آید که این نتایج به طور کامل با نتایج جامعه آماری یکسان در نمی‌آید.

کدام انتخاب واحد اندازه‌گیری مناسب در کدام گام آماری صورت می‌گیرد؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

(۱) بیان مسئله (۲) طرح و برنامه‌ریزی (۳) گردآوری داده‌ها (۴) تحلیل داده‌ها

پاسخ: گزینه ۲

کدام در یک مسئله آماری اندازه‌گیری وزن نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده است. این اشکال مربوط به اجرای نادرست کدام گام در چرخه آمار است؟ (آزمون گزینه‌دو دوازدهم انسانی-۲۳ آذر ۹۷)

(۱) تحلیل داده (۲) بیان مسئله (۳) گردآوری و پاک‌سازی داده (۴) طرح و برنامه‌ریزی

پاسخ: گزینه ۴

کدام «روش نمونه‌گیری» از کارهای مربوط به کدام گام از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است؟

(آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ: گزینه ۲

کدام اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر کدام است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

(۱) طرح یک پرسش دقیق (۲) گردآوری (۳) اندازه‌گیری یا سنجش (۴) فهم مسئله

پاسخ: گزینه ۳

کدام این که مشخص کنیم کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی برای توصیف داده‌ها مناسب‌تر است، در کدام گام از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل انجام می‌پذیرد؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

(۱) بیان مسئله (۲) طرح و برنامه‌ریزی (۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها (۴) تحلیل داده‌ها

پاسخ: گزینه ۴

کدام مورد زیر مربوط به گام دوم چرخه آمار نیست؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۱۵ آذر ۹۸)

- ۱) در این گام اطلاعات کیفی را به اطلاعات کمی تبدیل می‌کنیم. مثلاً می‌توانیم جنسیت زن و مرد را با اعداد ۱ و ۲ نمایش دهیم.
- ۲) در این گام تهیه پرسشنامه‌ها در برخی موارد توسط متخصص صورت می‌گیرد تا بتوانیم متغیر مورد نظر را به درستی بررسی و اندازه‌گیری کنیم.
- ۳) در این گام، علاوه بر توافق درباره چگونگی اندازه‌گیری متغیرهای مورد نظر درباره اندازه نمونه، چگونگی نمونه‌گیری و شیوهی تحلیل داده‌ها تصمیم‌گیری می‌شود.
- ۴) در این گام، سازماندهی و پاک‌سازی داده‌ها انجام می‌گیرد.

پاسخ: گزینه ۴

سازماندهی و پاک‌سازی داده‌ها مربوط به گام سوم است.

کدام مورد زیر مربوط به گام سوم چرخه علم آمار در حل مسائل نیست؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

- ۱) در این گام واقعاً کار عملی انجام می‌دهیم و داده‌ها را گردآوری می‌کنیم.
- ۲) اگر موقع ثبت داده‌ها متوجه شویم که اشتباهی رخ داده است در این مرحله، به پاک‌سازی و اصلاح داده‌ها اقدام می‌کنیم.
- ۳) تصمیم‌گیری در مورد حذف داده‌های دورافتاده، مربوط به همین گام است.
- ۴) تعیین ایده‌های جدید، مربوط به همین گام است.

پاسخ: گزینه ۴

گام سوم گردآوری، سازماندهی و پاک‌سازی داده‌ها است. پس در این گام:

- داده‌ها را جمع‌آوری می‌کنیم.
- اگر اشتباهی رخ دهد، مجدداً بررسی آماری را برای آن داده‌های خاص انجام می‌دهیم تا اشتباه‌مان اصلاح شود.
- گاهی داده‌های پرت (دور افتاده) را حذف می‌کنیم.
- ★ ایده‌های جدید برپایه مربوط به گام پنجم پررنگ‌تر است.

کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد «گام‌های چرخه آمار در حل مسائل» درست است؟

(آزمون گاج دوازدهم انسانی-۱۶ آذر ۹۷)

- ۱) چگونگی اندازه‌ی متغیرها (گام طرح و برنامه‌ریزی)-تصحیح اشتباهات وارد شده در نرم‌افزار (گام تحلیل داده‌ها)
- ۲) استفاده از شاخصه‌های مرکزی و پراکندگی (گام تحلیل داده‌ها)- چگونگی نمونه‌گیری (گام بیان مسئله)
- ۳) سازماندهی داده‌ها (گام گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها)-توصیف داده‌های کمی (گام تحلیل داده)
- ۴) مرتب کردن داده‌ها (گام طرح و برنامه‌ریزی)- حذف داده‌های دورافتاده (گام گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها)

پاسخ: گزینه ۳

کدام گزینه صحیح نیست؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

- ۱) اگر داده‌ها را با روش مناسبی تحلیل کرده باشیم، می‌توانیم نتایج را به جوامع آماری دیگر نیز تعمیم دهیم.
- ۲) گزارش معیارها و ارائه نمودارها در گام چهارم از گام‌های چرخه‌ی آماری انجام می‌پذیرد.
- ۳) در اندازه‌گیری، اطلاعات کیفی را تا حد ممکن به اطلاعات کمی تبدیل می‌کنیم.
- ۴) تعداد اعضای جامعه را اندازه‌ی جامعه می‌نامیم.

پاسخ: گزینه ۱

اگر داده‌ها را با روش مناسبی تحلیل کرده باشیم، هرکثر می‌توانیم نتایج را به همان جامعه مفرد کنیم.

کدام مورد زیر، درباره‌ی گام چهارم چرخه‌ی آمار نادرست است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

- ۱) در این گام، داده‌هایی را که جمع‌آوری کرده‌ایم به شکل‌های مختلف نمایش می‌دهیم.
- ۲) در این گام، شاخص‌های مرکزی و پراکندگی داده‌ها را محاسبه می‌کنیم.
- ۳) در این گام، می‌توانیم از نمودارهای آماری مانند نمودار دایره‌ای، جعبه‌ای، راداری و حبابی استفاده کنیم.
- ۴) در این گام به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای مسئله‌ی اصلی پیدا می‌کنیم.

پاسخ: گزینه ۴

گام چهارم تحلیل داده‌ها است. در این گام داده‌های جمع‌آوری شده به شکل‌های مختلف نمایش داده می‌شوند و در نمایش از جدول و نمودارها استفاده می‌شود. در این گام از شاخص‌های مرکزی و پراکندگی نیز استفاده می‌شود. تفسیر و نتیجه‌گیری مربوط به گام پنجم پررنگ است.

کدام گزینه در استفاده از شاخص‌ها و نمودارها اشتباه کرده باشیم، در کدام گام دچار اشتباه شده‌ایم و در چه گام‌هایی اثر

دارد؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

- ۱) گام دوم و در گام‌های سوم و چهارم و پنجم نیز اشتباه صورت می‌پذیرد.
- ۲) گام سوم و در گام‌های چهارم و پنجم اثر دارد.
- ۳) گام چهارم که در گام اول و دوم و سوم اثر دارد.
- ۴) گام چهارم که در گام پنجم اثر دارد.

پاسخ: گزینه ۴

استفاده از شاخص‌ها و نمودارها در گام چهارم (تحلیل داده‌ها) می‌باشد که اشتباه در آن باعث اشتباه در گام پنجم (بند و نتیجه‌گیری) می‌شود.

کجھ برای بررسی وضعیت اجتماعی و اقتصادی خانواده‌های یک شهر، در چند مورد از روش‌های نمونه‌گیری زیر، تمامی قشرهای جامعه، شانس حضور ندارند؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

الف) انتخاب خانوارها به صورت تصادفی از یک منطقه شهر

ب) انتخاب خانوارها به صورت تصادفی بر اساس رقم آخر شماره پلاک منازل

پ) انتخاب خانوارها به صورت تصادفی بر اساس رقم آخر کد پستی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

انتخاب خانوارها از یک منطقه از شهر باعث می‌شود تمامی مناطق شانس حضور نداشته باشند. در انتخاب خانوار بر اساس رقم آخر شماره پلاک یا کد پستی، همه‌ی قشرها شانس حضور دارند.

کجھ کدام گزینه نادرست است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

۱) اگر از الگوی توزیع داده‌ها و وجود داده‌های دور افتاده اطلاعی نداشته باشیم، مطمئن‌ترین نمودار برای نمایش اطلاعات متغیرهای کمی، نمودار جعبه‌ای است.

۲) برای توصیف داده‌های ۵, ۳۱, ۷, ۵, ۳, ۶, ۴ میانه و دامنه میان چارکی، معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی مناسبی هستند.

۳) در بیان مسئله، مسئله‌ای را که در دنیای واقعی وجود دارد، به صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.

۴) برای توصیف داده‌های اسمی، گزارش درصد، لزومی ندارد با گزارش تعداد همراه باشد.

پاسخ: گزینه ۴

نمودار جعبه‌ای مشخص می‌کند که داده‌های کمی در کدام قسمت پراکنده‌تر و در کجا فشرده‌ترند.

به علت وجود داده پرت ۳۱، میانگین و انحراف معیار معیار مناسبی نمی‌باشند و باید از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کرد.

برای توصیف داده‌های کیفی هم گزارش درصد و هم گزارش تعداد اهمیت دارد و گزارش ناقص می‌تواند گمراه‌کننده باشد.

کجھ برای توصیف داده‌های آماری ۱۲۴, ۱۲۰, ۱۱۰, ۱۰۸, ۱۲۰۷, ۱۲۳, ۱۱۹, ۱۱۶, ۱۱۳, ۱۱۴ کدام معیار گرایش به مرکز و کدام

معیار پراکندگی مناسب است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

۱) میانگین-انحراف معیار ۲) میانه-انحراف معیار ۳) میانگین-دامنه میان چارکی ۴) میانه-دامنه میان چارکی

پاسخ: گزینه ۴

داده ۱۲۰۷ داده دور افتاده است.

کدام در یک جامعه آماری با اندازه ۱۰۰، به چند طریق می توان نمونه های ۳ تایی انتخاب کرد؟

(آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۲۹ آذر ۹۸)

۱۸۱۷۰۰ (۴)

۱۷۴۹۰۰ (۳)

۱۶۱۷۰۰ (۲)

۱۵۴۹۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

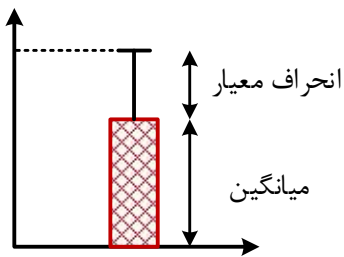
$$\binom{100}{3} = \frac{100 \times 99 \times 98}{3 \times 2} = 100 \times 33 \times 49 = 161700$$

دو نمودار پر کاربرد

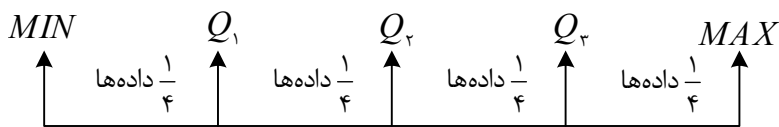
تیپ ۱۳



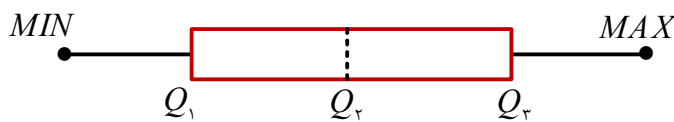
نمودار مستطیل - میله (بستنی برعکس!): وقتی داده ی دور افتاده نداریم.



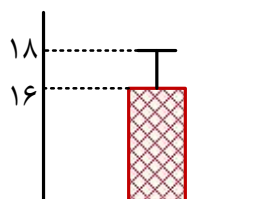
نمودار جعبه ای: وقتی داده ی دور افتاده داریم.



دامنه میان چارکی:  $IQR = Q_3 - Q_1$



کدام با توجه به نمودار زیر، واریانس داده ها چند برابر میانگین آنهاست؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی - ۱۵ آذر ۹۸)



$\frac{2}{9}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

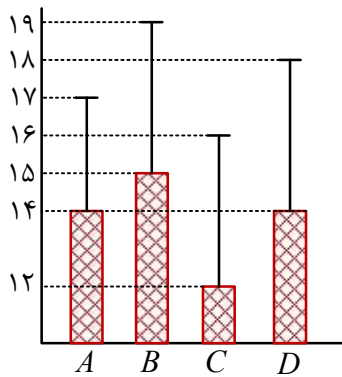
$\frac{1}{8}$  (۱)

$\sigma = 18 - 16 = 2$

$\frac{\sigma^2}{\bar{x}} = \frac{2^2}{16} = \frac{1}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

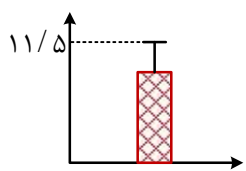
کدام بر اساس نمودار زیر که مربوط به چهار فرد است، نسبت انحراف معیار به میانگین در کدام فرد کمتر از سایرین است؟  
(آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)



پاسخ: گزینه ۱

$D$ (۴)	$C$ (۳)	$B$ (۲)	$A$ (۱)
$A \rightarrow \frac{17-14}{14} = \frac{3}{14} = 0.21$	$B \rightarrow \frac{19-15}{15} = \frac{4}{15} = 0.26$	$C \rightarrow \frac{16-12}{12} = \frac{4}{12} = 0.33$	$D \rightarrow \frac{18-14}{14} = \frac{4}{14} = 0.28$

کدام نمودار زیر مربوط به تعدادی داده آماری است. اگر مجموع داده‌ها ۵۴۰ و واریانس آن‌ها ۶/۲۵ باشد، مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها با میانگین آن‌ها کدام است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)



پاسخ: گزینه ۴

۳۷۵ (۴)	۳۶۵ (۳)	۳۵۵ (۲)	۳۴۵ (۱)
---------	---------	---------	---------

$$\sigma = \sqrt{6/25} = 2/5$$

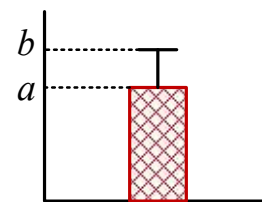
$$\bar{x} = 11/5 - 2/5 = 9$$

$$9 = \frac{540}{n} \rightarrow n = 60$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 6/25 \times 60 = 375$$

کدام با توجه به نمودار زیر، واریانس یک سری داده‌ها ۹ و میانگین آن‌ها ۱۵ می‌باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

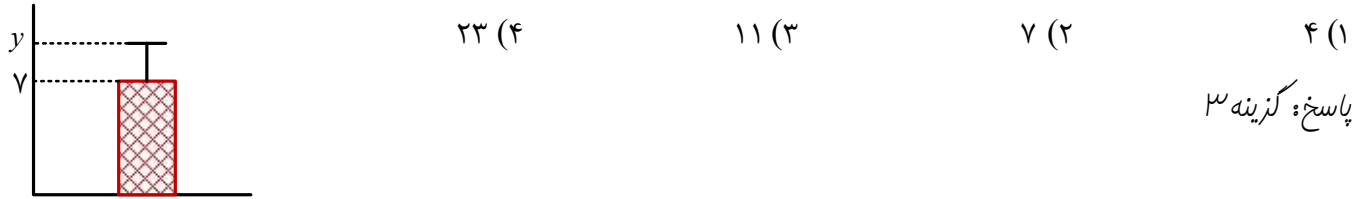


۳۰ (۴)	۳۳ (۳)	۲۴ (۲)	۱۸ (۱)
--------	--------	--------	--------

$$\left. \begin{aligned} a &= \bar{x} = 15 \\ \sigma^2 &= 9 \rightarrow \sigma = 3 \\ b &= 15 + 3 = 18 \end{aligned} \right\} \rightarrow a+b = 15+18 = 33$$

پاسخ: گزینه ۳

کدام نمودار زیر مربوط به داده‌های ۳, ۱, ۹, x, ۷, ۵, ۱۳ باشد، مقدار y کدام است؟ (آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)



$$\frac{۱۳ + ۵ + ۷ + x + ۹ + ۱ + ۳}{۷} = ۷ \rightarrow ۳۸ + x = ۴۹ \rightarrow x = ۱۱$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{۳۶ + ۴ + ۰ + ۱۶ + ۴ + ۳۶ + ۱۶}{۷}} = \sqrt{\frac{۱۱۲}{۷}} = \sqrt{۱۶} = ۴ \quad y = \bar{x} + \sigma = ۷ + ۴ = ۱۱$$

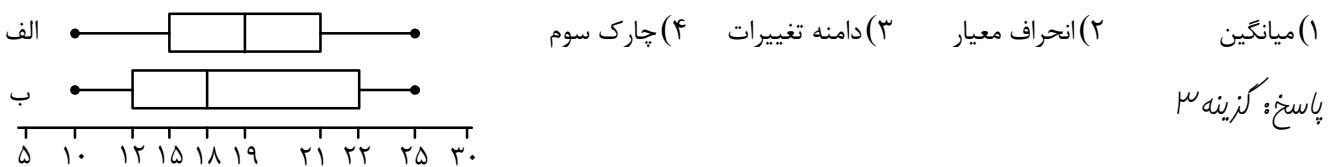
کدام نمودار وضعیت پراکندگی داده‌ها را بهتر نمایش می‌دهد؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

- (۱) دایره‌ای (۲) میله‌ای (۳) جعبه‌ای (۴) میانگین و انحراف معیار
- پاسخ: گزینه ۳

کدام نمودار از الگوی توزیع داده‌ها و وجود داده‌های دورافتاده اطلاع نداشته باشیم، کدام نمودار برای نمایش اطلاعات متغیرهای کمی مطمئن‌تر است؟ (آزمون گاج دوازدهم انسانی-۳۰ آذر ۹۷)

- (۱) نمودار دایره‌ای (۲) نمودار میله‌ای (۳) نمودار جعبه‌ای (۴) نمودار مستطیل-میله
- پاسخ: گزینه ۳

کدام نمودارهای «الف» و «ب» برابر است؟ (آزمون سنجش دوازدهم انسانی-۳ اسفند ۹۷)



کدام نمودارهای جعبه‌ای زیر، مربوط به حقوق کارکنان در دو بخش فنی و مالی یک شرکت است، کدام مورد در خصوص مقایسه حقوق‌ها درست نیست؟ (آزمون سنجش دوازدهم ریاضی-۲۹ آذر ۹۸)

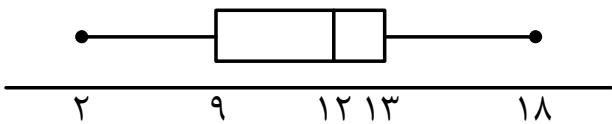
- (۱) بیشترین حقوق بخش مالی از بیشترین حقوق بخش فنی کمتر است.  
 (۲) همه کارکنان بخش مالی از ۲۵٪ کارکنان بخش فنی حقوق بیشتری دریافت می‌کنند.  
 (۳) ۷۵٪ کارکنان بخش مالی از ۷۵٪ کارکنان بخش فنی حقوق بیشتری دریافت می‌کنند.  
 (۴) ۲۵٪ کارکنان بخش مالی از همه کارکنان بخش فنی حقوق بیشتری دریافت می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴



کدام گزینه در مورد نمودار جعبه‌ای زیر که مربوط به نمرات ریاضی یک کلاس است، صحیح نیست؟

(آزمون گاج دوازدهم انسانی - ۷ فروردین ۹۷)



(۱) تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها کوچک‌تر از ۱۳ می‌باشند.

(۲) دامنه‌ی میان چارکی برابر با ۶ است.

(۳) بیش از  $\frac{1}{4}$  کلاس این درس را قبول نشده‌اند.

(۴) کمتر از  $\frac{1}{4}$  کلاس نمره‌ی بالای ۱۵ کسب کرده‌اند.

پاسخ: گزینه ۲

که نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. مقدار  $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$  کدام است؟

(کنکور سراسری ۹۸ ریاضی داخل کشور)

$12/7, 30/2, 10/6, 11/9, 10/6, 12/3, 11/2, 13/5, 12/8, 11/5$

۰/۲۷۵ (۴)

۰/۱۷۵ (۳)

-۰/۱۲۵ (۲)

-۰/۲۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

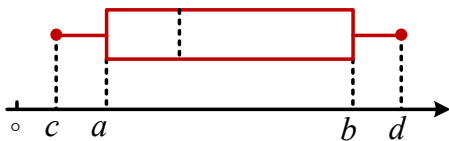
$10/6, 10/6, 11/2, 11/5, 11/9, 12/3, 12/7, 12/8, 13/5, 30/2$

$$Q_2 = \frac{11/9 + 12/3}{2} = 12/1$$

$$\frac{Q_1 + Q_3 + 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11/2 + 12/8 - 24/2}{12/8 - 11/2} = -0/125$$

که اگر شکل زیر، نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۰، ۱۱، ۲۱، ۳، ۲۰، ۸، ۱۳ باشد، حاصل کسر  $\frac{b-a}{c+d}$  کدام است؟

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی - ۳۰ فروردین ۹۸)



۱/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$3, 8, 10, 11, 13, 20, 21 \rightarrow \begin{cases} a = 8 & b = 20 \\ c = 3 & d = 21 \end{cases}$$

$$\frac{b-a}{c+d} = \frac{20-8}{3+21} = \frac{12}{24} = 0/5$$

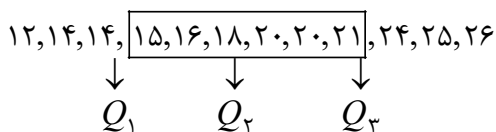
کعبه در نمودار جعبه ای داده های آماری ۱۸، ۲۰، ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷، ۸، دامنه تغییرات داده های داخل جعبه کدام است؟ (کنکور ۸۶، داخل کشور)

- پاسخ: گزینه ۱  
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

$$5, 7, 8, \boxed{9}, 10, 11, 12, \boxed{14}, 16, 17, 18, \boxed{19}, 20, 21, 23 \Rightarrow Q_3 - Q_1 = 19 - 9 = 10$$

کعبه در داده های ۲۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸ میانگین "داده های بزرگتر از چارک اول و کوچک تر از چارک سوم" کدام است؟ (کنکور سراسری ۸۵ تجربی خارج کشور)

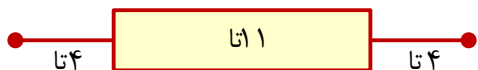
- پاسخ: گزینه ۲  
 (۱) ۱۸/۲۵ (۲) ۱۸/۳۳ (۳) ۱۸/۶۶ (۴) ۱۸/۷۵



$$\bar{x} = 15 + \frac{0 + 1 + 3 + 5 + 5 + 6}{6} = 15 + \frac{20}{6} = 18/33$$

کعبه در نمودار جعبه ای ۱۹ داده آماری، میانگین داده های داخل و روی جعبه ۱۵/۲ و میانگین داده های دنباله سمت چپ و دنباله سمت راست به ترتیب ۱۱ و ۱۷/۵ می باشد. میانگین این داده ها کدام است؟ (کنکور سراسری ۹۷ ریاضی خارج کشور)

- پاسخ: گزینه ۲  
 (۱) ۱۴/۷ (۲) ۱۴/۸ (۳) ۱۴/۹ (۴) ۱۵/۱



$$\bar{x} = \frac{(11 \times 15/2) + (4 \times 11) + (4 \times 17/5)}{19} = \frac{281/2}{19} = 14/8$$

کعبه در نمودار جعبه ای ۳۶ داده آماری، میانگین داده های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می باشد. اگر میانگین تمام داده ها ۲۷/۵ باشد، آنگاه میانگین داده های داخل جعبه کدام است؟ (کنکور سراسری ۹۰ ریاضی داخل کشور)

- پاسخ: گزینه ۳  
 (۱) ۲۹/۵ (۲) ۲۸/۵ (۳) ۲۹ (۴) ۲۸

$$\bar{x} = \frac{9x_1 + 18x_2 + 9x_3}{36} \Rightarrow 27/5 = \frac{9 \times 22 + 18x_2 + 9 \times 30}{36} \Rightarrow 990 = 468 + 18x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{522}{18} = 29$$

کدام داده‌های آماری ۱۸، ۷، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۱۲، ۱۳ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

(کنکور سراسری ۹۰ ریاضی خارج از کشور)

۵/۷۱ (۴)

۵/۲۴ (۳)

۴/۹۵ (۲)

۴/۵۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۲۰، ۲۱

$$Q_2 = 13, Q_1 = \frac{10+11}{2} = 10.5, Q_3 = \frac{17+18}{2} = 17.5$$

$$\bar{x} = 14 + \frac{-3-2-2-1+2+3+3}{7} = 14 + 0 = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(-3)^2 + 2(-2)^2 + (-1)^2 + (2)^2 + 2(3)^2}{7} = \frac{9+8+1+4+18}{7} = \frac{40}{7} \approx 5.71$$

اگر نمرات درس ریاضی یک کلاس ۱۴ نفره، ۱۸، ۱۶، ۱۲، ۱۳، ۱۷، ۲۰، ۱۹، ۲۰، ۱۳، ۱۲، ۱۰، ۱۸، ۸، ۱۷ باشد و بعد از آزمایش یک روش آموزشی جدید در این کلاس به نمرات کمتر از ۱۸ و بزرگتر یا مساوی ۱۳ یک نمره و به نمرات کمتر از ۱۳ دو نمره اضافه شده باشد؛ در این صورت اختلاف دامنه میان چارکی نمرات جدید با میانه نمرات اولیه چقدر است؟

(آزمون قلمچی دوازدهم انسانی-۲۹ آذر ۹۸)

۱۲/۷۵ (۴)

۱۱/۵ (۳)

۱۲/۵ (۲)

۱۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

۸، ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۰

$$Q_2 = \frac{16+17}{2} = 16.5$$

$$\rightarrow 16.5 - 4 = 12.5$$

۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۴، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۰  $IQR = 18 - 14 = 4$